

Concetti chiave e regole

Termini primitivi e assiomi

I **termini primitivi** della geometria euclidea sono *punto*, *retta* e *piano* e di tali termini non si deve perciò dare una definizione. Le loro caratteristiche sono tuttavia indicate implicitamente da una serie di **assiomi**, proposizioni delle quali si stabilisce la verità a priori. Gli **assiomi** della geometria euclidea indicano:

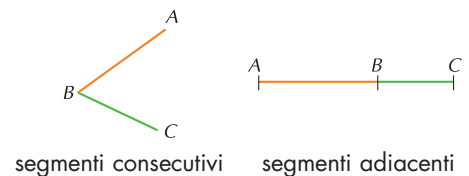
- l'appartenenza di oggetti geometrici ad altri oggetti geometrici:
 - due punti dello spazio appartengono ad una sola retta
 - tre punti non allineati appartengono ad un solo piano
 - se due punti di una retta appartengono a un piano, la retta stessa appartiene al piano
- la possibilità di fissare un ordinamento dei punti su una retta orientata e di stabilire che qualsiasi retta:
 - è illimitata
 - contiene infiniti punti
- la possibilità di ripartire i punti di un piano in due regioni distinte mediante una retta in modo che, per passare da una regione all'altra, occorre necessariamente intersecare la retta
- la possibilità di trasportare segmenti e angoli nel piano conservando lunghezze e ampiezze.

Le proprietà degli oggetti geometrici che si possono dedurre dagli assiomi sono invece dei **teoremi** e per accertarne la verità occorre condurre la loro dimostrazione.

Segmenti e angoli

I termini primitivi e gli assiomi consentono di dare le prime definizioni.

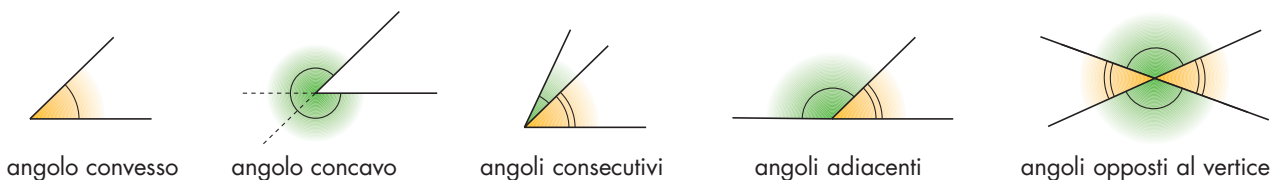
- **Segmento** AB è la parte di retta delimitata dai punti A e B che sono gli estremi del segmento; due segmenti sono consecutivi se hanno un estremo in comune, sono adiacenti se sono consecutivi e appartengono alla stessa retta.



- **Angolo** è ciascuna delle due parti in cui un piano viene diviso da due semirette aventi l'origine in comune; tali semirette costituiscono i lati dell'angolo.

L'angolo che non contiene il prolungamento dei lati è **convesso**, quello che li contiene è **concavo**.

Due angoli sono consecutivi se hanno il vertice e un lato in comune e se gli altri due lati si trovano da parti opposte rispetto a quello comune, sono adiacenti se sono consecutivi e se i lati non comuni appartengono alla stessa retta. Due angoli convessi sono **opposti al vertice** se i lati del primo sono i prolungamenti di quelli del secondo.



La congruenza

Due figure F_1 e F_2 sono **congruenti**, e si scrive $F_1 \cong F_2$, se esiste un movimento rigido mediante il quale ogni punto di F_1 si sovrappone ad uno e un solo punto di F_2 .

Attraverso la relazione di congruenza si può definire:

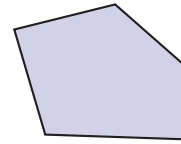
- la lunghezza di un segmento come la caratteristica comune ai segmenti fra loro congruenti
- l'ampiezza di un angolo come la caratteristica comune agli angoli fra loro congruenti.

In particolare abbiamo chiamato:

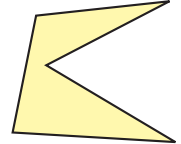
- **punto medio** di un segmento il punto che lo divide in due parti congruenti
- **bisettrice** di un angolo la semiretta uscente dal vertice che lo divide in due angoli congruenti.

I poligoni

Un poligono è la parte di piano delimitata da una poligonale chiusa; un poligono è **convesso** se qualunque segmento che unisce due punti interni appartiene interamente al poligono, **concavo** in caso contrario. Un poligono di tre lati si chiama **triangolo**.



poligono convesso

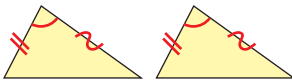


poligono concavo

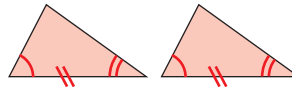
La congruenza dei triangoli

Si può riconoscere la congruenza di due triangoli in base ad alcuni criteri:

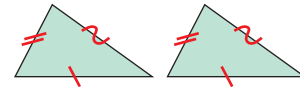
- **primo criterio:** i due triangoli devono avere ordinatamente congruenti due lati e l'angolo fra essi compreso
- **secondo criterio:** i due triangoli devono avere ordinatamente congruenti un lato e i due angoli ad esso adiacenti
- **terzo criterio:** i due triangoli devono avere ordinatamente congruenti i tre lati.



I criterio



II criterio



III criterio

La classificazione dei triangoli

I triangoli si possono classificare:

- in base ai lati in:
 - triangoli **scaleni**, se hanno i tre lati disuguali
 - triangoli **isosceli**, se hanno due lati congruenti
 - triangoli **equilateri**, se hanno tutti i lati congruenti
- in base agli angoli in:
 - triangoli **acutangoli**, se tutti gli angoli sono acuti
 - triangoli **ottusangoli**, se uno degli angoli è ottuso
 - triangoli **rettangoli**, se uno degli angoli è retto.

Possiamo inoltre affermare che:

- in un triangolo isoscele gli angoli opposti ai lati congruenti sono congruenti
- in un triangolo equilatero tutti gli angoli sono congruenti fra loro.

Relazioni fra lati e angoli di un triangolo

In un triangolo valgono le seguenti relazioni fra lati e angoli:

- ogni angolo esterno è maggiore di ciascuno degli angoli interni ad esso non adiacenti
- al lato maggiore sta opposto l'angolo maggiore e, reciprocamente, all'angolo maggiore sta opposto il lato maggiore
- ciascun lato è minore della somma degli altri due e maggiore della loro differenza.

La congruenza dei poligoni

Per stabilire se due poligoni sono congruenti si deve verificare se hanno ordinatamente congruenti tutti i lati e tutti gli angoli eccettuati al più:

- un lato e i due angoli ad esso adiacenti
- due lati e l'angolo fra essi compreso
- tre angoli di vertici consecutivi.

Di questi elementi non è necessario verificare la congruenza.