Le equazioni

PREREQUISITI

- conoscere e operare con tutte le operazioni nell'insieme *R*
- saper operare con i monomi e i polinomi
- conoscere il significato di frase aperta

CONOSCENZE

1. le equazioni
2. i principi di equivalenza e le relative conseguenze
3. la forma normale di un'equazione
4. la risoluzione di un'equazione di primo grado
5. la risoluzione di particolari equazioni di secondo grado
6. le disequazioni
7. i principi di equivalenza delle disequazioni

ABILITÀ

A. distinguere un'equazione da un'identità
B. risolvere e verificare un'equazione
C. risolvere problemi mediante l'uso di equazioni
D. risolvere una disequazione
E. rappresentare l'insieme delle soluzioni di una disequazione

Per Ricordare

Il concetto di equazione:

1. un'**identità** è un'uguaglianza di due espressioni che è verificata da qualunque valore attribuito alle lettere che vi figurano;
2. un'**equazione** è un'uguaglianza di due espressioni che è verificata da particolari valori attribuiti alle lettere che vi figurano;
3. per **risolvere un'equazione** occorre trovare tutte le soluzioni o radici che rendono uguali i due membri;
4. due equazioni si dicono **equivalenti** quando hanno le stesse soluzioni;
5. **1º principio di equivalenza:** addizionando o sottraendo ai due membri di un'equazione uno stesso numero o una stessa espressione algebrica si ottiene un'equazione equivalente a quella data;
6. **legge del trasporto:** in ogni equazione un termine può essere trasportato da un membro all'altro purché lo si cambi di segno;
7. **soppressione di termini uguali:** se in entrambi i membri di un'equazione figurano due termini uguali, essi possono essere soppressi;
8. **2º principio di equivalenza:** moltiplicando o dividendo entrambi i membri di un'equazione per uno stesso numero diverso da zero si ottiene un'equazione equivalente a quella data;
9. **cambiamento dei segni:** cambiando il segno di ogni termine di un'equazione si ottiene un'equazione equivalente a quella data;
10. **riduzione a forma intera:** un'equazione che contiene termini frazionari può essere ridotta a forma intera moltiplicando tutti i suoi termini per il m.c.m. di tutti i denominatori.

La risoluzione di equazioni:

11. per **risolvere** un'equazione, **ridotta in forma** normale, basta dividere entrambi i membri dell'equazione per il coefficiente dell'incognita;

12. per **risolvere** un'equazione **non ridotta in forma normale** si deve:
- **a.** eliminare eventuali parentesi, eseguendo le operazioni indicate;
- **b.** eliminare i denominatori moltiplicando ogni termine per il m.c.m. dei denominatori;
- **c.** applicare la legge del trasporto;
- **d.** ridurre i termini simili in modo da scrivere l'equazione in forma normale;
- **e.** dividere entrambi i membri dell'equazione per il coefficiente dell'incognita;

13. l'equazione è **determinata** se il coefficiente dell'incognita è diverso da 0;

14. l'equazione è **impossibile** se il coefficiente dell'incognita è uguale a 0 e il termine noto è diverso da 0;

15. l'equazione è **indeterminata** se il coefficiente dell'incognita e il termine noto sono uguali a 0;

16. un'**equazione** è di **2° grado** se l'incognita è elevata alla seconda potenza (al quadrato); le equazioni di 2° grado ammettono due soluzioni.

La risoluzione di problemi mediante equazioni:

17. Fasi da sviluppare **per risolvere un problema con le equazioni**:
- **a.** **identificare i dati** del problema;
- **b.** **scegliere l'incognita** e indicarla con una lettera, generalmente la lettera x;
- **c.** **impostare** l'equazione risolutiva;
- **d.** **risolvere l'equazione**;
- **e.** **verificare** se la soluzione è accettabile o meno.

Le disequazioni:

18. una **disequazione** è una disuguaglianza di due espressioni verificata solo da particolari valori attribuiti all'incognita;

19. **risolvere** una disequazione significa trovare tutte le soluzioni o radici;

20. due disequazioni si dicono **equivalenti** quando hanno le stesse soluzioni;

21. **1° principio di equivalenza:** addizionando o sottraendo ad entrambi i membri di una disequazione uno stesso numero o una stessa espressione algebrica, si ottiene una disequazione equivalente;

22. **legge del trasporto:** in ogni disequazione un termine può essere trasportato da un membro all'altro purché lo si cambi di segno;

23. **soppressione di termini uguali:** se in entrambi i membri di una disequazione figurano dei termini uguali, essi possono essere soppressi;

24. **2° principio di equivalenza:**
- **a.** moltiplicando o dividendo entrambi i membri di una disequazione per **uno stesso numero positivo** otteniamo una disequazione equivalente;
- **b.** moltiplicando o dividendo entrambi i membri di una disequazione per **uno stesso numero negativo,** otteniamo una disequazione equivalente a quella data ma con tutti i **segni cambiati** e con **verso opposto**;

25. per **risolvere** una disequazione di 1° grado ad una incognita occorre sviluppare le seguenti fasi:
- **a.** si riduce la disequazione a forma intera;
- **b.** si eliminano eventuali parentesi, eseguendo le operazioni indicate;
- **c.** si trasportano i termini che contengono l'incognita al primo membro e i termini noti al secondo;
- **d.** si riduce la disequazione alla forma normale;
- **e.** se il **coefficiente della x non è positivo**, si rende tale moltiplicando per -1 entrambi i membri della disequazione con l'avvertenza di cambiare anche il **verso** della disequazione;
- **f.** si trova il valore della x con la stessa procedura usata nelle equazioni (come se il segno $>$ oppure $<$ fosse sostituito dal segno $=$);
- **g.** per maggior chiarezza, inoltre, si può rappresentare graficamente l'insieme delle soluzioni.

ESERCIZI DI CONOSCENZA

1 Completa la seguente definizione:
si dice identità .... di due espressioni, di cui almeno una ...., che è verificata per .... valore attribuito alla lettera o alle lettere che vi figurano.

2 Un'equazione è un'uguaglianza di due espressioni (di cui almeno una letterale) che è verificata:
a. per alcuni valori attribuiti alla lettera o alle lettere che vi figurano;
b. da particolari valori attribuiti alla lettera o alle lettere che vi figurano;
c. per qualsiasi valore attribuito alla lettera o alle lettere che vi figurano.

3 Completa la seguente regola:
risolvere un'equazione significa .... che rendono uguali ....

4 Completa le seguenti definizioni:
a. un'equazione si dice frazionaria o fratta quando ....;
b. due equazioni si dicono equivalenti quando ....

5 Il primo principio di equivalenza afferma che:
a. addizionando o sottraendo ai due membri di un'equazione uno stesso numero o una stessa espressione algebrica, otteniamo un'equazione equivalente a quella data;
b. moltiplicando o dividendo i due membri di un'equazione per uno stesso numero otteniamo un'equazione equivalente a quella data;
c. moltiplicando o dividendo i due membri di un'equazione per uno stesso numero diverso da zero otteniamo un'equazione equivalente a quella data.

