

I NUMERI RAZIONALI

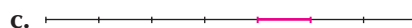
IL CONCETTO DI FRAZIONE

richiami della teoria

- L'**unità frazionaria** rappresenta una sola delle parti uguali in cui è diviso l'intero;
- la **frazione** è un particolare strumento matematico che permette di dividere in parti uguali una certa quantità o un certo numero di oggetti;
- per comprendere come opera una frazione su una grandezza devi applicare il **metodo grafico**. Esso consiste nella rappresentazione degli elementi noti per mezzo di disegni di grandezza opportuna volti a favorire la lettura e l'interpretazione delle relazioni esistenti tra i dati. Occorre in altre parole procedere secondo uno schema logico che può essere sintetizzato in tre passaggi:
 - disegno;
 - corrispondenza tra i dati e il numero delle parti degli stessi;
 - calcolo delle singole parti.

COMPRESIONE DELLA TEORIA

1 Quale unità frazionaria rappresenta la parte colorata dei seguenti segmenti?



2 Rispondi alle seguenti domande.

- a. Qual è l'unità frazionaria che compone la frazione $\frac{5}{9}$?
- b. Da quante unità frazionarie è composta la frazione $\frac{3}{11}$?
- c. Quale frazione è composta da 4 unità frazionarie uguali a $\frac{1}{7}$?

3 Indica quale delle seguenti affermazioni è sbagliata.

Nella frazione $\frac{3}{4}$:

- a. il numero 3 rappresenta il numeratore;
- b. il numero 4 rappresenta il denominatore;
- c. la linea che si trova fra i due numeri prende il nome di linea di divisione.

4 Completa le seguenti frasi scrivendo al posto dei puntini l'unità frazionaria o la frazione corrispondente:

- a. le consonanti sono delle lettere dell'alfabeto italiano;
- b. il mese di aprile è di tutto l'anno;
- c. un alunno in una classe formata da 25 alunni rappresenta di tutta la classe;
- d. il portiere e il centravanti di una squadra di calcio rappresentano di tutta la squadra.

5 Completa la seguente definizione:
la frazione è un operatore che permette di dividere in tante parti, quante ne indica il, e di prenderne in considerazione quante ne indica il

6 Quale frazione rappresenta la parte colorata dei seguenti segmenti?



APPLICAZIONE

7 Disegna un segmento AB lungo 10 cm e su di esso rappresenta le seguenti unità frazionarie:

a. $\frac{1}{2}$; b. $\frac{1}{5}$; c. $\frac{1}{10}$.

8 Scrivi l'unità frazionaria che si ottiene dividendo l'intero nei seguenti casi:

a. sei parti uguali; b. tredici parti uguali; c. ventiquattro parti uguali.

9 Completa la seguente tabella.

Frazione	Numeratore	Denominatore	Unità frazionaria	Numero unità frazionarie considerate
.....	3	5
$\frac{5}{7}$
.....	13 da $\frac{1}{25}$
$\frac{6}{13}$	$\frac{1}{13}$
.....	7	$\frac{1}{23}$

10 Disegna un segmento AB lungo 10 cm e su di esso rappresenta le seguenti frazioni:

a. $\frac{3}{5}$; b. $\frac{3}{10}$; c. $\frac{3}{4}$.

11 Scrivi la frazione che si ottiene nei seguenti casi:

a. consideriamo 7 delle 15 parti uguali in cui dividiamo l'intero;
b. consideriamo 5 delle 13 parti uguali in cui dividiamo l'intero;
c. consideriamo 2 delle 9 parti uguali in cui dividiamo l'intero.

12 *Esercizio Svolto*

Calcola $\frac{2}{3}$ di 18 alunni.

Rappresentiamo i dati con una figura.

Si capisce che 18 alunni corrispondono a 3 frazioni unitarie; pertanto:

$$18 : 3 = 6 \quad (\text{frazione unitaria} = \frac{1}{3})$$

$$6 \cdot 2 = 12 \quad (\text{valore corrispondente a } \frac{2}{3})$$

Opera sulle seguenti grandezze per mezzo delle frazioni indicate.

- 13** a. i $\frac{4}{7}$ di 35 francobolli; b. i $\frac{3}{8}$ di 72 caramelle; c. i $\frac{5}{6}$ di 60 quaderni.
- 14** a. i $\frac{3}{5}$ di 20 alunne; b. i $\frac{4}{3}$ di 24 piatti; c. i $\frac{15}{16}$ di 48 monete da € 1.
- 15** a. i $\frac{5}{7}$ di 49 autovetture; b. i $\frac{13}{8}$ di 72 bicchieri; c. i $\frac{24}{29}$ di 174 matite.

