Esercizi di consolidamento

Sugli angoli e le loro misure

1 Converti in gradi, primi e secondi le misure dei seguenti angoli espressi solo in gradi:
$12,45°$ $\quad$ $143,68$ $\quad$ $29,356°$ $\quad$ $83,44°$ $\quad$ $97,436°$

2 Converti in gradi decimali le seguenti misure espresse in gradi, primi e secondi:
$25°14'28''$ $\quad$ $62°15'32''$ $\quad$ $85°24'2''$ $\quad$ $63°22'48''$ $\quad$ $142°25'30''$ $\quad$ $96°45'39''$

Esegui le seguenti operazioni con gli angoli espressi in gradi.

3 $12°25'43'' + 38°52'48''$ $\quad$ $76°52'39'' + 87°56'21''$

4 $78°24'8'' - 15°36'12''$ $\quad$ $129°45'52'' - 86°54'30''$

5 $28°12'34'' \times 6$ $\quad$ $42°37'29'' \times 5$

6 $235°16'42'' : 12$ $\quad$ $156°35'38'' : 8$

7 Trasforma in radianti le seguenti misure espresse in gradi:
$28°$ $\quad$ $50°$ $\quad$ $75°$ $\quad$ $128°$ $\quad$ $95°$ $\quad$ $230°$

8 Trasforma in gradi le seguenti misure espresse in radianti:
$\frac{\pi}{12}$ $\quad$ $\frac{5}{8}\pi$ $\quad$ $\frac{7}{5}\pi$ $\quad$ $\frac{9}{4}\pi$ $\quad$ $\frac{1}{25}\pi$ $\quad$ $\frac{8}{3}\pi$

Problemi.

9 In un triangolo rettangolo, un angolo acuto è la metà dell'altro; calcola le misure in gradi e in radianti dei due angoli.
$\left[30°,\ 60°;\ \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right]$

10 Di due angoli supplementari si sa che uno è i $\frac{3}{5}$ dell'altro. Trova le ampiezze in gradi e radianti dei due angoli.
$\left[112°30',\ 67°30';\ \frac{5}{8}\pi, \frac{3}{8}\pi\right]$

11 Nel triangolo *ABC* l'angolo di vertice *A* è il doppio di quello di vertice *B*, il quale, a sua volta, è i $\frac{2}{3}$ di quello di vertice *C*. Quanto misurano gli angoli del triangolo?
$[60°,\ 40°,\ 80°]$

12 Un quadrilatero ha una coppia di angoli opposti complementari tali che la loro differenza è $20°$; gli altri due angoli del quadrilatero sono uno i $\frac{3}{5}$ dell'altro. Quanto misurano gli angoli di questo quadrilatero?
$[55°,\ 35°,\ 168°45';\ 101°15']$

Sulle funzioni goniometriche e i loro grafici

Costruisci sulla circonferenza goniometrica gli angoli α che soddisfano le seguenti condizioni.

13 $\sin\alpha = \frac{3}{5}$ $\qquad$ $90° < \alpha < 180°$

14 $\sin\alpha = -\frac{2}{3}$ $\quad 270° < \alpha < 360°$

15 $\cos\alpha = -\frac{1}{3}$ $\quad 180° < \alpha < 270°$

16 $\cos\alpha = -\frac{2}{7}$ $\quad 90° < \alpha < 180°$

17 $\tan\alpha = 3$ $\quad 180° < \alpha < 270°$

18 $\tan\alpha = -\frac{7}{3}$ $\quad 90° < \alpha < 180°$

Semplifica le seguenti espressioni.

19 $(3\sin 360° + 2\sin 270°) - (3\sin 90° + 2\cos 90°)$ $[-5]$

20 $(\sin 3\pi + \cos\pi)\sin\frac{5}{2}\pi + 2\sin\frac{3}{2}\pi\left(\cos 2\pi - \sin\frac{\pi}{2}\right)$ $[-1]$

21 $\frac{1}{2}\cos\frac{\pi}{2}\left(\sin\frac{3}{2}\pi + \cos\pi\right) - \frac{3}{2}\sin\frac{\pi}{2}\left(\sin\frac{\pi}{2} - \cos 0\right)$ $[0]$

22 Se $\beta = \frac{\pi}{2}$, quanto vale l'espressione $\frac{4\cos(3\pi-\beta) + 3\cos(2\beta)}{2\cos\left(\frac{\pi}{2}+\beta\right) + 3\sin(2\pi-\beta)}$? $\left[\frac{3}{5}\right]$

23 Se $\alpha = \pi$, quanto vale l'espressione $\frac{1}{2}\tan\left(\frac{3}{2}\pi - \frac{1}{2}\alpha\right) + \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) - 2\tan\left(\alpha - \frac{5}{4}\pi\right)$? $[1]$

Sulle relazioni fondamentali e sugli angoli particolari

24 Sapendo che $\cos\alpha = \frac{1}{9}$ e che α è un angolo acuto, calcola il valore di $\sin\alpha$ e $\tan\alpha$. $\left[\frac{4\sqrt{5}}{9};\ 4\sqrt{5}\right]$

