MATEMATICA per TUTTI

Insiemi e logica

Gli insiemi

I primi elementi

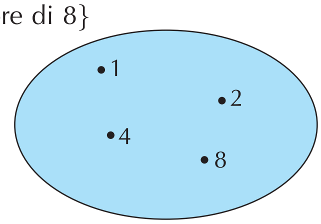
Dopo aver stabilito se i seguenti raggruppamenti sono insiemi, rappresentiamoli in tutti i modi che conosciamo.

1 **ESERCIZIO SVOLTO**

I numeri naturali divisori di 8.

Si tratta di un insieme perché, dato un numero naturale, è sempre possibile stabilire senza equivoci se è o no un divisore di 8, cioè se rispetta la **proprietà caratteristica** dell'insieme.
Indicato con A questo insieme, possiamo rappresentarlo:

- mediante la sua proprietà caratteristica $A = \{x \in N \mid x \text{ è un divisore di } 8\}$
- per elencazione, cioè elencando tutti i numeri che godono di tale proprietà: $A = \{1, 2, 4, 8\}$
- graficamente, mediante un diagramma di Eulero-Venn

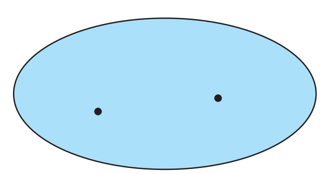


2 **ESERCIZIO GUIDATO**

I numeri interi relativi compresi fra -2 e 1, escludendo gli estremi.

Anche questo è un insieme perché ....
Indicato con B tale insieme, puoi rappresentarlo:

- mediante la sua proprietà caratteristica $B = \{x \in Z \mid \ldots\ldots < x < \ldots\ldots\}$
- per elencazione, cioè elencando tutti i numeri che godono di tale proprietà $B = \{\ldots\ldots , \ldots\ldots\}$
- graficamente, mediante un diagramma di Eulero-Venn



3 **ESERCIZIO GUIDATO**

Gli alunni più bravi della tua classe.
Questo non è un insieme perché ....

4
ESERCIZIO GUIDATO

I ragazzi di 10 anni che hanno un lavoro fisso regolare.

Poiché esiste una legge che prevede che i ragazzi di questa età non possono lavorare, si tratta di un insieme .... che si indica con uno dei seguenti simboli

$\varnothing$ $\{\}$

5
ESERCIZIO GUIDATO

I numeri naturali multipli di 3.

Si tratta di un insieme che ha infiniti elementi. La rappresentazione più opportuna è ....

6 Riconosci ora da solo quali delle seguenti frasi individuano un insieme e rappresentalo nel modo che ritieni più opportuno.

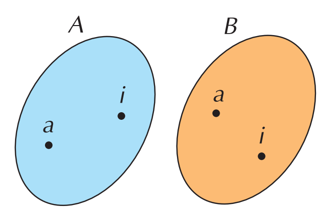
a. I punti cardinali.
b. Le lettere della parola "babbo".
c. I libri di avventure più avvincenti.
d. I tuoi amici più cari.
e. I numeri razionali compresi fra 0 e 2 estremi esclusi.

7
ESERCIZIO SVOLTO

Consideriamo gli insiemi $A = \{x \mid x$ è una vocale della parola "maglia"$\}$ e $B = \{x \mid x$ è una vocale della parola "baia"$\}$.

Se rappresentiamo i due insiemi per elencazione troviamo che

$A = \{a, i\}$ $B = \{a, i\}$



Quando due insiemi hanno gli stessi elementi, si dicono **uguali**.

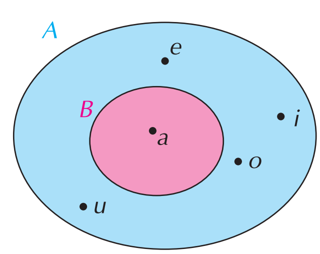
8 Scrivi un insieme uguale ad $A = \{0, 1, 2, 3\}$.

9 Dati gli insiemi $A = \{1, 3, 9\}$ e $B = \{x \in N \mid x$ è divisore di $9\}$ stabilisci se è $A \neq B$ oppure $A = B$.

