

# Concetti chiave e regole

## Il concetto di probabilità

In un esperimento aleatorio:

- lo **spazio campionario** è l'insieme di tutti i possibili esiti dell'esperimento
- **evento aleatorio** è uno dei possibili esiti di un esperimento aleatorio.

La probabilità di un evento aleatorio  $E$  si può definire in modi diversi a seconda della tipologia dell'esperimento; in base alla **definizione classica**, se  $f$  è il numero dei casi favorevoli ad un evento e  $n$  è il numero dei casi possibili, allora

$$p(E) = \frac{f}{n} \text{ ed è } 0 \leq p(E) \leq 1.$$

In particolare, se  $p(E) = 0$  l'evento è impossibile, se  $p(E) = 1$  l'evento è certo.

## Eventi ed insiemi

Dati due eventi  $A$  e  $B$  dello stesso spazio campionario:

- l'**evento opposto** ad  $A$  è l'evento  $\bar{A}$  che si verifica, nell'ambito di  $\Omega$ , quando non si verifica  $A$
- l'**evento unione**  $A \cup B$  si verifica quando si verifica almeno uno degli eventi  $A$  o  $B$
- l'**evento intersezione**  $A \cap B$  si verifica quando si verificano entrambi gli eventi  $A$  e  $B$ ; se l'intersezione di due eventi è l'insieme vuoto, essi si dicono **incompatibili**.

## I teoremi sulla probabilità

Per calcolare la probabilità di un evento che è la combinazione di più eventi si applicano i seguenti teoremi:

- teorema della **probabilità contraria**:  $p(\bar{A}) = 1 - p(A)$
- teorema della **probabilità totale**:  $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$   
e, nel caso di eventi **incompatibili**, essendo  $p(A \cap B) = 0$ :  $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$ .

## La probabilità composta

In alcuni casi, la probabilità di un evento  $A$  dipende dal verificarsi di un altro evento  $B$ ; si parla allora di **probabilità condizionata** e si scrive  $p(A|B)$ . La probabilità condizionata è definita dalla formula (se rispettivamente nei due casi  $B$  e  $A$  non sono gli eventi impossibili):

$$p(A|B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} \quad \text{e analogamente} \quad p(B|A) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)}$$

Se da queste due relazioni ricaviamo la probabilità dell'evento intersezione otteniamo il teorema della **probabilità composta**:

- la probabilità dell'intersezione di due eventi è uguale al prodotto della probabilità di uno di essi per la probabilità condizionata dell'altro, supposto che il primo si sia verificato:

$$p(A \cap B) = p(A|B) \cdot p(B) = p(B|A) \cdot p(A)$$

Quando  $p(A|B) = p(A)$ , cioè quando il sapere che si è verificato  $B$  non altera la probabilità di  $A$ , i due eventi si dicono **indipendenti**; nel caso di eventi indipendenti il teorema della probabilità composta diventa:

$$p(A \cap B) = p(A) \cdot p(B)$$

## Altri modelli di probabilità

La probabilità di un evento può essere valutata secondo altri due modelli:

- secondo il **modello statistico**, è il rapporto fra il numero  $f$  di volte in cui l'evento si è verificato ed il numero  $n$  di prove fatte, quando  $n$  è molto grande; la **legge empirica del caso** ci dice poi che tale valore di probabilità, per  $n$  molto grande, tende ad essere uguale alla probabilità teorica intesa in senso classico
- secondo il **modello soggettivista**, è il rapporto fra il prezzo  $P$  che un individuo è disposto a pagare, ed eventualmente a perdere se l'evento non si verifica, e la somma  $S$  che riceverà in cambio al verificarsi dell'evento.