

Concetti chiave e regole

Identità ed equazioni

Una **identità** è l'uguaglianza fra due espressioni algebriche che è verificata qualunque siano i valori, appartenenti al dominio delle due espressioni, che vengono attribuiti alle variabili.

Un'**equazione** è l'uguaglianza fra due espressioni algebriche che è verificata solo quando le sue variabili assumono particolari valori; tali valori sono le sue soluzioni o radici.

In base al numero di soluzioni, un'equazione può essere:

- **determinata** se ha un numero finito di soluzioni;
- **indeterminata** se ha un numero infinito di soluzioni;
- **impossibile** se non ha soluzioni.

Un'equazione si dice poi:

- **intera** se i denominatori non contengono l'incognita, **frazionaria** in caso contrario;
- **numerica** se l'unica lettera è l'incognita, **letterale** se contiene anche altre lettere.

Equazioni equivalenti

Due equazioni sono **equivalenti** se hanno le stesse soluzioni.

Per passare da un'equazione di dominio D ad un'altra ad essa equivalente si applicano due **principi di equivalenza**:

- primo principio: sommando ai due membri di un'equazione una stessa espressione di dominio D si ottiene un'equazione equivalente a quella data
- secondo principio: moltiplicando i due membri di un'equazione per una stessa espressione di dominio D e non nulla si ottiene un'equazione equivalente a quella data.

Conseguenze di questi due principi sono le seguenti:

- si può spostare un termine da un membro all'altro cambiandogli segno
- due termini uguali in due membri diversi si possono elidere
- si può scrivere un'equazione intera in **forma normale** trasportando tutti i termini al primo membro
- se i due membri dell'equazione hanno un fattore comune numerico non nullo, questo può essere semplificato
- si possono cambiare i segni a tutti i termini di un'equazione
- si possono eliminare i denominatori dell'equazione moltiplicando entrambi i membri per il loro *m.c.m.*

Equazioni lineari

Grado di un'equazione intera $E(x) = 0$ è il grado del polinomio $E(x)$.

Un'equazione di primo grado, o equazione lineare, assume quindi la forma $ax + b = 0$.

Per risolvere un'equazione lineare si applicano i due principi di equivalenza e:

- se $a \neq 0$, la soluzione è $-\frac{b}{a}$
- se $a = 0$ e anche $b = 0$ l'equazione è indeterminata, ovvero ha infinite soluzioni
- se $a = 0$ e $b \neq 0$ l'equazione è impossibile.

Equazioni non lineari

Per risolvere un'equazione $E(x) = 0$ dove $E(x)$ è un polinomio di grado superiore al primo, si deve:

- scomporre $E(x)$ in fattori tutti di primo grado: $(x - a)(x - b)(x - c) = 0$
- applicare la legge di annullamento del prodotto: $x - a = 0 \vee x - b = 0 \vee x - c = 0$
da cui si ricavano le soluzioni $x = a \quad \vee \quad x = b \quad \vee \quad x = c$