10
ESERCIZIO SVOLTO

Consideriamo gli insiemi $A = \{a, e, i, o, u\}$ e $B = \{x \mid x$ è vocale di "mamma"$\}$ e rappresentiamoli graficamente.

Il diagramma di Eulero-Venn evidenzia che ogni elemento di B è un elemento anche di A, si dice allora che B è **sottoinsieme proprio** di A e in simboli si scrive



$B \subset A$ (leggi B è contenuto in A)

oppure

$A \supset B$ (leggi A contiene B)

Ricorda che ogni insieme ha sempre due sottoinsiemi particolari: se stesso e l'insieme vuoto. Questi si dicono **sottoinsiemi impropri**.

11 Date le seguenti coppie di insiemi, stabilisci quale dei due è sottoinsieme dell'altro, aiutandoti eventualmente con un diagramma di Eulero-Venn:

a. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ $\quad B = \{1, 3\}$

b. $C = \{a, b, c, d, e\}$ $\quad D = \{a, e\}$

c. $E = \{x \mid x$ è una città della Spagna$\}$ $\quad F = \{x \mid x$ è una città d'Europa$\}$

12 Considera le seguenti coppie di insiemi e stabilisci quando B è sottoinsieme di A e se si tratta di un sottoinsieme proprio o improprio:

a. $A = \{x \in Z \mid -4 < x < 0\}$
$B = \{-3, -2, -1\}$
Rappresenta per elencazione l'insieme A: puoi concludere che ....

b. $A = \{x \in N \mid x$ è divisore di $20\}$
$B = \{x \in N \mid x$ è un numero primo minore di $20\}$

c. $A = \{x \mid x$ è un giorno della settimana$\}$
$B = \{x \mid x$ è un giorno della settimana che inizia per $t\}$
Osserva che B è un insieme ....

d. $A = \{x \in N \mid x$ è un numero pari minore di $20\}$
$B = \{2, 4, 6, 8\}$

e. $A = \{x \in N \mid x$ è un numero dispari minore di $10\}$
$B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

f. $A = \{x \in Z \mid -5 < x < 7\}$ $\quad B = \{x \in Z \mid -3 < x < 4\}$

g. $A = \{x \in Z \mid -7 < x < 1\}$ $\quad B = \{x \in Z \mid -3 < x < 0\}$

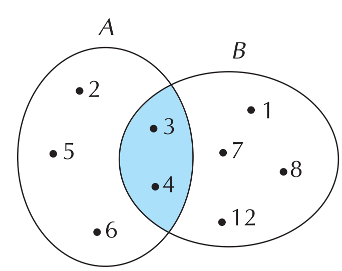
Le operazioni fra insiemi

13 **ESERCIZIO SVOLTO**

Dati gli insiemi $A = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ e $B = \{1, 3, 4, 7, 8, 12\}$, vogliamo determinare la loro intersezione.

Per determinare l'**insieme intersezione** dobbiamo individuare gli elementi che appartengono ad entrambi gli insiemi dati; nel caso assegnato, essendo 3 e 4 gli unici elementi comuni, possiamo scrivere che

$$A \cap B = B \cap A = \{3, 4\}$$

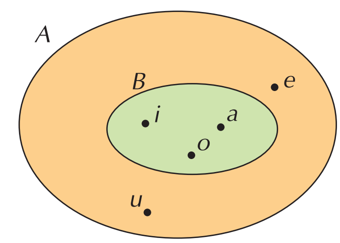


14 **ESERCIZIO SVOLTO**

Determiniamo l'insieme intersezione degli insiemi $A = \{x \mid x$ è una vocale$\}$ e $B = \{x \mid x$ è una vocale della parola "ciao"$\}$.

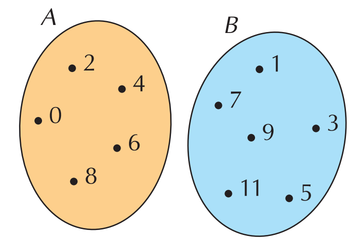
Rappresentando graficamente i due insiemi, vediamo che B è un sottoinsieme proprio di A, quindi gli elementi di B sono anche elementi di A, allora

$$A \cap B = B$$



15 **ESERCIZIO SVOLTO**

Determiniamo l'insieme intersezione degli insiemi $A = \{x \in N \mid x \text{ è un numero pari minore di } 9\}$ e $B = \{x \in N \mid x \text{ è un numero dispari minore di } 12\}$.