6 Completa le seguenti regole:
a. in ogni equazione un termine può essere trasportato da un membro all'altro ....;
b. se in entrambi i membri di un'equazione compaiono due termini uguali, ...;
c. il secondo principio di equivalenza delle equazioni afferma che .... entrambi i membri di un'equazione per uno stesso numero, ... otteniamo .... a quella data;
d. cambiando il segno ad ogni termine di un'equazione si ottiene ....;
e. un'equazione che contiene termini frazionari può essere ridotta a forma intera .... tutti i suoi termini per .... di tutti ....

7 Un'equazione ridotta a forma normale si rappresenta con la scrittura:
a. $ax - b = 0$; **b.** $ax + bx = c$; **c.** $ax = b$.

8 Per risolvere un'equazione ridotta a forma normale basta dividere:
a. solo un membro dell'equazione per il coefficiente dell'incognita x;
b. entrambi i membri dell'equazione per il coefficiente dell'incognita x;
c. entrambi i membri dell'equazione per il termine noto.

9 Completa la seguente procedura di calcolo.
Per risolvere un'equazione di 1° grado ad un'incognita:
a. si eliminano eventuali .... eseguendo le operazioni indicate;
b. si eliminano i .... moltiplicando ogni termine per il .... dei denominatori;
c. si applica la legge ....;
d. si riducono i termini simili in modo da scrivere l'equazione ....;
e. si determina la soluzione applicando il .... principio di equivalenza.

10 Data un'equazione $ax = b$:
a. se a è diverso da 0 allora l'equazione è ....;

b. se a è uguale a 0 e b è diverso da 0 allora l'equazione è ....;
c. se a è diverso da 0 e b è uguale a 0 allora l'equazione è ....;
d. se sia a che b sono uguali a 0 allora l'equazione è ....

11 Data l'equazione $ax^2 = b$, se a non è nullo, allora la soluzione è:

a. $x = +\sqrt{\frac{b}{a}}$; **b.** $x = -\sqrt{\frac{b}{a}}$; **c.** $x = \pm\sqrt{\frac{b}{a}}$.

12 Data l'equazione $(x - a) \cdot (x - b) = 0$ per la legge di annullamento del prodotto si ha:
$x - a =$ ..... $\Rightarrow$ $x =$ ..... oppure ..... $- b =$ ..... $\Rightarrow$ $x =$ .....

13 Completa le seguenti affermazioni:
a. una disequazione è .... di due espressioni verificata solo da .... attribuiti alle ....;
b. risolvere una disequazione significa ....

14 Due disequazioni si dicono equivalenti se:
a. hanno qualche soluzione uguale;
b. non hanno soluzioni in comune;
c. hanno le stesse soluzioni.

15 Completa le seguenti regole:
a. addizionando o sottraendo ad entrambi i membri di una disequazione uno stesso numero o ...., si ottiene una disequazione ....;
b. in ogni disequazione un termine può essere .... da un membro all'altro purché ....

16 In una disequazione due termini si possono sopprimere quando:
a. sono uguali ed entrambi sono nello stesso membro;
b. sono opposti e figurano in membri diversi;
c. sono uguali e figurano in membri diversi.

17 Completa la seguente regola.
Moltiplicando o dividendo entrambi i membri di una disequazione per uno stesso numero:
a. positivo, diverso da zero, otteniamo una disequazione .... a quella data;
b. negativo, otteniamo una disequazione equivalente a quella data ma con tutti i segni .... e con verso ....

ESERCIZI DI ABILITÀ ⇒ LIVELLO BASE *

1 *Esercizio Svolto*

Il primo principio di equivalenza

Scrivi un'equazione equivalente a $x - 7 = 2x + 1$ applicando il primo principio di equivalenza.

Svolgimento

Ad esempio, possiamo sommare ad entrambi i membri il numero $+5$ cioè:

$x - 7 + 5 = 2x + 1 + 5 \quad \rightarrow \quad x - 2 = 2x + 6.$

2 Scrivi un'equazione equivalente a $3x + 1 = -3 + 2x$ applicando il primo principio di equivalenza.

3 *Esercizio Svolto*

Il secondo principio di equivalenza

Scrivi un'equazione equivalente a $4x + 3 = 2x - 4$ applicando il secondo principio di equivalenza.

Svolgimento

Ad esempio, possiamo moltiplicare entrambi i membri per il numero -2 cioè $-8x - 6 = -4x + 8$.

4 Scrivi un'equazione equivalente a $2x + 3 = 6 - 7x$ applicando il secondo principio di equivalenza.

5 *Esercizio Svolto*

La legge del trasporto

Applica la legge del trasporto all'equazione $\frac{2}{3}x - 1 = -\frac{3}{2}x + 4$.

Svolgimento

Spostando i termini contenenti l'incognita a destra del segno di uguaglianza e i termini noti a sinistra (con l'avvertenza di cambiare i segni), si ottiene: $\frac{2}{3}x + \frac{3}{2}x = +1 + 4$.

6 Applica la legge del trasporto all'equazione $\frac{5}{3} + \frac{1}{2}x = 2x - \frac{3}{4} - 7$.

7 *Esercizio Svolto*

La riduzione di un'equazione a forma intera

Riduci l'equazione $\frac{1}{4}x - \frac{3}{2} = \frac{7}{4}x + \frac{1}{6}$ a forma intera.

Svolgimento

Calcoliamo il m.c.m. fra i denominatori; m.c.m. $(2; 4; 6) = 12$

Moltiplichiamo quindi ciascun termine dell'equazione per il m.c.m.:

$12 \cdot \frac{1}{4}x - 12 \cdot \frac{3}{2} = 12 \cdot \frac{7}{4}x + 12 \cdot \frac{1}{6}$ cioè $3x - 18 = 21x + 2$.

8 Riduci l'equazione $\frac{5}{2} + \frac{1}{10}x = -\frac{2}{6} + \frac{1}{3}x$ a forma intera.

9 *Esercizio Svolto*

La risoluzione e la verifica di un'equazione

Risolvi le seguenti equazioni e fai la verifica della soluzione ottenuta:
a. $2x + 1 = x + 5$; **b.** $x + 5 = +12x - 6$.

Svolgimento

a. Aggiungiamo ai due membri l'espressione algebrica $-x - 1$

$2x + \cancel{1} - \mathbf{x} - \cancel{\mathbf{1}} = \cancel{x} + 5 - \cancel{\mathbf{x}} - \mathbf{1} \quad \rightarrow \quad 2x - x = +5 - 1 \quad \rightarrow \quad x = 4.$

Verifica per $\boldsymbol{x} = 4$: $2 \cdot 4 + 1 = 4 + 5 \quad \rightarrow \quad 8 + 1 = 9 \quad \rightarrow \quad 9 = 9$

Avendo ottenuto lo stesso risultato nei due membri, $x = 4$ è la soluzione dell'equazione.

b. Applichiamo direttamente la legge del trasporto $+x - \mathbf{12x} = -6 - \mathbf{5} \quad \rightarrow \quad -11x = -11$

Cambiando segno, moltiplicando cioè per -1 entrambi i membri, si ottiene $11x = 11$

Dividendo entrambi i membri per 11 (2^o principio) otteniamo $x = 1$.