25 Sapendo che $\sin\alpha = \frac{1}{5}$ e che α è un angolo ottuso, calcola il valore di $\cos\alpha$ e $\tan\alpha$. $\left[-\frac{2\sqrt{6}}{5};\ -\frac{\sqrt{6}}{12}\right]$

26 Sapendo che $\tan\alpha = -\frac{\sqrt{7}}{2}$ e che $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, calcola il valore di $\sin\alpha$ e di $\cos\alpha$. $\left[\frac{\sqrt{77}}{11};\ -\frac{2\sqrt{11}}{11}\right]$

27 Sapendo che $\tan\alpha = -\frac{1}{2}$ e che α è un angolo ottuso, calcola il valore di $\sin\alpha$ e $\cos\alpha$. $\left[\frac{\sqrt{5}}{5};\ -\frac{2\sqrt{5}}{5}\right]$

Semplifica le seguenti espressioni.

28 $\sin 45° - 2\cos 30° - \sqrt{2}\cos 45° + \tan 60° + \tan 45°$ $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$

29 $\sin 45° - 4\cos 45° + 3\tan 45° - \frac{\sqrt{2}}{2\cos 45°}$ $\left[2 - \frac{3\sqrt{2}}{2}\right]$

30 $\sqrt{3}\cos 60° + \cos 360° + \frac{\sqrt{3}}{\cos 45°\sin 45°} - \sin 90° - \frac{5}{2}\tan 60°$ $[0]$

31 $\tan\dfrac{\pi}{4} - 4\cos\pi + \sin\pi - \sqrt{3}\cos\dfrac{\pi}{6}$ $\left[\dfrac{7}{2}\right]$

32 $\dfrac{1}{\tan^2\dfrac{\pi}{6}} - 2\sin^2\dfrac{\pi}{4} + \sin\dfrac{\pi}{6} + \dfrac{1}{\cos^2\dfrac{\pi}{4}}$ $\left[\dfrac{9}{2}\right]$

33 $\dfrac{a\sin\dfrac{\pi}{3} + b\cos\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)}{a\tan\dfrac{\pi}{3} - b\sqrt{2}\tan\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)}$ $\left[\dfrac{1}{2}\right]$

34 Calcola un valore approssimato delle funzioni goniometriche fondamentali dei seguenti angoli servendoti di una calcolatrice scientifica.

a. $25°24'$ **b.** $65°20'15''$ **c.** $28°12'43''$ **d.** $55°14'36''$

Semplifica le seguenti espressioni servendoti della calcolatrice per la valutazione delle funzioni goniometriche degli angoli indicati.

35 $\sin 118{,}54° + \cos 73{,}132° - \tan 345{,}83°$ [1,421]

36 $\dfrac{\cos 167{,}45° \cdot \sin(-76{,}34°)}{\cos 107{,}82° \sin 245{,}60°}$ [3,403]

37 $\sqrt{\dfrac{\sin 76{,}43° - \cos 154{,}45°}{\cos 48{,}55° \cdot \sin 120{,}29°}}$ [1,811]

Sugli angoli associati e sulle formule

Utilizzando le relazioni fra gli angoli associati, semplifica le seguenti espressioni.

38 $\cos(\pi+\alpha) - \dfrac{1}{\sin(-\alpha)} + \tan(\pi-\alpha) + \cos(-\alpha) - \tan(-\alpha)$ $\left[\dfrac{1}{\sin\alpha}\right]$

39 $\sin(\pi-\alpha) + 2\cos(-\alpha) + \tan\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)\cdot\sin(-\alpha)$ $[3\cos\alpha + \sin\alpha]$

40 $\tan(180°+\alpha)\sin(90°+\alpha) - \sin(90°+\alpha)\cot(90°+\alpha) - \dfrac{\sin^2(180°+\alpha)}{\cos(180°+\alpha)} - \dfrac{1-\cos^2(-x)}{\cos x}$ $[2\sin\alpha]$

41 $\sin\left(\dfrac{3}{2}\pi-\alpha\right)\cos\left(\dfrac{3}{2}\pi-\alpha\right) + \cos\left(\dfrac{3}{2}\pi+\alpha\right)\sin\left(\dfrac{3}{2}\pi+\alpha\right) + \sin\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)\cos\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)\cot\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)$ $[\sin^2\alpha]$

42 $a^2\sin^2(180°+\alpha) + a^2\sin^2(270°-\alpha) - 2ab\cot(90°-\alpha)\cot(180°+\alpha)+$

$+b^2\cos^2(270°-\alpha) + b^2\cos^2(-\alpha)$ $\left[(a-b)^2\right]$

43 $\sin(\alpha-2\pi)\cot(3\pi+\alpha) + \cos\left(\dfrac{5}{2}\pi-\alpha\right)\cot\alpha$ $[2\cos\alpha]$