I due insiemi, come puoi vedere anche dalla loro rappresentazione grafica, non hanno alcun elemento in comune, cioè sono **disgiunti**, allora

$$A \cap B = \varnothing$$

16 Determina l'intersezione delle seguenti coppie di insiemi:

a. $A = \{0, 2, 6, 11, 13\}$ $\quad B = \{-4, 6, 10, 15\}$

b. $A = \{x \in N \mid 7 < x < 12\}$ $\quad B = \{x \in N \mid 9 < x < 15\}$

c. $A = \{x \in N \mid 16 < x < 125\}$ $\quad B = \{x \in N \mid 54 < x < 315\}$

d. $A = \{x \in N \mid x < 100\}$ $\quad B = \{x \in N \mid 4 < x < 50\}$

17 Dati gli insiemi:

$A = \{3, 8, 9, 21\}$, $\quad B = \{4, 6, 8, 9, 10, 15\}$, $\quad C = \{1, 4, 8, 9, 13\}$,

calcola: $\quad A \cap B \quad B \cap C \quad A \cap B \cap C$

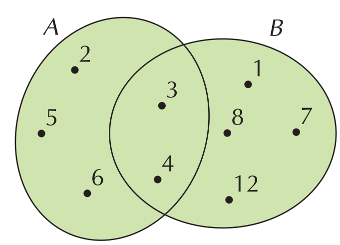
18 Dati i seguenti insiemi:

$A = \{x \in N \mid 5 < x < 20\}$, $\quad B = \{x \in N \mid 8 < x < 30\}$, $\quad C = \{x \in N \mid 2 < x < 16\}$,

calcola: $\quad A \cap B \quad A \cap C \quad A \cap B \cap C$

19 **ESERCIZIO SVOLTO**

Dati gli insiemi $A = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ e $B = \{1, 3, 4, 7, 8, 12\}$, vogliamo calcolare la loro unione.

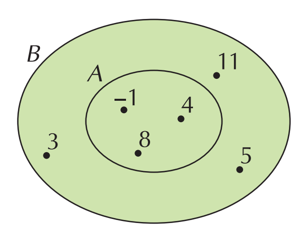


Per determinare l'**insieme unione** dobbiamo considerare gli elementi che appartengono all'uno oppure all'altro degli insiemi dati, scrivendo una volta sola quelli che eventualmente compaiono in entrambi; in sostanza dobbiamo scrivere tutti gli elementi di A e tutti quelli di B senza ripetere due volte gli stessi elementi. Otteniamo così che

$$A \cup B = B \cup A = \Big\{\underbrace{2, 3, 4, 5, 6,}_{\text{elementi di } A} \quad \underbrace{1, 7, 8, 12}_{\text{elementi di } B \text{ senza la ripetizione di 3 e 4}}\Big\}$$

20 **ESERCIZIO SVOLTO**

Determiniamo l'unione degli insiemi $A = \{-1, 4, 8\}$ e $B = \{-1, 3, 4, 5, 8, 11\}$.



In questo caso tutti gli elementi di A sono anche elementi di B; A è dunque un sottoinsieme proprio di B. L'unione dei due insiemi ha allora per elementi quelli di B, cioè

$$A \cup B = B$$

21 **ESERCIZIO GUIDATO**

Determina l'unione degli insiemi $A = \{x \in N \mid 5 < x < 20\}$, $B = \{x \in N \mid -15 < x < -5\}$.

Osserva che B è un insieme ...., quindi $A \cup B =$ ....

22 Determina l'unione fra le seguenti coppie di insiemi:

a. $A = \{x \in N \mid 7 < x < 12\}$ — $B = \{x \in N \mid 2 < x < 10\}$

b. $A = \{x \mid x$ è una lettera della parola "massaia"$\}$ — $B = \{x \mid x$ è una vocale della parola "mamma"$\}$

c. $A = \{x \mid x$ un numero pari minore di $12\}$ — $B = \{x \in N \mid x < 10\}$

d. $A = \{x \in N \mid x$ è la metà di $5\}$ — $B = \{2, 4, 5, 8, 10\}$

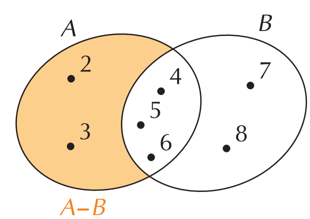
23 **ESERCIZIO SVOLTO**

Dati gli insiemi $A = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ e $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$, vogliamo determinare la differenza $A - B$.