Risolvi i seguenti problemi di geometria applicando il calcolo con le frazioni.

16 *Esercizio Guidato*

Un segmento AB è lungo 21 cm. Calcola la lunghezza del segmento CD sapendo che $CD = \frac{2}{3} \cdot AB$.
Rappresentiamo i dati con una figura.

A _____ B = 21 cm

C _____ D = ?

Si capisce che 21 cm corrisponde alla frazione $\frac{\dots}{3}$; pertanto:

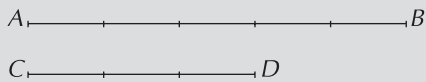
21 : cm = cm (frazione unitaria = $\frac{1}{3}$)

7 · cm = cm ($CD = \frac{2}{3} \cdot AB$)

- 17** Il segmento AB è $\frac{3}{5}$ del segmento CD che è lungo 15 cm. Calcola la misura del segmento AB . [9 cm]
- 18** Il segmento AB è lungo 20 cm ed è $\frac{4}{7}$ del segmento CD . Calcola la lunghezza del segmento CD . [35 cm]
- 19** Il segmento AB è $\frac{2}{7}$ del segmento CD . Calcola la misura dei due segmenti sapendo che la loro somma è 63 cm. [14 cm; 49 cm]
- 20** Il segmento AB è $\frac{3}{2}$ del segmento CD . Calcola la misura dei due segmenti sapendo che la loro differenza è 20 cm. [60 cm; 40 cm]
- 21** L'angolo α è $\frac{2}{3}$ dell'angolo β che è ampio 45° . Quanto misura l'ampiezza dell'angolo α ? [30°]
- 22** L'angolo α è ampio 90° ed è $\frac{3}{4}$ dell'angolo β . Quanto misura l'ampiezza dell'angolo β ? [120°]
- 23** L'angolo α è $\frac{3}{2}$ dell'angolo β . Calcola l'ampiezza dei due angoli sapendo che sono supplementari. [72°; 108°]
- 24** In un triangolo isoscele un lato obliquo è $\frac{3}{4}$ della base che misura 60 cm. Calcola il perimetro del triangolo. [150 cm]
- 25** La base di un rettangolo è lunga 40 cm. Calcola il perimetro del rettangolo sapendo che l'altezza è $\frac{3}{5}$ della base. [128 cm]

26 *Esercizio Guidato*

Il segmento AB è $\frac{5}{3}$ del segmento CD e la somma delle loro lunghezze è 80 cm. Calcola la lunghezza dei segmenti AB e CD .



Dati	Incognite
$\overline{AB} + \overline{CD} = \dots \text{ cm}$	\overline{AB}
$AB = \frac{5}{3} \cdot CD$	\overline{CD}

Dalla figura si capisce che $\overline{AB} + \overline{CD} = 80 \text{ cm}$ corrisponde a unitari (cioè alla frazione $\frac{8}{3}$). Pertanto:

$$80 : \dots \text{ cm} = 10 \text{ cm} \quad (\text{frazione unitaria} = \frac{1}{3})$$

$$10 \cdot \dots \text{ cm} = \dots \text{ cm} \quad \left(\overline{CD} = \frac{3}{3} \right)$$

$$\dots \cdot \dots \text{ cm} = \dots \text{ cm} \quad \left(\overline{AB} = \frac{5}{3} \right)$$

27 Il segmento CD è $\frac{4}{9}$ del segmento AB . Calcola la misura della loro somma sapendo AB supera CD di 15 cm. [39 cm]

28 L'angolo α ha un'ampiezza pari a $\frac{3}{4}$ dell'angolo β . Calcola le misure dei due angoli sapendo che la loro somma è 140° . [60°; 80°]

29 L'angolo α ha un'ampiezza pari a $\frac{7}{3}$ dell'angolo β . Calcola le misure dei due angoli sapendo che la loro differenza è 80° . [140°; 60°]

30 In un triangolo rettangolo gli angoli acuti sono uno $\frac{11}{7}$ dell'altro. Calcola la loro ampiezza. [55°; 35°]

● **31** Il segmento AB è $\frac{2}{7}$ del segmento CD e la differenza delle loro lunghezze è 50 cm. Calcola la lunghezza del segmento EF che misura quanto la semisomma dei segmenti AB e CD . [45 cm]

● **32** Il segmento AB è $\frac{11}{5}$ del segmento CD e supera quest'ultimo di 12 cm. Calcola la misura del segmento EF che ha una lunghezza pari ai $\frac{3}{2}$ della loro somma. [48 cm]