Verifica per $\boldsymbol{x} = 1$: $1 + 5 = 12 \cdot 1 - 6 \quad \rightarrow \quad 6 = 12 - 6 \quad \rightarrow \quad 6 = 6$

Avendo ottenuto lo stesso risultato nei due membri, $x = 1$ è la soluzione dell'equazione.

10 Risolvi le seguenti equazioni e fai la verifica della soluzione ottenuta:

a. $3x - 2 = 5x + 6$; **b.** $x - 7 = +2x - 1$;
c. $3x - 4 = 2x + 2$; **d.** $2 - 3x = 8 - x$.

11 *Esercizio Svolto*

La risoluzione di un'equazione

Risolvi le seguenti equazioni:

a. $3x - 2 + x = 4 + 4x$; **b.** $4x - 2 + x = 3x - 2 + 2x$.

Svolgimento

a. $3x - 2 + x = 4 + 4x \quad \rightarrow \quad 3x + x - 4x = 2 + 4 \quad \rightarrow \quad 0x = +6$

L'equazione è impossibile (nessun numero x moltiplicato per 0 dà come risultato +6).

b. $4x - 2 + x = 3x - 2 + 2x \quad \rightarrow \quad 4x + x - 3x - 2x = 2 - 2 \quad \rightarrow \quad 0x = 0$

L'equazione è indeterminata (qualsiasi numero moltiplicato per 0 dà come risultato 0).

12 Risolvi le seguenti equazioni: **a.** $5x - 2x + 2 = x + 2 + 2x$; **b.** $-3 + 4x + 1 = 2x + 4 + 2x$.

13 *Esercizio Svolto*

Le equazioni a termini frazionari

Risolvi e verifica la seguente equazione a termini frazionari: $\frac{1}{4}x + \frac{2}{3} - 2 = \frac{3}{2}x - \frac{1}{12}$.

Svolgimento

Il m.c.m. dei denominatori è 12 pertanto:

$$12 \cdot \frac{1}{4}x + 12 \cdot \frac{2}{3} - 12 \cdot 2 = 12 \cdot \frac{3}{2}x - 12 \cdot \frac{1}{12} \quad \rightarrow \quad 3x + 8 - 24 = 18x - 1 \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad 3x - 18x = -8 + 24 - 1 \quad \rightarrow \quad -15x = 15 \quad \rightarrow \quad 15x = -15 \quad \rightarrow \quad x = -1$$

Possiamo concludere che $x = -1$ è la radice dell'equazione.

Verifica per $x = -1$:

$$\frac{1}{4} \cdot (-1) + \frac{2}{3} - 2 = \frac{3}{2} \cdot (-1) - \frac{1}{12} \quad \rightarrow \quad -\frac{1}{4} + \frac{2}{3} - 2 = -\frac{3}{2} - \frac{1}{12} \quad \rightarrow \quad -\frac{19}{12} = -\frac{19}{12}.$$

14 Risolvi e verifica la seguente equazione a termini frazionari: $\frac{1}{2}x - x + \frac{1}{7} = \frac{3}{14}x - 2$.

15 *Esercizio Svolto*

Le equazioni di secondo grado riducibili al primo grado

Risolvi la seguente equazione di secondo grado: $x \cdot (x - 3) + 2x - 1 = (x - 1) \cdot (x + 1) + 2$.

Svolgimento

$$x \cdot (x - 3) + 2x - 1 = (x - 1) \cdot (x + 1) + 2 \quad \rightarrow \quad \cancel{x^2} - 3x + 2x - \cancel{1} = \cancel{x^2} - \cancel{1} + 2 \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad -x = +2 \quad \rightarrow \quad x = -2.$$

16 Risolvi la seguente equazione di secondo grado: $3x + x \cdot (2 - x) = (x + 1) \cdot (2 - x) + 2$.

17 *Esercizio Svolto*

Le equazioni di secondo grado

Risolvi la seguente equazione di secondo grado $(5x - 10) \cdot (2x + 5) = 0$.

Svolgimento

Applicando la legge di annullamento del prodotto:

- $5x - 10 = 0 \quad \rightarrow \quad 5x = 10 \quad \rightarrow \quad x = \dfrac{10}{5} \quad \rightarrow \quad x = 2$
- $2x + 5 = 0 \quad \rightarrow \quad 2x = -5 \quad \rightarrow \quad x = -\dfrac{5}{2}$

Come possiamo facilmente verificare, l'equazione è soddisfatta da entrambi i valori della x.

18 Risolvi le seguenti equazioni: **a.** $(2x - 8) \cdot (7x + 3) = 0$; **b.** $(3x + 2) \cdot (6x + 3) = 0$.

19 *Esercizio Svolto*

I problemi con le equazioni

Calcola due numeri naturali sapendo che la loro differenza è 12 e che uno è il quadruplo dell'altro.

Identificazione dei dati e scelta dell'incognita

Indichiamo provvisoriamente i due numeri con N_1 ed N_2.

Dati	Incognite
$N_1,\ N_2 \in N$	N_1
$N_1 - N_2 = 12$	N_2
$N_1 = 4 \cdot N_2$	

$N_1 = \text{incognita} = x$
$N_2 = x - 12$

Equazione risolutiva

$N_1 = 4 \cdot N_2 \qquad x = 4 \cdot (x - 12) \quad \rightarrow \quad x = 4x - 48 \quad \rightarrow \quad x - 4x = -48 \quad \rightarrow$

$\rightarrow \quad -3x = -48 \quad \rightarrow \quad x = \dfrac{48}{3} = 16$

Il numero N_2 si ottiene per differenza: $16 - 12 = 4$.

Discussione: La soluzione è accettabile perchè i due numeri appartengono all'insieme dei numeri naturali.

Risposta: I due numeri sono 16 e 4.

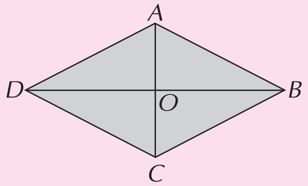
20 Calcola due numeri naturali sapendo che la loro somma è 60 e che uno è il triplo dell'altro.

21 *Esercizio Svolto*

I problemi geometrici e le equazioni

La semidiagonale di un rombo è $\dfrac{3}{5}$ del lato; sapendo che l'altra diagonale misura 8 m, calcola l'area e il perimetro del rombo.

Identificazione dei dati e scelta dell'incognita



Dati	Incognite
$\overline{OA},\ \overline{AB} \in R^+$	$A_{(ABCD)}$
$OA = \dfrac{3}{5} \cdot AB$	$2p_{(ABCD)}$
$\overline{BD} = 8$ m	

Se indichiamo con x la misura del lato del rombo, quella della semidiagonale OA è $\frac{3}{5}x$.

Equazione risolutiva

Poiché è nota la misura dell'altra semidiagonale, $\overline{BO} = \overline{BD} : 2 = (8 : 2)$ m $= 4$ m, avremo l'equazione risolutiva applicando il teorema di Pitagora al triangolo rettangolo AOB.

$$x^2 - \left(\frac{3}{5}x\right)^2 = 4^2 \quad \rightarrow \quad x^2 - \frac{9}{25}x^2 = 16 \quad \rightarrow \quad \frac{25x^2 - 9x^2}{25} = \frac{400}{25} \quad \rightarrow \quad 16x^2 = 400 \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad x^2 = \frac{400}{16} = 25 \quad \rightarrow \quad x = \pm\sqrt{25} = \pm 5$$

Discussione: La soluzione accettabile è solo quella positiva, cioè $x = +5$.