Per determinare l'**insieme differenza** di due insiemi A e B, dobbiamo considerare l'insieme costituito dagli elementi che appartengono ad A ma non a B.

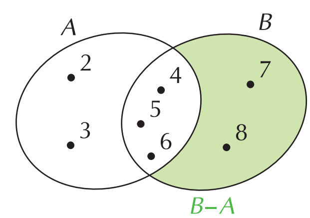
In pratica, dagli elementi dell'insieme A dobbiamo togliere quelli che sono anche dell'insieme B, nel nostro caso dobbiamo togliere da A gli elementi 4, 5 e 6; si ha così che:

$$A - B = \{2, 3\}$$



Attenzione che l'insieme differenza $B - A$ non è la stessa cosa dell'insieme differenza $B - A$:

$$B - A = \{7, 8\}$$

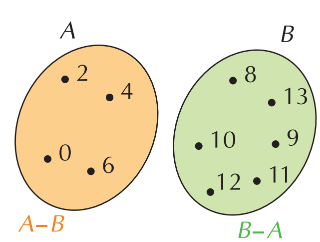


24 **ESERCIZIO SVOLTO**

Dati gli insiemi $A = \{x \mid x$ è un numero pari minore di $7\}$ e $B = \{x \in N \mid 7 < x \leq 13\}$, calcoliamo $A - B$ e $B - A$.

Se riscriviamo i due insiemi per elencazione o se ne facciamo la rappresentazione grafica, ci accorgiamo facilmente che essi sono disgiunti, quindi, per determinare $A - B$ non dobbiamo togliere da A alcun elemento e per determinare $B - A$ non dobbiamo togliere da B nessun elemento:

$$A - B = A \qquad B - A = B$$



25 **ESERCIZIO GUIDATO**

Dati gli insiemi $A = \{x \in N \mid x > 12\}$ e $B = \varnothing$, calcola $A - B$.

Per determinare $A - B$ devi considerare gli elementi di A che non fanno parte di B, ma questo è privo di elementi, quindi ....

26 **ESERCIZIO GUIDATO**

Dati gli insiemi $A = \{x \mid x$ è un numero pari minore di $5\}$ e $B = \{0, 2, 4, 6, 8\}$, calcola $B - A$.

A è un sottoinsieme proprio di B, quindi ....

27 Determina gli insiemi $A - B$ e $B - A$ nei seguenti casi:

a. $A = \{2, 4, 6, 8\}$ e $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$

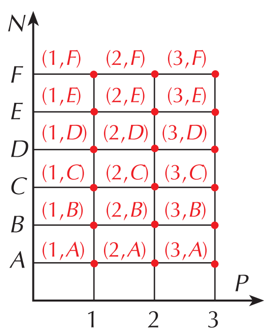
b. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ e $B = \{5, 6, 7, 8\}$

c. $A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

28 **ESERCIZIO SVOLTO**

Ad una festa, la padrona di casa ha preparato tre regali da assegnare a sorte fra i 6 invitati. Ci chiediamo come possono essere distribuiti i regali fra i convenuti.

Indichiamo con 1, 2, 3 i regali preparati e con A, B, C, D, E, F gli invitati, abbiamo cioè gli insiemi $P = \{1, 2, 3\}$ e $N = \{A, B, C, D, E, F\}$. Abbiamo visto che problemi di questo tipo si risolvono considerando il **prodotto cartesiano** fra i due insiemi, cioè l'insieme delle coppie ordinate che si ottengono abbinando ogni elemento del primo insieme con ogni elemento del secondo. Nel nostro caso dobbiamo calcolare $P \times N$.
Le modalità più usate per rappresentare il prodotto cartesiano sono il diagramma cartesiano e la tabella a doppia entrata, che in questo caso sono le seguenti:



P \ N	A	B	C	D	E	F
1	(1,A)	(1,B)	(1,C)	(1,D)	(1,E)	(1,F)
2	(2,A)	(2,B)	(2,C)	(2,D)	(2,E)	(2,F)
3	(3,A)	(3,B)	(3,C)	(3,D)	(3,E)	(3,F)

29 Esegui il prodotto cartesiano $A \times B$ dei seguenti insiemi e rappresentalo mediante un diagramma cartesiano e una tabella a doppia entrata.

a. A = {Paola, Marta} B = {Mario, Lorenzo, Carlo}

b. A = {Ferrari, Mc-Laren, Williams} B = {Vettel, Button, Massa}

c. $A = \{x \in N \mid x \leq 3\}$ $B = \{x \in Z \mid -2 < x < 1\}$

La logica

30 Abbiamo definito **proposizione** una frase per la quale ha senso dire se è vera o se è falsa. Ricordando che abbiamo convenuto di indicare le proposizioni con una lettera minuscola dell'alfabeto, stabilisci in base a questa definizione se le seguenti frasi sono delle proposizioni.

a: «Il mare è blu»

b: «Il gatto abbaia»
c: «Nel Medioevo c'erano le streghe»
d: «Vai al mare domani?»
e: «Carlo ha vinto i campionati di sci della sua scuola»
f: «Studiare è bello».

31 **ESERCIZIO GUIDATO**

Per comporre fra di loro due proposizioni si utilizzano opportuni operatori detti **connettivi logici**. Le operazioni che si possono eseguire fra le proposizioni sono:

- la negazione — operatore logico: trattino sopra la proposizione
- la congiunzione — operatore logico: $\wedge$
- la disgiunzione — operatore logico: $\vee$
- l'implicazione — operatore logico: $\rightarrow$
- la coimplicazione — operatore logico: $\leftrightarrow$

La **negazione:** data la proposizione p:«3 è maggiore di 1», la sua negazione è $\overline{p}$:«3 non è maggiore di 1». Poiché la proposizione p è vera, $\overline{p}$ è falsa.
Date le seguenti proposizioni, costruisci le proposizioni negate e determina il loro valore di verità:

a. p : «4 è un numero dispari»

b. p : «Carlo ha il motorino» (supponi p falsa)

c. p : «Oggi la temperatura è scesa al di sotto dello zero»

d. p : «La mia squadra di pallavolo ha vinto il campionato» (supponi p vera)

e. p : «13 è un numero primo»

32 Date le proposizioni p seguenti, stabilisci se le proposizioni $\overline{p}$ sono espresse in modo corretto:

a. p : «Marco ha vinto la partita a scacchi con Giulio»
$\overline{p}$: «Marco non ha vinto la partita a scacchi con Giulio»
$\overline{p}$: «Marco ha perso la partita a scacchi con Giulio»

b. p : «Andrea è stato eliminato nel torneo di tennis»
$\overline{p}$: «Non è vero che Andrea è stato eliminato nel torneo di tennis»
$\overline{p}$: «Andrea non è stato eliminato nel torneo di tennis»

c. p : «Il triangolo ABC è isoscele»
$\overline{p}$: «Il triangolo ABC è scaleno»
$\overline{p}$: «Il triangolo ABC non è isoscele»

33 **ESERCIZIO GUIDATO**

La **congiunzione:** date due proposizioni a e b si ha che $a \wedge b$ è vera solo se sono vere entrambe le proposizioni, è falsa negli altri casi.
Ad esempio:

- sia a : «7 è un numero primo» (V) e b : «7 è un numero dispari» (V), allora $a \wedge b$: «7 è un numero primo ed è dispari» è vera
- sia a : «5 è un numero pari» (F) e b : «7 è maggiore di 3» (V), allora $a \wedge b$: «5 è un numero pari e 7 è maggiore di 3» è falsa.