LA CLASSIFICAZIONE DELLE FRAZIONI

richiami della teoria

- Le **frazioni proprie** hanno il numeratore minore del denominatore;
- le **frazioni improprie** hanno il numeratore maggiore del denominatore;
- le **frazioni apparenti** hanno il numeratore multiplo del denominatore;

COMPRESIONE DELLA TEORIA

33 Indica quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali false:

- a. le unità frazionarie sono frazioni improprie;
- b. le frazioni improprie rappresentano una parte di una grandezza che è maggiore della grandezza stessa;
- c. le frazioni apparenti rappresentano l'intero o un multiplo dell'intero;
- d. le frazioni proprie hanno il numeratore maggiore del denominatore.



APPLICAZIONE

34 Date le seguenti frazioni indica in nero le frazioni proprie, in blu le frazioni improprie e in rosso le frazioni apparenti:

$$\frac{5}{3}, \quad \frac{4}{5}, \quad \frac{3}{2}, \quad \frac{9}{3}, \quad \frac{1}{8}, \quad \frac{7}{2}, \quad \frac{15}{5}, \quad \frac{13}{6}, \quad \frac{20}{10}, \quad \frac{2}{3}$$

35 Utilizzando al numeratore i numeri 2, 3, 4 forma tutte le frazioni:

- | | |
|---------------------------------|---------------------------------|
| a. apparenti di denominatore 2; | b. proprie di denominatore 6; |
| c. improprie di denominatore 3; | d. apparenti di denominatore 3; |
| e. improprie di denominatore 4; | f. proprie di denominatore 7. |

LE FRAZIONI EQUIVALENTI

richiami della teoria

- Due o più frazioni sono **equivalenti** se, operando sulla stessa grandezza, ne rappresentano una parte sempre uguale;
- **proprietà invariante**: se si moltiplicano o si dividono, se ciò è possibile, per uno stesso numero diverso da zero, entrambi i termini di una frazione si ottiene una frazione equivalente alla data;
- una frazione è **riducibile** se numeratore e denominatore ammettono divisori comuni;
- una frazione è **ridotta ai minimi termini o irriducibile** se il numeratore e il denominatore sono primi tra loro;
- **ridurre una frazione ai minimi termini** significa trasformarla in un'altra frazione equivalente ed irriducibile;
- per **ridurre una frazione ai minimi termini** basta dividere numeratore e denominatore per il loro M.C.D.;
- per **trasformare una frazione in un'altra di denominatore assegnato**, basta moltiplicare entrambi i termini della frazione per il quoto tra il denominatore assegnato e quello della frazione data;
- **per ridurre due o più frazioni al m.c.d.** si riducono le frazioni ai minimi termini (se necessario); si calcola il m.c.m. dei denominatori; si divide il m.c.d. per il denominatore di ciascuna frazione; si moltiplicano i termini di ogni frazione per i quoto precedentemente ottenuti.

COMPRESIONE DELLA TEORIA

36 Indica quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali false:

- a. le frazioni $\frac{4}{5}$ e $\frac{5}{4}$ sono equivalenti; ✓ F
- b. si può ottenere una frazione equivalente alla frazione $\frac{7}{5}$ avente come denominatore 15; ✓ F
- c. si può ottenere una frazione equivalente alla frazione $\frac{9}{2}$ avente come denominatore 11; ✓ F
- d. le frazioni $\frac{5}{3}$ e $\frac{15}{9}$ sono equivalenti. ✓ F

37 Stabilisci se l'insieme delle frazioni assegnate formano o no una classe di equivalenza:

- a. $\left\{ \frac{5}{3}, \frac{10}{6}, \frac{15}{9}, \frac{20}{12}, \frac{25}{15}, \dots \right\}$ SI NO
- b. $\left\{ \frac{8}{3}, \frac{16}{6}, \frac{24}{9}, \frac{32}{12}, \frac{40}{15}, \dots \right\}$ SI NO
- c. $\left\{ \frac{4}{5}, \frac{8}{5}, \frac{12}{10}, \frac{16}{20}, \frac{20}{25}, \dots \right\}$ SI NO

38 Individua tra le seguenti frazioni quelle irriducibili: $\frac{4}{3}, \frac{15}{10}, \frac{13}{91}, \frac{4}{12}, \frac{6}{9}, \frac{8}{3}, \frac{15}{7}$.

39 Nel trasformare le seguenti frazioni allo stesso m.c.d. sono stati volutamente commessi alcuni errori, individuali e correggili:

a. $\frac{4}{5}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2} \rightarrow \frac{16}{20}, \frac{9}{20}, \frac{10}{20}$; b. $\frac{5}{4}, \frac{7}{6}, \frac{2}{3} \rightarrow \frac{10}{12}, \frac{14}{12}, \frac{6}{12}$.