Verifica: $5^2 - \left(\frac{3}{5} \cdot 5\right)^2 = 4^2 \quad \rightarrow \quad 25 - 9 = 16 \quad \rightarrow \quad 16 = 16$

Quindi: $\overline{AB} = 5$ m; $\quad \overline{OA} = \frac{3}{5} \cdot 5$ m $= 3$ m; $\quad \overline{AC} = 2 \cdot \overline{OA} = 2 \cdot 3$ m $= 6$ m.

$$A_{(ABCD)} = \frac{\overline{AC} \cdot \overline{BD}}{2} = \left(\frac{6 \cdot 8}{2}\right) \text{m}^2 = 24 \text{ m}^2$$

$$2p_{(ABCD)} = \overline{AB} \cdot 4 = (5 \cdot 4) \text{ m} = 20 \text{ m}$$

Risposta: L'area è 24 m^2 e il perimetro è 20 m.

22 Una dimensione di un rettangolo $\frac{5}{13}$ della diagonale; sapendo che l'altra dimensione misura 18 m, calcola l'area e il perimetro del rettangolo.

23 *Esercizio Svolto*

Le disequazioni

Risolvi la disequazione $-5x - 3 + 2x > +3 - x$ e rappresenta graficamente la sua soluzione.

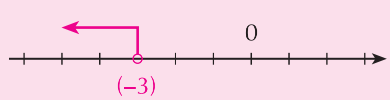
Risoluzione

$$-5x - 3 + 2x > +3 - x \quad \rightarrow \quad -5x + 2x + x > +3 + 3 \quad \rightarrow \quad -2x > +6.$$

Moltiplicando per -1 entrambi i membri bisogna invertire il segno della disequazione, pertanto:

$$2x < -6 \quad \rightarrow \quad x < -\frac{6}{2} \quad \rightarrow \quad x < -3.$$

L'insieme delle soluzioni è dunque $S = \{\forall x \in R : x < -3\}$.

Graficamente: 

(Il pallino vuoto sul numero significa che tale valore non va considerato)

24 Risolvi e rappresenta graficamente la disequazione $2x - 5x + 3 < -2 + 4x + 5$.

25 *Esercizio Svolto*

Le disequazioni

Risolvi la disequazione $+\frac{1}{3}x + \frac{5}{4} + x \geq \frac{5}{6}x + \frac{2}{3}$ e rappresenta graficamente la sua soluzione.

Risoluzione

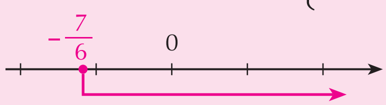
Per ridurre la disequazione alla forma intera calcoliamo il m.c.m. di tutti i denominatori, cioè 12.

$$12 \cdot \frac{1}{3}x + 12 \cdot \frac{5}{4} + 12 \cdot x \geq 12 \cdot \frac{5}{6}x + 12 \cdot \frac{2}{3} \quad \rightarrow \quad 4x + 15 + 12x \geq 10x + 8 \quad \rightarrow$$

$\rightarrow \quad 4x + 12x - 10x \geq +8 - 15 \quad \rightarrow \quad 6x \geq -7 \quad \rightarrow \quad x \geq -\dfrac{7}{6}.$

L'insieme delle soluzioni è dunque $S = \left\{ \forall x \in R : x \geq -\dfrac{7}{6} \right\}.$

Graficamente:



(Il pallino pieno sul numero significa che tale valore deve essere considerato)

26 Risolvi la disequazione $\dfrac{3}{2} + \dfrac{1}{5}x - \dfrac{6}{15} \geq \dfrac{1}{2}x + 1$ e rappresenta graficamente la sua soluzione.

ESERCIZI DI ABILITÀ ⇒ LIVELLO MEDIO **

1 *Esercizio Guidato*

La risoluzione e la verifica di un'equazione

Risolvi le seguenti equazioni ed esegui la verifica della soluzione ottenuta:

a. $4x - 3x + 3 - x = 3 \cdot (x + 2);$ **b.** $x + 3x - 4x + 5 = 4 - 2x + 1.$

Svolgimento

a. Svolgendo i calcoli nella parentesi tonda al secondo membro si ottiene $4x - 3x + 3 - x = 3x + 6.$

Aggiungiamo ai due membri l'espressione algebrica $-3x - 3$ ed eseguiamo la somma algebrica

$4x - 3x + \cancel{3} - x - \mathbf{3x} - \cancel{\mathbf{3}} = \cancel{3x} + 6 - \cancel{\mathbf{3x}} - \mathbf{3} \quad \rightarrow \quad ....x = ... \quad \rightarrow \quad .... = ...$

Verifica per $x = -1$:

$4 \cdot (-1) - 3 \cdot (-1) + 3 - (-1) = 3[(-1) + 2] \quad \rightarrow \quad ..... = ...$

Avendo ottenuto lo stesso risultato nei due membri, $x = -1$ è la soluzione dell'equazione.

b. Applicando la legge ....: $x + 3x - 4x + 2x = 4 + 1 - 5 \quad \rightarrow \quad ...... = 0$

Dividendo entrambi i membri per 2 (............ principio) otteniamo $x = ...$

Verifica per $x = 0$:

$0 + 3 \cdot 0 - 4 \cdot 0 + 5 = 4 - 2 \cdot 0 + 1 \quad \rightarrow \quad ...... = ...$

Avendo ottenuto lo stesso risultato nei due membri, $x = 0$ è la soluzione dell'equazione.

2 Risolvi le seguenti equazioni applicando i principi di equivalenza e fai la verifica della soluzione ottenuta:

a. $3x - 5 + 2x - 7 = 2 - 5x + 1;$ **b.** $2 + 5 \cdot (x - 1) = 4x - 2 \cdot (x + 1);$

c. $4x + 3 \cdot (2x + 2) = 2x;$ **d.** $-3x - 4x + 1 = 3 \cdot (x + 2).$

3 *Esercizio Guidato*

La risoluzione di un'equazione

Risolvi le seguenti equazioni:

a. $2 \cdot (x + 1) - 3x - 1 = -x + 1;$ **b.** $2x + 2 \cdot (x - 1) = 4x + 5.$

Svolgimento

a. $2 \cdot (x + 1) - 3x - 1 = -x + 1 \quad \rightarrow \quad 2..... + 2 - 3x - 1 = -x + 1 \quad \rightarrow$

$\rightarrow \quad 2x - ..... + ... = -..... + ... + 1 \quad \rightarrow \quad .....x = ...$

L'equazione è .... (................ numero moltiplicato per 0 dà come risultato 0).

b. $2x + 2 \cdot (x - 1) = 4x + 5 \quad \rightarrow \quad 2x + ... - ..... = 4x + 5 \quad \rightarrow$
$\rightarrow \quad 2x + 2x - .....x = +2 + 5 \quad \rightarrow \quad 0x = ...$
L'equazione è .... (............. numero x moltiplicato per 0 dà come risultato $+7$).