Tenendo presenti le osservazioni fatte e date le seguenti proposizioni *a* e *b*, determina il valore di verità di $a \wedge b$:

a. a : «6 è un numero pari» b : «15 è un numero dispari»

b. a : «6 è un multiplo di 3» b : «17 è un multiplo di 4»

c. a : «6 è un sottomultiplo di 21» b : «15 è un sottomultiplo di 30»

d. a : «Robbye Williams è un ballerino» b : «Paganini è un cantante»

34 **ESERCIZIO GUIDATO**

La **disgiunzione:** date due proposizioni *a* e *b* si ha che $a \vee b$ è falsa solo se sono false entrambe le proposizioni, è vera negli altri casi. Ad esempio:

- sia a : «8 è un numero pari» (V) e b : «8 è un numero negativo» (F), allora $a \vee b$: «8 è un numero pari oppure è negativo» è vera
- sia a : «17 è un numero pari» (F) e b : «5 è minore di -2» (F), allora $a \vee b$: «17 è un numero pari o 5 è minore di -2» è falsa.

Tenendo presenti le osservazioni fatte e date le seguenti proposizioni *a* e *b*, determina il valore di verità di $a \vee b$:

a. a : «8 è un numero pari» b : «13 è un numero dispari»

b. a : «12 è un multiplo di 2» b : «14 è un multiplo di 5»

c. a : «8 è il successivo di 7» b : «8 è un numero primo»

d. a : «Nibali è un attore» b : «Claudia Schiffer è una cantante»

35 **ESERCIZIO GUIDATO**

L'**implicazione:** date due proposizioni *a* e *b* si ha che $a \rightarrow b$ è falsa solo se *a* è vera e *b* è falsa, è vera in tutti gli altri casi; la proposizione *a* si dice **premessa**, la proposizione *b* si dice **conseguenza**.
Ad esempio, sia a : «Carlo lavora in Comune» e b : «Maria è sposata con Carlo», valutiamo la proposizione $a \rightarrow b$: «se Carlo lavora in Comune allora è sposato con Maria»; si possono verificare le seguenti situazioni:

- Carlo lavora in Comune ed è sposato con Maria, allora la proposizione $a \rightarrow b$ è vera perché sono vere sia la premessa che la conseguenza;
- Carlo lavora in Comune ma non è sposato con Maria, allora $a \rightarrow b$ è falsa perché la premessa è vera e la conseguenza è falsa;
- Carlo non lavora in Comune ma è sposato con Maria, allora $a \rightarrow b$ è vera perché la premessa è falsa e la conseguenza è vera;
- Carlo non lavora in Comune e non è nemmeno sposato con Maria, allora $a \rightarrow b$ è vera perché sia la premessa che la conseguenza sono false.

Tenendo presenti le osservazioni fatte, determina il valore di verità di $a \rightarrow b$ a seconda dei valori di verità assunti dalle proposizioni *a* e *b* seguenti:

a. a : «Mauro è laureato in lettere» b : «Mauro è analfabeta»

b. a : «Mario è amico di Anna» b : «Anna è amica di Giulio»

c. a : «8 è pari» b : «8 è un numero negativo»

d. a : «Ronaldo è di nazionalità italiana» b : «Zoff è allenatore dell'Inter»

36 **ESERCIZIO GUIDATO**

La **coimplicazione:** date due proposizioni a e b si ha che $a \leftrightarrow b$ è vera se e solo se a e b sono entrambe vere o entrambe false.
Ad esempio, sia a : «Caligola era un imperatore russo» e b : «Mio nonno da giovane ha traversato la Manica a nuoto», valutiamo la proposizione $a \leftrightarrow b$: «Caligola era un imperatore russo se e solo se mio nonno da giovane ha traversato la Manica a nuoto»; poiché la proposizione a è falsa, si verifica che:

- $a \leftrightarrow b$ è vera se anche la proposizione b è falsa, cioè se mio nonno non ha mai traversato la Manica a nuoto
- $a \leftrightarrow b$ è falsa se la proposizione b è vera, cioè se mio nonno ha davvero traversato la Manica a nuoto.