APPLICAZIONE

Inserisci nelle seguenti uguaglianze al posto dei puntini un numero opportuno in modo che le frazioni risultino equivalenti.

40 *Esercizio Guidato*

- a. $\frac{6}{5} = \frac{18}{\dots}$ Basta moltiplicare numeratore e denominatore per 3: $\frac{6}{5} = \frac{6 \cdot \dots}{5 \cdot \dots} = \frac{18}{15}$;
- b. $\frac{7}{\dots} = \frac{21}{9}$ Basta numeratore e denominatore per 3: $\frac{7}{3} = \frac{7 \cdot \dots}{3 \cdot \dots} = \frac{21}{9}$;
- c. $\frac{\dots}{8} = \frac{9}{2}$ Basta numeratore e denominatore per 4: $\frac{36}{8} = \frac{36 : \dots}{8 : \dots} = \frac{9}{2}$.

41 a. $\frac{4}{5} = \frac{\dots}{10}$; b. $\frac{3}{2} = \frac{12}{\dots}$; c. $\frac{7}{\dots} = \frac{14}{6}$.

42 a. $\frac{13}{15} = \frac{39}{\dots}$; b. $\frac{20}{\dots} = \frac{60}{12}$; c. $\frac{\dots}{5} = \frac{28}{35}$.

43 a. $\frac{5}{6} = \frac{\dots}{30}$; b. $\frac{9}{15} = \frac{12}{\dots}$; c. $\frac{21}{\dots} = \frac{14}{6}$.

44 a. $\frac{5}{4} = \frac{\dots}{16} = \frac{35}{\dots}$; b. $\frac{14}{30} = \frac{21}{\dots} = \frac{42}{\dots}$; c. $\frac{120}{\dots} = \frac{10}{24} = \frac{15}{\dots}$.

45 a. $\frac{3}{5} = \frac{\dots}{10} = \frac{9}{\dots}$; b. $\frac{4}{3} = \frac{12}{\dots} = \frac{20}{\dots}$; c. $\frac{20}{\dots} = \frac{10}{4} = \frac{5}{\dots}$.

- 46 Quali fra le seguenti frazioni sono equivalenti a $\frac{15}{13}$: a. $\frac{60}{39}$; b. $\frac{120}{91}$; c. $\frac{180}{156}$; d. $\frac{480}{416}$.

47 *Esercizio Guidato*

Riduci ai minimi termini la frazione $\frac{80}{150}$.

Per ridurre una frazione ai minimi termini possiamo applicare tre metodi:

a. Riduzione mediante divisioni successive

$$\frac{80}{150} = \frac{80 : 2}{150 : \dots} = \frac{40}{75} = \frac{40 : \dots}{75 : \dots} = \frac{\dots}{15}$$

b. Riduzione con il M.C.D.

$$\text{M.C.D. (80, 50)} = \dots \rightarrow \frac{80}{150} = \frac{80 : \dots}{150 : \dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

c. Riduzione mediante scomposizione

$$\frac{80}{150} = \frac{2^4 \cdot \dots}{\dots \cdot \dots \cdot 5^2} = \frac{2^{\dots}}{\dots \cdot \dots} = \dots$$

Riduci le seguenti frazioni ai minimi termini mediante il metodo delle divisioni successive.

48 a. $\frac{15}{18}$; b. $\frac{12}{30}$; c. $\frac{72}{48}$.

49 a. $\frac{27}{18}$; b. $\frac{24}{30}$; c. $\frac{72}{48}$.

50 Riduci le seguenti frazioni ai minimi termini mediante il metodo del M.C.D.:

a. $\frac{75}{45}$; b. $\frac{21}{49}$; c. $\frac{140}{120}$.

51 Riduci le seguenti frazioni ai minimi termini mediante il metodo della scomposizione:

a. $\frac{36}{48}$; b. $\frac{54}{24}$; c. $\frac{63}{45}$.

Riduci ai minimi termini le seguenti frazioni con il metodo che ritieni più opportuno.

52 a. $\frac{315}{153}$; b. $\frac{825}{396}$; c. $\frac{1170}{1320}$.

53 a. $\frac{1771}{1012}$; b. $\frac{4160}{2028}$; c. $\frac{1241}{73}$.

Trasforma, se è possibile, le seguenti frazioni in altre equivalenti di denominatore assegnato (riducendole quando è necessario ai minimi termini).