4 Risolvi le seguenti equazioni:
a. $2x - 3 = 2 \cdot (2x + 1) - 2x + 1$; **b.** $4 - 3x + 1 = 2 - (x + 3) - 2x + 6$.

5 *Esercizio Guidato*

Risoluzione di una equazione a termini frazionari
Risolvi la seguente equazione a termini frazionari: $\frac{1}{2}x + \frac{3}{4} - 2 = \frac{1}{7}x + 2 \cdot \left(x - \frac{3}{2}\right)$.

Svolgimento
Svolgiamo i calcoli nella parentesi tonda al secondo membro: $\frac{1}{2}x + \frac{3}{4} - 2 = \frac{1}{7}x + 2x - ......$
Il m.c.m. dei denominatori è 28 pertanto:

$$28 \cdot \frac{1}{2}x + 28 \cdot \frac{3}{4} - 28 \cdot 2 = 28 \cdot \frac{1}{7}x + 28 \cdot 2x - 28 \cdot 3 \quad \rightarrow \quad .....x + 21 - ..... = 4x + ...x - 84$$

$$\rightarrow \quad 14x - 4x - 56x = -21 + 56 - 84 \quad \rightarrow \quad .....x = ... \quad \rightarrow \quad x = \frac{.........}{.........}$$

6 Risolvi la seguente equazione a termini frazionari: $\frac{4}{5} + \frac{17}{15}x + 1 + 2x = \frac{5}{3} - \frac{1}{3} \cdot (x - 3)$.

7 *Esercizio Guidato*

Le equazioni di secondo grado riducibili al primo
Risolvi la seguente equazione di secondo grado: $2x - 3x \cdot (x - 2) + 1 = -3x^2 + 4$.

Svolgimento
$2x - 3x \cdot (x - 2) + 1 = -3x^2 + 4 \quad \rightarrow \quad 2x - ..... + ... + 1 = -3x^2 + 4 \quad \rightarrow$
$\rightarrow \quad 2x + 6x = +4 - 1 \quad \rightarrow \quad ....x = ... \quad \rightarrow \quad x = ...$

8 Risolvi la seguente equazione di secondo grado riconducibile al primo:
$4x - 1 + 2x - (x - 3) \cdot (2x + 1) = -2x^2 - 3$.

9 *Esercizio Guidato*

Le equazioni di secondo grado senza il termine dell'incognita di primo grado
Risolvi e verifica le seguenti equazioni: **a.** $\frac{1}{2}x^2 - 200 = 0$; **b.** $2x^2 + 3200 = 0$.

Svolgimento
a. $\frac{1}{2}x^2 - 200 = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2}x^2 = 200 \quad \rightarrow \quad x^2 = ... \cdot 2 = 400 \quad \rightarrow \quad x = \pm\sqrt{.....} = \pm.....$

Verifica per $x = 20$:
$\frac{1}{2} \cdot 20^2 - 200 = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2} \cdot ..... - 200 = 0 \quad \rightarrow \quad 200 - 200 = 0 \quad \rightarrow \quad ..... = ...$

Verifica per $x = -20$:
$\frac{1}{2} \cdot (-20)^2 - 200 = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2} \cdot 400 - 200 = 0 \quad \rightarrow \quad 200 - 200 = 0 \quad \rightarrow \quad 0 = 0$

Come possiamo notare, l'equazione è verificata sia per $x = ...$ che per $x = -.....$

b. $2x^2 + 3200 = 0 \quad \rightarrow \quad 2x^2 = -3200 \quad \rightarrow \quad x^2 = -\frac{3200}{.....} = -1600 \quad \rightarrow \quad x = \pm\sqrt{..........}$

Come possiamo notare l'equazione risulta .... poiché non esiste alcun numero che elevato ...., dà come risultato -1600.

10 Risolvi e verifica le seguenti equazioni di secondo grado senza il termine dell'incognita di primo grado:
a. $3x^2 - 2700 = 0$; **b.** $2x^2 + 5000 = 0$.

11 *Esercizio Guidato*

Le equazioni di secondo grado

Risolvi la seguente equazione di secondo grado: $(2x + 5) \cdot (3 - x) = 0$.

Svolgimento

Applicando la legge di annullamento del prodotto:

- $2x + 5 = 0 \quad \rightarrow \quad 2x = ... \quad \rightarrow \quad x = -\frac{5}{2}$
- $3 - x = 0 \quad \rightarrow \quad -x = ... \quad \rightarrow \quad x = ...$

Come possiamo facilmente verificare, l'equazione è soddisfatta da entrambi i valori della x; pertanto le due soluzioni sono ....

12 Risolvi le seguenti equazioni di secondo grado:
a. $(4x + 1) \cdot (12x - 6) = 0$; **b.** $(2 + 3x) \cdot (4 - 2x) = 0$.

13 *Esercizio Guidato*

I problemi con le equazioni

Calcola due numeri naturali sapendo che la loro somma è 41 e la loro differenza è 11.

Identificazione dei dati e scelta dell'incognita

Per schematizzare i dati e le incognite del problema indichiamo provvisoriamente i due numeri con N_1 ed N_2.

Dati	Incognite
$N_1, N_2 \in N$	N_1
$N_1 + N_2 = ...$	N_2
$N_1 - N_2 = ...$	

Chiamiamo dunque N_1 = incognita = x.
Dalla relazione $N_1 + N_2 = 41$ possiamo dire che N_2 = somma $- N_1 = ... - x$.

Equazione risolutiva

$N_1 - N_2 = 11 \quad \rightarrow \quad x - (..... - x) = ... \quad \rightarrow \quad x - 41 + x = 11 \quad \rightarrow \quad x + x = 41 + 11 \quad \rightarrow$

$\rightarrow \quad 2x = 52 \quad \rightarrow \quad x = \frac{.....}{.....} \quad \rightarrow \quad x = ...$

Possiamo quindi dire che il primo numero è: $N_1 = ...$

Il numero N_2 si ottiene per differenza: $41 - 26 = 15$.

Discussione: La soluzione è accettabile perchè i due numeri appartengono all'insieme dei naturali come richiesto dai dati del problema.

Risposta: I due numeri sono ..... e ......

14 Calcola due numeri naturali sapendo che la loro somma è 51 e la loro differenza è 9.

15 *Esercizio Guidato*

I problemi con le equazioni

Trova due numeri naturali sapendo che la loro differenza è 2 e che il rapporto della loro somma e della loro differenza è 14.

Identificazione dei dati e scelta dell'incognita

Dati	Incognite
$N_1,\ N_2 \in N$	N_1
$N_1 - N_2 = ...$	N_2
$\dfrac{N_1 + N_2}{N_1 - N_2} = 14$	

Se indichiamo con x il maggiore dei due numeri, l'altro è $(x - 2)$.
$N_1 =$ incognita $= x$
$N_2 = x - 2$

Equazione risolutiva

$$\frac{x + (x - 2)}{x - (x - 2)} = 14 \quad \rightarrow \quad \frac{x + x - 2}{x - ..... + ...} = 14 \quad \rightarrow \quad \frac{2x - 2}{.....} = 14 \quad \rightarrow \quad 2x - 2 = ... \cdot 2 \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad 2x = ... + 2 \quad \rightarrow \quad 2x = ... \quad \rightarrow \quad x = \frac{.....}{2} = ...$$

Il minore dei due numeri è quindi $N_2 = x - 2 = ... - 2 = ...$

Discussione: La soluzione è accettabile perché i due numeri appartengono all'insieme dei numeri naturali.

