

Concetti chiave e regole

Le equazioni polinomiali di grado superiore al secondo

Ogni equazione polinomiale del tipo $E(x) = 0$ di grado $n > 2$ si può risolvere solo se il polinomio $E(x)$ è scomponibile in fattori al più di secondo grado; in tal caso, per trovare le soluzioni, si applica la legge di annullamento del prodotto.

Equazioni binomie e trinomie

Fra le equazioni di grado superiore al secondo ve ne sono alcune che si risolvono con metodi particolari.

- Le equazioni **binomie** sono riconducibili alla forma $x^n = k$ e per risolverle si applica la definizione di radicale algebrico:

$$\text{se } n \text{ è pari e } k \geq 0 \quad x = \pm \sqrt[n]{k}$$

$$\text{se } n \text{ è pari e } k < 0 \quad \text{l'equazione è impossibile}$$

$$\text{se } n \text{ è dispari} \quad x = \sqrt[n]{k}$$

- Le equazioni **trinomie** sono riconducibili alla forma $ax^{2n} + bx^n + c = 0$ e per risolverle si opera la sostituzione $x^n = t$.

Nel caso in cui $n = 2$ l'equazione si dice **biquadratica**.

Le disequazioni di grado superiore al secondo

Qualunque disequazione di grado superiore al secondo della forma $E(x) \geq 0$ si risolve scomponendo in fattori al più di secondo grado l'espressione $E(x)$ e studiando poi il segno di ciascuno di tali fattori; se $E(x)$ non è scomponibile, la disequazione non può essere risolta per via algebrica.

Le equazioni irrazionali

Un'equazione è **irrazionale** se l'incognita fa parte dell'argomento di un radicale.

- Le equazioni della forma $\sqrt[3]{A(x)} = B(x)$ sono sempre equivalenti all'equazione $A(x) = [B(x)]^3$

- Le equazioni della forma $\sqrt{A(x)} = B(x)$ si possono risolvere in due modi:

$$\text{- risolvendo il sistema} \quad \begin{cases} B(x) \geq 0 \\ A(x) = [B(x)]^2 \end{cases}$$

$$\text{- risolvendo l'equazione} \quad A(x) = [B(x)]^2 \quad \text{e procedendo alla verifica delle soluzioni.}$$

Disequazioni irrazionali

- La disequazione $\sqrt[3]{A(x)} \geq B(x)$ è equivalente a $A(x) \geq [B(x)]^3$

- La disequazione $\sqrt{A(x)} < B(x)$ è equivalente al sistema $\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ B(x) > 0 \\ A(x) < [B(x)]^2 \end{cases}$

- La disequazione $\sqrt{A(x)} > B(x)$ è equivalente ai due sistemi $\begin{cases} B(x) \geq 0 \\ A(x) > [B(x)]^2 \end{cases} \vee \begin{cases} A(x) \geq 0 \\ B(x) < 0 \end{cases}$