54 *Esercizio Svolto*

$\frac{36}{15}$ e $\frac{5}{7}$ con denominatore 20.

- Riduciamo la prima frazione ai minimi termini: $\frac{36}{15} = \frac{12}{5}$.

Calcoliamo il quoto tra il denominatore assegnato 20 e quello della frazione ridotta ai minimi termini: $20 : 5 = 4$.

Moltiplichiamo per 4 entrambi i termini della frazione: $\frac{12}{5} = \frac{12 \cdot 4}{5 \cdot 4} = \frac{48}{20}$.

- La seconda frazione $\frac{5}{7}$ è già ridotta ai minimi termini ma non è possibile trasformarla in un'altra frazione equivalente di denominatore 20 in quanto i denominatori delle due frazioni, 7 e 20, non sono divisibili.

55 a. $\frac{15}{20}$ con denominatore 24; b. $\frac{10}{12}$ con denominatore 18; c. $\frac{7}{6}$ con denominatore 16.

56 a. $\frac{45}{30}$ con denominatore 10; b. $\frac{16}{24}$ con denominatore 18; c. $\frac{21}{6}$ con denominatore 14.

57 a. $\frac{45}{75}$ con denominatore 20; b. $\frac{80}{60}$ con denominatore 18; c. $\frac{63}{30}$ con denominatore 5.

58 a. $\frac{72}{144}$ con denominatore 16; b. $\frac{180}{75}$ con denominatore 45; c. $\frac{264}{297}$ con denominatore 18.

Riduci allo stesso m.c.d. i seguenti gruppi di frazioni.

59 *Esercizio Svolto*

$\frac{5}{8}$ e $\frac{30}{72}$.

La frazione $\frac{5}{8}$ è già ridotta ai minimi termini. Riduciamo la frazione $\frac{30}{72}$ ai minimi termini: $\frac{30}{72} = \frac{5}{12}$.

Calcoliamo il m.c.d. $(8; 12) = 24$; pertanto: $\frac{5}{8} = \frac{15}{24}$; $\frac{5}{12} = \frac{10}{24}$.

60 a. $\frac{3}{4}$ e $\frac{7}{12}$;

b. $\frac{18}{30}$ e $\frac{5}{20}$;

c. $\frac{12}{18}$ e $\frac{15}{12}$.

61 a. $\frac{5}{4}$ e $\frac{9}{12}$;

b. $\frac{28}{50}$ e $\frac{35}{100}$;

c. $\frac{120}{96}$ e $\frac{15}{72}$.

62 a. $\frac{5}{2}$, $\frac{9}{4}$, $\frac{11}{22}$;

b. $\frac{1}{7}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{13}{4}$;

c. $\frac{18}{15}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{3}{24}$.

IL CONFRONTO DI FRAZIONI

richiami della teoria

- Se due frazioni hanno i denominatori uguali e i numeratori diversi, la maggiore è quella che ha il numeratore maggiore;
- se due frazioni hanno i denominatori disuguali, dopo averle ridotte allo stesso denominatore, è maggiore quella che ha il numeratore maggiore.

COMPrensione DELLA TEORIA

- 63** Completa le seguenti proprietà:
- a. tra due frazioni una propria e l'altra impropria è minore la frazione
 - b. se due frazioni hanno i numeratori uguali e i denominatori diversi, la maggiore è quella che ha il

APPLICAZIONE

Confronta le seguenti coppie di frazioni inserendo al posto dei puntini il simbolo di maggiore, minore o uguale.

64 *Esercizio Svolto*

a. $\frac{7}{5} \dots \frac{9}{5}$; b. $\frac{5}{3} \dots \frac{9}{7}$.

a. Le due frazioni hanno lo stesso denominatore pertanto: $\frac{7}{5} < \frac{9}{5}$;

b. Le due frazioni hanno i denominatori disuguali e vanno quindi ridotte allo stesso m.c.d. ovvero 21, quindi $\frac{5}{3} = \frac{35}{21}$ e $\frac{9}{7} = \frac{27}{21}$; è maggiore la frazione che ha il numeratore maggiore, cioè $\frac{35}{21} > \frac{27}{21}$.

Possiamo dunque concludere che $\frac{5}{3} > \frac{9}{7}$.

65 a. $\frac{5}{3} \dots \frac{20}{12}$; b. $\frac{13}{9} \dots \frac{7}{9}$; c. $\frac{4}{7} \dots \frac{5}{8}$.

66 a. $\frac{5}{9} \dots \frac{3}{2}$; b. $\frac{6}{7} \dots \frac{18}{21}$; c. $\frac{5}{3} \dots \frac{2}{3}$.