Verifica

$$\frac{15 + (..... - 2)}{15 - (..... - 2)} = 14 \quad \rightarrow \quad \frac{15 + 13}{15 - 13} = 14 \quad \rightarrow \quad \frac{.....}{2} = 14 \quad \rightarrow \quad ..... = ...$$

Risposta: I due numeri sono 15 e 13.

16 Trova due numeri naturali sapendo che la loro differenza è 14 e che il rapporto della loro somma e della loro differenza è 3.

17 *Esercizio Guidato*

I problemi con le equazioni

Un numero intero è formato da due cifre la cui somma è 12; sapendo che scambiando la cifra delle unità con quella delle decine, si ottiene un numero che è inferiore di 18 al numero dato, calcola il numero iniziale.

Identificazione dei dati e scelta dell'incognita

Se indichiamo con x la cifra della unità, quella delle decine è $(12 - x)$; il numero si può allora così rappresentare:

$10(12 - .....)$ $+ x$
decine unità

Il numero ottenuto scambiando le cifre sarà:
.... $+ (12 - .....)$
decine unità

Dati	Incognite
$U,\ D \in N$	U
$U + D = 12$	D
$10U + D = 10D + U - 18$	

Equazione risolutiva

$..... + (12 - x) = ... \cdot (12 - x) + x - 18 \quad \rightarrow \quad 10x + 12 - x = 120 - 10x + x - 18 \quad \rightarrow$

$10x - x - x + 10x = 120 - 12 - 18 \quad \rightarrow \quad 18x = 90 \quad \rightarrow \quad x = \frac{....}{....} = ... \quad \rightarrow$ cifra delle unità

La cifra delle decine è $12 - x = 12 - ..... = ...$

Discussione: La soluzione è accettabile perché la cifra delle decine e quella delle unità appartengono all'insieme dei numeri naturali.

Risposta: Il numero richiesto è 75.

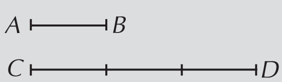
18 Un numero intero è formato da due cifre la cui somma è 10; sapendo che scambiando la cifra delle unità con quella delle decine, si ottiene un numero che è superiore di 18 al numero dato, calcola il numero.

19 *Esercizio Guidato*

I problemi geometrici e le equazioni

Calcola la misura di due segmenti sapendo che la loro differenza è 22 m e uno è $\frac{1}{3}$ dell'altro.

Identificazione dei dati e scelta dell'incognita



Dati	Incognite
$\overline{AB}, \overline{CD} \in R^+$	$\overline{AB}$
$AB = \frac{1}{3} \cdot .....$	$\overline{CD}$
$\overline{CD} - ..... = 22$ m	

Se indichiamo con x la misura del segmento CD, il segmento AB misura $....x$.

Equazione risolutiva

$..... - ..... = 22 \quad \rightarrow \quad 2x = ... \quad \rightarrow \quad x = 33$ m

Calcoliamo la misura di AB: $\overline{AB} = \frac{1}{3} \cdot \overline{CD} = \frac{1}{3} \cdot 33 \text{ m} = 11$ m

Discussione: La soluzione è accettabile perché ....

Verifica: $33 - \frac{1}{3} .... = 22 \quad \rightarrow \quad 33 - ..... = ... \quad \rightarrow \quad 22 = 22$

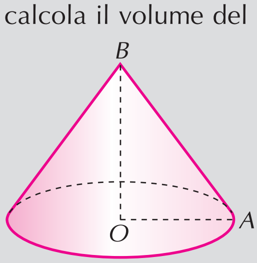
Risposta: I due segmenti misurano pertanto ....

20 La misura di un segmento supera quella di un altro di 25 m e uno è $\frac{4}{9}$ dell'altro; calcola le due misure.

21 *Esercizio Guidato*

La geometria solida e le equazioni

Il raggio di base di un cono è $\frac{3}{5}$ dell'apotema; sapendo che l'area della superficie laterale è 60π cm^2, calcola il volume del cono.



Dati	Incognita
$\overline{OA}, \overline{AB} \in R^+$	V
$OA = \frac{3}{5} \cdot AB$	
$A_\ell = 60\pi$ cm^2	

Identificazione dei dati e scelta dell'incognita

Se indichiamo con x la misura dell'apotema, quella del raggio di base è .....x.

Equazione risolutiva

L'equazione risolutiva è data dalla formula del calcolo dell'area laterale: $A_\ell = \pi \cdot r \cdot a$.

$$\pi \cdot \frac{3}{5} \cdot x \cdot x = 60\pi \quad \rightarrow \quad \frac{3}{5}x^2 = 60 \quad \rightarrow \quad x^2 = ... \quad \rightarrow \quad x = \pm\sqrt{100} = \pm 10 \text{ cm}$$

Discussione: Delle due soluzioni è accettabile solo quella .... cioè $x =$ ....

Verifica: $\pi \cdot \frac{3}{5} \cdot 10 \cdot 10 = 60\pi \quad \rightarrow \quad \pi\, 6 \cdot 10 = 60\pi \quad \rightarrow \quad 60\pi = 60\pi$

quindi: $\overline{AB} = 10$ cm; $\quad \overline{OA} = \frac{3}{5} \cdot \overline{AB} = \frac{3}{5} \cdot 10 \text{ cm} = 6 \text{ cm}$

$$\overline{OB} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{OA}^2} = \sqrt{10^2 - .....} \text{ cm} = \sqrt{..... - .....} \text{ cm} = \sqrt{64} \text{ cm} = 8 \text{ cm}$$

$$V = \frac{\pi r^2 h}{3} = \frac{\pi \cdot 6^2 \cdot 8}{3} \text{ cm}^3 = 96\pi \text{ cm}^3.$$

22 Determina l'area della superficie totale e il volume di un parallelepipedo sapendo che una dimensione di base è doppia dell'altra, l'altezza misura 2 cm e l'area di base è 50 cm^2.

23 *Esercizio Guidato*

Le disequazioni

Risolvi la disequazione $\frac{x-1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{2x}{6} \leq \frac{2x+1}{3} - 1$ e rappresenta graficamente la sua soluzione.

Risoluzione

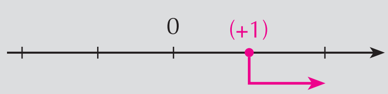
$$\frac{3x - 3 + 2 - 2x}{6} \leq \frac{..........}{6} \quad \rightarrow \quad 3x - 3 + ... - ..... \leq 4x + 2 - 6 \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad 3x - 2x - 4x \leq +..... - .... + ... - ..... \quad \rightarrow \quad -.....x \leq -3$$

Moltiplicando per -1 entrambi i membri si ottiene $\quad ...x \geq 3 \quad \rightarrow \quad x \geq 1$.

L'insieme delle soluzioni è dunque $\quad S = \{\forall x \in R : x \geq 1\}$

Graficamente:



24 Risolvi la disequazione $\frac{2x+1}{3} - \frac{2-x}{7} \geq \frac{x-1}{21} + \frac{4}{3}$ e rappresenta graficamente la sua soluzione.