44 $\dfrac{\sin(\alpha-4\pi)}{\cos(\alpha-2\pi)} + \dfrac{1-\cos(\alpha+4\pi)}{\tan(\alpha+5\pi)} - \dfrac{1-\cos(6\pi+\alpha)}{\cos(2\pi+\alpha)\sin(\alpha-8\pi)}$ $[\sin\alpha]$

45 $\dfrac{\cot(\pi-\alpha)\tan(\pi+\alpha) + \cot\left(\dfrac{3}{2}\pi-\alpha\right)\tan\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)}{\cot\left(\dfrac{3}{2}\pi-\alpha\right)\tan(\pi+\alpha)}$ [0]

46 $\dfrac{\cos^3(-\alpha)-\cos^3(\alpha-90°)}{\sin^2(90°-\alpha)+\cos(\alpha+180°)\sin(\alpha-180°)+\cos^2(90°+\alpha)}$ $[\cos\alpha-\sin\alpha]$

Applicando le formule di addizione e sottrazione, semplifica le seguenti espressioni.

47 $\sin\left(\alpha+\dfrac{\pi}{4}\right)+\sin\left(\alpha-\dfrac{\pi}{4}\right)$ $[\sqrt{2}\sin\alpha]$

48 $\sin\left(\dfrac{\pi}{6}+\alpha\right)\tan\left(\dfrac{2}{3}\pi+\alpha\right)-\sin\left(\dfrac{5}{3}\pi+\alpha\right)$ $[0]$

49 $\dfrac{\sin\left(\dfrac{\pi}{3}+\alpha\right)+\cos\left(\dfrac{\pi}{3}-\alpha\right)}{\sin\left(\dfrac{\pi}{3}-\alpha\right)+\cos\left(\dfrac{\pi}{3}+\alpha\right)}$ $\left[\dfrac{\cos\alpha+\sin\alpha}{\cos\alpha-\sin\alpha}\right]$

50 $\cos(\alpha+\beta)-\cos\left(\dfrac{3}{2}\pi-\alpha\right)+\cos(\pi+\beta)\cos\alpha$ $[\sin\alpha(1-\sin\beta)]$

Applicando le formule di duplicazione, semplifica le seguenti espressioni.

51 $\dfrac{2-\sin 2\alpha}{1-\dfrac{1}{2}\sin 2\alpha}+\dfrac{\cos 2\alpha}{\cos\alpha-\sin\alpha}$ $[\cos x+\sin x+2]$

52 $\left(\dfrac{\sin 2\alpha}{2\tan 2\alpha}-\dfrac{\cos 2\alpha}{2\cos^2\alpha}\right)\cdot\tan 2\alpha$ $\left[-\dfrac{\sin^3\alpha}{\cos\alpha}\right]$

53 $\cos 2\alpha-\sin(\alpha+\pi)-\cos\alpha\tan(\pi+\alpha)+1$ $[2\cos^2\alpha]$

54 Sapendo che $\sin\alpha=\dfrac{3}{4}$ e che $\dfrac{\pi}{2}<\alpha<\dfrac{3}{4}\pi$, calcola $\sin 2\alpha$, $\cos 2\alpha$, $\tan 2\alpha$.

$\left[\sin 2\alpha=-\dfrac{3\sqrt{7}}{8};\ \cos 2\alpha=-\dfrac{1}{8};\ \tan 2\alpha=3\sqrt{7}\right]$

Applicando le formule di bisezione, semplifica le seguenti espressioni.

55 $2\cos^2\dfrac{\alpha}{2}-\sin^2\dfrac{\alpha}{2}$ $\left[\dfrac{3}{2}\cos\alpha+\dfrac{1}{2}\right]$

56 $2\sin^2\dfrac{\alpha}{2}+3\cos\alpha-1$ $[2\cos\alpha]$

57 $\tan\dfrac{\alpha}{2}\cdot\sin\alpha-2\cos(\pi+\alpha)$ $[\cos\alpha+1]$

58 $\dfrac{\cos\dfrac{\alpha}{2}}{\sin\alpha}\cdot\dfrac{\tan\dfrac{\alpha}{2}-\tan\left(-\dfrac{\alpha}{2}\right)}{2\sin\dfrac{\alpha}{2}}$ $\left[\dfrac{1}{\sin\alpha}\right]$

59 $\cos^2\dfrac{\alpha}{2}+\dfrac{\sin 2\alpha}{\sin\alpha}-1$ $\left[\dfrac{5}{2}(\cos\alpha-1)\right]$

60 Sapendo che $\sin\alpha=\dfrac{3}{5}$ e che $0°<\alpha<90°$, calcola le funzioni goniometriche fondamentali dell'angolo $\dfrac{\alpha}{2}$.

$\left[\sin\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{\sqrt{10}}{10};\ \cos\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{3\sqrt{10}}{10};\ \tan\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{1}{3}\right]$

61 Sapendo che $\tan\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{3}{2}$ (con α angolo acuto), calcola il valore dell'espressione $\dfrac{\sin\alpha+2\cos\alpha}{1-\sin^2\alpha}$.