67 a. $\frac{7}{9} \dots \frac{13}{9}$; b. $\frac{5}{4} \dots \frac{9}{5}$; c. $\frac{3}{5} \dots \frac{5}{3}$.

68 a. $\frac{25}{13} \dots \frac{15}{19}$; b. $\frac{13}{7} \dots \frac{11}{7}$; c. $\frac{14}{21} \dots \frac{18}{25}$.

- **69** Ordina le seguenti frazioni in ordine decrescente: $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{25}{3}$, $\frac{5}{5}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{10}{4}$.

- **70** Ordina le seguenti frazioni in ordine crescente: $\frac{4}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{5}{13}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{6}{13}$.

L'ADDIZIONE E LA SOTTRAZIONE DI FRAZIONI

richiami della teoria

- La **somma di due o più frazioni aventi lo stesso denominatore** è una frazione che ha come denominatore lo stesso denominatore e come numeratore la somma dei numeratori;
- per eseguire la **somma di due o più frazioni non aventi lo stesso denominatore** è necessario ridurle tutte allo stesso m.c.d. e poi sommare i numeratori;
- la **differenza tra due frazioni**, la prima maggiore o uguale alla seconda, **aventi lo stesso denominatore**, è una frazione che ha lo stesso denominatore e come numeratore la differenza dei numeratori;
- per eseguire la **differenza tra due frazioni**, la prima maggiore o uguale alla seconda, **non aventi lo stesso denominatore**, è necessario ridurle allo stesso m.c.d. e poi sottrarre i numeratori;
- la **frazione complementare** di una frazione propria ha per denominatore quello della frazione data e per numeratore la differenza tra il denominatore e il numeratore della frazione.

COMPRESIONE DELLA TEORIA

71 Indica quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali false:

- a. la somma di due frazioni proprie non può mai essere una frazione impropria;
- b. la somma di una frazione propria con 1 è sempre una frazione impropria;
- c. non è possibile eseguire la differenza tra una frazione impropria e una propria.



APPLICAZIONE

72 Calcola il valore delle seguenti addizioni con le frazioni:

a. $\frac{2}{5} + \frac{1}{5}$; b. $\frac{1}{2} + \frac{4}{3}$; c. $\frac{3}{4} + \frac{1}{3} + \frac{5}{6}$.

73 Calcola il valore delle seguenti sottrazioni con le frazioni:

a. $\frac{5}{3} - \frac{1}{3}$; b. $\frac{11}{2} - \frac{5}{6}$; c. $\frac{7}{3} - \frac{1}{2} - \frac{1}{4}$.

74 Calcola le frazioni complementari delle seguenti frazioni proprie:

a. $\frac{2}{3}$; b. $\frac{5}{9}$; c. $\frac{11}{25}$.

MOLTIPLICAZIONE, DIVISIONE, POTENZA DI UNA FRAZIONE

richiami della teoria

- Il **prodotto di due frazioni** è una frazione avente per numeratore il prodotto dei numeratori e per denominatore il prodotto dei denominatori;
- in una moltiplicazione di frazioni si può semplificare "**in croce**" il numeratore di una con il denominatore dell'altra;
- il prodotto di due frazioni **reciproche** o **inverse** è uguale a 1;
- per scrivere l'inversa di una frazione basta **invertire** il numeratore con il denominatore;
- per **dividere** due frazioni basta moltiplicare la prima per l'inversa della seconda;
- la **potenza** di una frazione è una frazione che ha per numeratore la potenza del numeratore e per denominatore la potenza del denominatore.

COMPRESIONE DELLA TEORIA

75 Indica quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali false:

- a. il prodotto di due frazioni complementari dà come risultato 1;
 b. il prodotto di due frazioni inverse dà come risultato 1;
 c. per dividere due frazioni basta moltiplicare la prima per la seconda;
 d. il quadrato di una frazione si ottiene moltiplicando numeratore e denominatore per 2.



APPLICAZIONE

76 Calcola il valore delle seguenti moltiplicazioni con le frazioni:

a. $\frac{5}{4} \cdot \frac{3}{2}$; b. $\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3}$; c. $\frac{11}{2} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{15}{22}$.

77 Calcola il valore delle seguenti divisioni con le frazioni:

a. $\frac{3}{4} : \frac{4}{5}$; b. $\frac{8}{3} : \frac{4}{15}$; c. $\frac{9}{4} : \frac{6}{5} : \frac{3}{2}$.

78 Calcola il valore delle seguenti potenze con le frazioni:

a. $\left(\frac{3}{2}\right)^2$; b. $\left(\frac{1}{3}\right)^3$; c. $\left(\frac{1}{2}\right)^4$.