ESERCIZI DI ABILITÀ ⇒ LIVELLO AVANZATO ***

Risolvi le seguenti equazioni.

1 $3x - 2(x+4) = 2x - 2 - x - 6.$

2 $\frac{1}{2}(x+2) - \frac{4}{5} + x = (x-3)\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right).$

3 $\frac{4}{5}x + 1 - 3\left(x + \frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2} + 2x - 1.$

4 $\frac{x+1}{6}-\frac{1}{2}+x\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\right)=\frac{2x-1}{3}.$

5 $\frac{2(x+3)}{12}+\frac{3(2-x)}{4}=\frac{1}{2}-\frac{2(2x-1)}{3}+\frac{3x+2}{4}.$

6 $x^2-3x+1=x(x-2)+4.$

7 $(x+2)(2x-1)+x-3=2(x+1)(x-1)-1.$

8 $\frac{x^2+2}{3}+\frac{1}{2}=\frac{(x-3)(x+1)}{3}.$

9 $\frac{(2x+1)^2}{6}-\frac{5x-3}{2}=\frac{7}{4}+\frac{4(x-1)(x+1)}{6}.$

10 $\left(x-\frac{1}{4}\right)^2-\left(x+\frac{1}{4}\right)\left(x-\frac{1}{4}\right)+3\left(x+\frac{1}{4}\right)=-(-2x+1).$

11 $(x+3)^2(x-3)^2+\left(\frac{1}{3}x-1\right)^2=(x^2-7)(x^2+7)-6(3x^2+2)+\frac{1}{9}x(x-1)+148.$

12 $\dfrac{\frac{x}{2}+\frac{x}{3}+\frac{1}{6}}{\frac{2}{3}+\frac{1}{2}-2}=\dfrac{\frac{x}{3}+3}{\frac{1}{3}-2}.$

13 $\dfrac{\frac{x-3}{2}+\frac{x-5}{3}}{\frac{1}{3}-\frac{1}{6}+\frac{1}{2}}=\dfrac{\frac{3(x+1)}{4}-\frac{(x+1)}{2}}{\frac{5}{4}-\frac{1}{2}-\frac{1}{8}}-\frac{1}{20}.$

14 $-\dfrac{\frac{x-1}{4}}{1+\frac{1}{2}}+\dfrac{\frac{2}{3}(x+2)}{1+\frac{1}{3}}=-\dfrac{\frac{1}{3}x-\frac{5}{3}}{1+\frac{2}{3}}.$

15 $(2x+1)(x-3)=0.$

16 $(2-4x)(4x+5)=0.$

Risolvi i seguenti problemi con le equazioni.

17 Determina tre numeri consecutivi la cui somma sia 33.

18 Determina un numero tale che sottraendo 5 dalla sua metà e aggiungendo il triplo del numero alla differenza trovata, si ottiene 9.

19 Determina due numeri pari consecutivi sapendo che, sommando i $\frac{2}{3}$ del minore con i $\frac{5}{4}$ del maggiore, si ottiene 14.
(Suggerimento: ricorda che un numero pari si può esprimere con $2x$ di conseguenza il suo numero pari consecutivo con $2x+2$).

20 Calcola l'età di un padre e di un figlio sapendo che queste differiscono di 26 anni e che fra 3 anni l'età del figlio sarà metà di quella del padre.

21 Determina l'area e il perimetro di un trapezio rettangolo sapendo che la proiezione del lato obliquo sulla base maggiore misura 12 cm, il lato obliquo è $\frac{5}{4}$ dell'altezza e che la base minore è congruente all'altezza stessa.

22 Le dimensioni di un parallelepipedo sono date da tre numeri consecutivi la cui somma è 48 m. Calcola il volume e l'area della superficie totale del parallelepipedo.

23 Il raggio di un cono è $\frac{5}{12}$ dell'altezza; calcola il volume del solido sapendo che l'area della superficie laterale è 3185π cm^2.

24 L'altezza di un cilindro è $\frac{4}{3}$ del raggio di base; sapendo che l'area della superficie totale è 1050π cm^2, calcola la misura dello spigolo di un cubo equivalente al cilindro.

Risolvi le seguenti disequazioni.

25 $\frac{x-2}{4}+\frac{1-4x}{2}+\frac{1}{8}\leq\frac{7}{8}-\frac{3-2x}{4}.$

26 $\frac{2(2x+1)}{3}+\frac{2(x-1)}{3}+\frac{1}{9}\geq\frac{x+3}{3}-\frac{1}{9}x.$

27 $(2x+3)^2-(2x+3)(2x-3)>6(x-2).$

SOLUZIONE DEGLI ESERCIZI

VALUTAZIONE DEGLI ESERCIZI DI CONOSCENZA

1 un'uguaglianza, letterale, qualunque.
2 **b.**
3 trovare tutte le soluzioni, i due membri.
4 **a.** l'incognita compare al denominatore; **b.** hanno le stesse soluzioni.
5 **a.**
6 **a.** purchè lo si cambi di segno; **b.** possono essere soppressi; **c.** moltiplicando o dividendo, diverso da zero, un'equazione equivalente; **d.** un'equazione equivalente a quella data; **e.** moltiplicando, il m.c.m., i denominatori.
7 **c.**
8 **b.**
9 **a.** parentesi; **b.** denominatori, m.c.m.; **c.** del trasporto; **d.** nella forma normale; **e.** secondo.
10 **a.** determinata; **b.** impossibile; **c.** determinata e ha come soluzione il numero 0; **d.** indeterminata.
11 **c.**
12 $x-a=0 \Rightarrow x=a; \quad x-b=0 \Rightarrow x=b.$
13 **a.** una disuguaglianza, particolari valori, incognite; **b.** trovare tutte le soluzioni.
14 **c.**
15 **a.** una stessa espressione algebrica, equivalente; **b.** trasportato, lo si cambi di segno.
16 **c.**
17 **a.** equivalente; **b.** cambiati, opposto.

VALUTAZIONE DEGLI ESERCIZI DI ABILITÀ: LIVELLO BASE

2 ad esempio, sottraendo 2 ad entrambi i membri si ottiene: $3x+1-2=-3+2x-2$ cioè $3x-1=2x-5$.
4 ad esempio moltiplicando per 2 entrambi i membri si ottiene: $4x+6=12-14x$.
6 $\frac{1}{2}x-2x=-\frac{3}{4}-\frac{5}{3}-7.$
8 $75+3x=-10+10x.$

10 **a.** $x = -4$; verifica: $-14 = -14$; **b.** $x = -6$; verifica: $-13 = -13$; **c.** $x = +6$; verifica: $14 = 14$; **d.** $x = -3$; verifica: $11 = 11$.

12 **a.** indeterminata; **b.** impossibile.

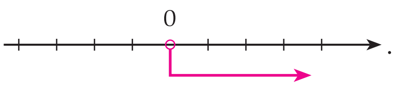
14 $x = 3 \ \Rightarrow$ verifica: $-\frac{19}{14} = -\frac{19}{4}$.

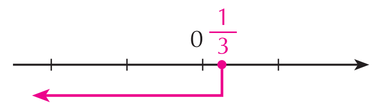
16 $x = 1$.