Calcola il valore delle seguenti espressioni con le frazioni.

79 $\frac{1}{5} : \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{4} - \frac{8}{5}\right) \cdot \left(1 - \frac{7}{11}\right)$.

$\left[\frac{16}{33}\right]$

80 $\left(\frac{1}{2} + \frac{5}{4} - \frac{1}{8}\right) : \frac{13}{8} + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{5}\right)$.

$\left[\frac{23}{15}\right]$

81 $\left[\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(6 - \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{2}{11} - \left(\frac{10}{9} + \frac{1}{4}\right)\right]^2$.

[0]

$$\bullet 82 \quad \frac{4}{5} + \frac{3}{2} \cdot \frac{10}{9} + \frac{1}{4} : \left(\frac{1}{2}\right)^3 - \left(1 + \frac{5}{2}\right) - \frac{2}{3} \quad \left[\frac{3}{10}\right]$$

$$\bullet 83 \quad \left(\frac{7}{2} + \frac{5}{3}\right) - \left[\left(\frac{1}{4} + 3 - \frac{1}{3} - \frac{13}{6}\right) - \left(1 - \frac{5}{9}\right)\right] - \frac{31}{12} \quad \left[\frac{41}{18}\right]$$

$$\bullet 84 \quad \left\{ \left[\left(\frac{5}{3} + \frac{5}{4} \cdot 2\right) : \frac{2}{3} - \left(4 + \frac{1}{2} + \frac{3}{5}\right) \cdot \frac{2}{3} \right] \cdot \frac{5}{3} - \frac{3}{4} \right\} \cdot \left[\left(2 - \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{4} \right] \quad \left[\frac{3}{2}\right]$$

$$\bullet 85 \quad \left[5 - \left(2 + \frac{12}{5}\right) : \left(6 - \frac{6}{5}\right) \right] : \left(2 - \frac{1}{2}\right) - \frac{49}{9} : 2 + \left[\left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4} : \frac{3}{2}\right)^2 : \frac{7}{6} \right] \cdot \frac{12}{21} \quad \left[\frac{2}{3}\right]$$

$$\bullet 86 \quad \left(\frac{17}{36} - 2 \cdot \frac{1}{9}\right) + \left[\left(2^3 + \frac{2}{5} + \frac{9}{4} - 9\right) : \frac{3}{10} - \left(\frac{17}{6} - \frac{13}{30}\right) \cdot \frac{5}{4} \right] \cdot \frac{4}{9} \quad \left[\frac{49}{36}\right]$$

$$\bullet 87 \quad \left[\frac{3}{2} - \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \right] + \left[\frac{10}{3} - \frac{5}{3} - \left(1 - \frac{1}{6}\right) \right] - \left(\frac{1}{2}\right)^3 : \frac{1}{2} \quad \left[\frac{5}{3}\right]$$

$$\bullet 88 \quad \left(1 - \frac{1}{6}\right) \cdot \frac{\left[2 - \left(\frac{3}{5} + 2\right) : \frac{3}{2} + \left(1 - \frac{1}{5}\right) \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^3 \cdot \frac{2^2}{3^4} \right] \cdot 79}{\left[1 + \frac{1}{8} - \left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \frac{4}{3} + \left(\frac{3}{2}\right)^5 : \left(\frac{3}{2}\right)^3 \right] : \left(\frac{1}{2}\right)^3} \quad [1]$$

$$\bullet 89 \quad \frac{\left[\left(\frac{5}{2}\right)^3 : \left(\frac{5}{2}\right)^2 \right]^2 : \left[\left(1 - \frac{1}{4}\right)^3 : \left(\frac{5}{4} - \frac{1}{2}\right)^2 \right]^2 + \frac{5}{9} + \frac{1}{3}}{\left[\left(\frac{3}{4} + \frac{7}{8}\right)^2 + 1 - \left(\frac{9}{8} - 1\right) \right] \cdot \left(\frac{65}{3} + \frac{1}{3} - \frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{7}{25} - \frac{1}{5}\right)} \quad [2]$$

$$\bullet 90 \quad \frac{\frac{2}{5} \cdot \left\{ \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{5}{4} : \left(\frac{5}{2} + \frac{1}{4} - \frac{7}{8}\right) : \frac{5}{12} \right] : \frac{2}{15} \right\} \cdot \frac{2}{5}}{\left[\left(2 + \frac{4}{3}\right) - \left(\frac{1}{4} + \frac{5}{12}\right) + \left(\frac{1}{24} + \frac{9}{8} + \frac{2}{3}\right) \right] : \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{12}\right) - 6} \quad \left[\frac{1}{5}\right]$$

I PROBLEMI CON LE FRAZIONI

APPLICAZIONE

Risolvi i seguenti problemi che necessitano conoscenze sulle operazioni con le frazioni.

- 91** In una classe di una scuola $\frac{2}{5}$ degli alunni giocano a calcio e $\frac{3}{7}$ a pallavolo. Calcola la frazione che rappresenta gli alunni che non praticano alcuno sport. [$\frac{6}{35}$]
- 92** Il padre di Marta acquista un'autovettura pagando $\frac{1}{5}$ del prezzo in contanti, $\frac{2}{3}$ con un assegno e la parte rimanente dopo 8 mesi. Calcola quale frazione rappresenta la parte che bisogna ancora pagare. [$\frac{2}{15}$]
- 93** Nella prima settimana della raccolta di figurine di calciatori, Federico ha riempito $\frac{2}{5}$ del suo album, nella seconda $\frac{1}{4}$ e nella terza $\frac{1}{8}$. Quale frazione rappresenta le figurine mancanti? [$\frac{9}{40}$]
- 94** In seguito ad una inchiesta risulta che $\frac{1}{3}$ degli italiani hanno passato le ferie al mare, $\frac{1}{6}$ al lago e $\frac{1}{5}$ in montagna; gli altri italiani non hanno fatto vacanza. Quale frazione rappresenta questi ultimi? [$\frac{3}{10}$]
- 95** Leo ha speso $\frac{3}{8}$ dei propri risparmi per acquistare un gioco della play station, $\frac{2}{9}$ per un pallone da calcio e $\frac{1}{6}$ per una maglietta della sua squadra del cuore. Quale parte di risparmio gli rimane? [$\frac{17}{72}$]
- 96** Un'eredità deve essere divisa fra tre fratelli; al primo fratello tocca $\frac{2}{5}$, al secondo $\frac{2}{7}$ e il terzo riceve € 33 000. Calcola a quanto ammonta l'intera eredità. [€ 105000]
- 97** Sara parte per le vacanze con un'autovettura che contiene benzina per i suoi $\frac{3}{4}$. Dopo averne consumato $\frac{2}{3}$ si ferma in Autogrill e fa il pieno con 30 litri. Calcola la capacità del serbatoio. [60]
- 98** Un'industria automobilistica in un anno ha venduto sul mercato prima $\frac{4}{7}$ e poi $\frac{3}{5}$ della rimanenza della propria produzione di autovetture. Se rimane un invenduto di 75000 auto, quale è stato il totale della produzione? [437500]
- 99** In un ipermercato la Signora Giulia ha speso $\frac{7}{10}$ di quanto possedeva rimanendo con € 120. Sapendo che $\frac{2}{5}$ della spesa riguardava generi alimentari, $\frac{1}{4}$ è stato speso per l'acquisto di prodotti per la pulizia della casa e il rimanente per comperare un felpa da € 38 e 2 camicie. Quanto è costata ogni camicia? [€ 30]
- 100** Il signor Bianchi acquista una nuova abitazione spendendo € 180000. Paga $\frac{3}{8}$ del totale in contanti e poi si accorda con il costruttore per saldare la cifra rimanente con un mutuo di 10 anni pagabili con rate mensili ed una cambiale a 6 mesi. Sapendo che l'importo della cambiale è $\frac{1}{4}$ dell'importo complessivo delle rate, calcola la cifra della cambiale. [€ 22500]

● **101** Durante l'intervallo di uno spettacolo messo in scena dagli alunni di una scuola, Marco si diverte a contare le persone che assistono all'esibizione. Gli uomini sono $\frac{4}{7}$ delle donne e, queste ultime, superano di 24 unità gli uomini. Sapendo che i bambini sono $\frac{1}{4}$ degli uomini, calcola quante persone assistono allo spettacolo. [96]

● **102** Per raggiungere una nota località turistica la famiglia Rossi decide di effettuare 4 tappe; nel primo tragitto percorrono $\frac{2}{9}$ del percorso, nel secondo $\frac{1}{3}$ della parte rimanente, nel terzo $\frac{1}{4}$ del percorso rimasto dopo le prime due tappe. Calcola quanti chilometri dista la località turistica sapendo che l'ultima tappa era di 315 km. [810 km]

● **103** Calcola la misura dell'altezza di un trapezio rettangolo sapendo che:

- a. il perimetro è 96 cm;
- b. il lato obliquo è $\frac{5}{4}$ della base minore e la loro somma è 45 cm;
- c. la differenza delle due basi è lunga 7 cm.

[24 cm]