18 **a.** $x = 4 \quad x = -\frac{3}{7}$; **b.** $x = -\frac{2}{3} \quad x = -\frac{1}{2}$.

20 15, 45.

22 $A = 135\ \text{m}^2$; $2p = 51$ m.

24 $x > 0$ 

26 $x \leq \frac{1}{3}$ 

VALUTAZIONE DEGLI ESERCIZI DI ABILITÀ: LIVELLO MEDIO

1 **a.** $-3x = +3$; $x = -1$; $3 = 3$; **b.** del trasporto; $2x = 0$; secondo; $x = 0$; $5 = 5$.

2 **a.** $x = \frac{3}{2}$; $-\frac{9}{2} = -\frac{9}{2}$; **b.** $x = \frac{1}{3}$; $-\frac{4}{3} = -\frac{4}{3}$; **c.** $x = -\frac{3}{4}$; $-\frac{3}{2} = -\frac{3}{2}$; **d.** $x = -\frac{1}{2}$; $\frac{9}{2} = \frac{9}{2}$.

3 **a.** $2x + 2 - 3x - 1 = -x + 1 \quad \rightarrow \quad 2x - 3x + x = -2 + 1 + 1 \quad \rightarrow \quad 0x = 0$; indeterminata; qualsiasi;
b. $2x + 2x - 2 = 4x + 5 \quad \rightarrow \quad 2x + 2x - 4x = +2 + 5 \quad \rightarrow \quad 0x = 7$; impossibile; nessun.

4 **a.** impossibile; **b.** indeterminata.

5 $\frac{1}{2}x + \frac{3}{4} - 2 = \frac{1}{7}x + 2x - 3$; $14x + 21 - 56 = 4x + 56x - 84$;
$14x - 4x - 56x = -21 + 56 - 84 \quad \rightarrow \quad -46x = -49 \quad \rightarrow \quad x = \frac{49}{46}$.

6 $x = \frac{1}{4}$.

7 $2x - 3x^2 + 6x + 1 = -3x^2 + 4 \quad \rightarrow \quad 2x + 6x = +4 - 1 \quad \rightarrow \quad 8x = 3 \quad \rightarrow \quad x = \frac{3}{8}$.

8 $x = -\frac{5}{11}$.

9 **a.** $x^2 = 200 \cdot 2 = 400 \quad \rightarrow \quad x = \pm\sqrt{400} = \pm 20$; $\frac{1}{2} \cdot 400 - 200 = 0$; $0 = 0$; $x = +20$; $x = -20$:
b. $x^2 = -\frac{3200}{2} = -1600 \quad \rightarrow \quad x = \pm\sqrt{-1\,600}$; impossibile; al quadrato.

10 **a.** $x = \pm 30$; **b.** impossibile.

11 $2x = -5 \quad \rightarrow \quad x = -\frac{5}{2}$; $-x = -3 \quad \rightarrow \quad x = 3$; $x = -\frac{5}{2}$ e $x = 3$.

12 **a.** $x = -\frac{1}{4}$; $\ x = \frac{1}{2}$; **b.** $x = -\frac{2}{3}$; $\ x = 2$.

13 $N_1 + N_2 = 41$; $N_1 - N_2 = 11$; $N_2 = \text{somma} - N_1 = 41 - x$; $x - (41 - x) = 11$; $x = \frac{52}{2} \quad \rightarrow \quad x = 26$;
$N_1 = 26$; 26; 15.

14 21, 30.

15 $N_1 - N_2 = 2$; $\frac{x + (x-2)}{x - (x-2)} = 14 \quad \rightarrow \quad \frac{x + x - 2}{x - x + 2} = 14 \quad \rightarrow \quad \frac{2x - 2}{2} = 14 \quad \rightarrow \quad 2x - 2 = 14 \cdot 2 \quad \rightarrow$

$\rightarrow \quad 2x = 28 + 2 \quad \rightarrow \quad 2x = 30 \quad \rightarrow \quad x = \frac{30}{2} = 15$; $N_2 = x - 2 = 15 - 2 = 13$;

$\frac{15 + (15-2)}{15 - (15-2)} = 14 \quad \rightarrow \quad \frac{15 + 13}{15 - 13} = 14 \quad \rightarrow \quad \frac{28}{2} = 14 \quad \rightarrow \quad 14 = 14$.

16 14, 28.

17 $10(12-x)$; $10x+(12-x)$; $10x+(12-x)=10\cdot(12-x)+x-18$; $x=\dfrac{90}{18}=5$; $12-x=12-5=7$.

18 46.

19 $AB=\dfrac{1}{3}\cdot CD$; $\overline{CD}-\overline{AB}=22$ m; $\dfrac{1}{3}x$; $x-\dfrac{1}{3}x=22 \quad\rightarrow\quad 2x=66 \quad\rightarrow\quad x=33$; entrambi i numeri appartengono a R^+; $33-\dfrac{1}{3}\cdot 33=22 \quad\rightarrow\quad 33-11=22 \quad\rightarrow\quad 22=22$; 33 m e 11 m.

20 20 m, 45 m.

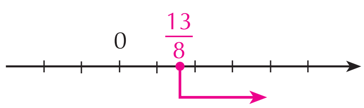
21 $\dfrac{3}{5}x$; $x^2=100$; positiva; $x=+10$ cm;

$$\overline{OB}=\sqrt{\overline{AB}^2-\overline{OA}^2}=\sqrt{10^2-6^2}\text{ cm}=\sqrt{100-36}\text{ cm}=\sqrt{64}\text{ cm}=8\text{ cm}.$$

22 $A=160$ cm^2; $V=100$ cm^3.

23 $\dfrac{3x-3+2-2x}{6}\leq\dfrac{4x+2-6}{6} \quad\rightarrow\quad 3x-3+2-2x\leq 4x+2-6$

$\rightarrow\quad 3x-2x-4x\leq 3-2+2-6 \quad\rightarrow\quad -3x\leq -3 \quad\rightarrow\quad 3x\geq 3 \quad\rightarrow\quad x\geq 1.$

24 $x\geq\dfrac{13}{8}$ 

.

VALUTAZIONE DEGLI ESERCIZI DI ABILITÀ: LIVELLO AVANZATO

1 indeterminata.

2 $x=-\dfrac{21}{40}$.

3 $x=-\dfrac{5}{21}$.

4 $x=0$.

5 impossibile.

6 $x=-3$.

7 $x=\dfrac{1}{2}$.

8 $x=-\dfrac{13}{4}$.

9 $x=\dfrac{7}{22}$.

10 $x=-\dfrac{15}{4}$.

11 $x=-9$.

12 $x=2$.

13 $x=6$.

14 $x=-\dfrac{5}{16}$.

15 $x=-\dfrac{1}{2}$; $\quad x=3$.

16 $x=\dfrac{1}{2}$; $\quad x=-\dfrac{5}{4}$.

17 10, 11, 12.

18 4.

19 6; 8.

20 49; 23.

21 $A=352$ cm^2; $\quad 2p=80$ cm.

22 4080 m^3; 1534 m^2.

23 $34\,300\pi$ cm^3.

24 24,17 cm.

25 $x\geq 0$.

26 $x\geq\dfrac{1}{2}$.

27 $x>-5$.