Tenendo presenti le osservazioni fatte, determina il valore di verità di $a \leftrightarrow b$ a seconda dei valori di verità assunti dalle proposizioni a e b seguenti:

a. a : «Michele gioca a pallacanestro» b : «Michele abita a Firenze»
b. a : «9 è un numero primo» b : «7 è un numero pari»
c. a : «8 è maggiore di 3» b : «5 è minore di 1»
d. a : «Roma è la capitale d'Italia» b : «Parigi è in Francia»

37 **ESERCIZIO SVOLTO**

Una proposizione composta è spesso il risultato di una serie di operazioni logiche sulle proposizioni che la compongono. Ad esempio il valore di verità di $(a \vee \overline{b}) \wedge b$ dipende dai valori di verità delle proposizioni a, b e $\overline{b}$; per rappresentare tutti i possibili casi che si possono presentare, si ricorre allora ad una tavola di verità che, nel caso della proposizione in esame è la seguente:

a	b	$\overline{b}$	$a \vee \overline{b}$	$(a \vee \overline{b}) \wedge b$
V	V	F	V	V
V	F	V	V	F
F	V	F	F	F
F	F	V	V	F

38 Costruisci le tavole di verità delle seguenti proposizioni:

a. $(a \vee b) \wedge \overline{b}$ **b.** $b \to (a \wedge \overline{b})$ **c.** $(a \wedge b) \vee (\overline{b} \wedge c)$

39 **ESERCIZIO GUIDATO**

Una frase che contiene variabili è detta **enunciato aperto**; in questo caso, accanto al nome della frase si indica anche quello della variabile racchiuso fra parentesi tonde. Ad esempio:

$a(x)$: «x è un numero pari» $b(x, y)$: «x è iscritto nella scuola y»

Nel primo enunciato aperto i valori da attribuire alla x per farlo diventare una proposizione sono numeri naturali; nel secondo enunciato x deve essere scelto in un insieme di ragazzi, y in un insieme di scuole.
L'insieme dei valori fra cui scegliere quello da attribuire alla variabile è detto **dominio** dell'enunciato aperto.

Fra i valori del dominio ci sono poi quelli che rendono vero un enunciato e ci sono quelli che lo rendono falso; ad esempio, 3 rende falso l'enunciato a, 8 lo rende vero.
Il sottoinsieme del dominio formato dagli elementi che rendono vero un enunciato è detto **insieme di verità** dell'enunciato.

Tenendo presente quanto ricordato, determina il dominio e l'insieme di verità dei seguenti enunciati aperti:

a. $a(x)$: «x è parente di Giulia» **b.** $b(x)$: «x è minore di 9»

c. $c(x)$: «x lavora alla Fiat» **d.** $p(x, y)$: «x è un divisore di y»

Risultati di alcuni esercizi.

2. $B = \{-1, 0\}$.

5. $I = \{x \in N \mid x \text{ è multiplo di } 3\}$.

6. Sono insiemi: **a.** $A = \{\text{Nord, Sud, Est, Ovest}\}$; **b.** $B = \{b, a, o\}$; **e.** $E = \{x \in Q \mid 0 < x < 2\}$.

9. $A = B$.

11. **a.** $B \subset A$; **b.** $D \subset C$; **c.** $E \subset F$.

12. **a.** $B = A$, improprio; **b.** B non è sottoinsieme di A; **c.** $B = \varnothing$, improprio; **d.** $B \subset A$, proprio; **e.** $B = A$, improprio; **f.** $B \subset A$, proprio; **g.** $B \subset A$, proprio.

16. **a.** $A \cap B = \{6\}$; **b.** $A \cap B = \{10, 11\}$; **c.** $A \cap B = \{x \in N \mid 54 < x < 125\}$; **d.** $A \cap B = B$.

17. $A \cap B = \{8, 9\}$; $B \cap C = \{4, 8, 9\}$; $A \cap B \cap C = \{8, 9\}$.

18. $A \cap B = \{x \in N \mid 8 < x < 20\}$; $A \cap C = \{x \in N \mid 5 < x < 16\}$; $A \cap B \cap C = \{x \in N \mid 8 < x < 16\}$.

21. $A \cup B = A$.

22. **a.** $A \cup B = \{x \in N \mid 2 < x < 12\}$; **b.** $A \cup B = A = \{a, i, m, s\}$; **c.** $A \cup B = \{x \in N \mid x \leq 10\}$; **d.** $A \cup B = B$.

25. $A - B = A$.

26. $B - A = \{6, 8\}$.

27. **a.** $A - B = \{2\}$, $B - A = \{5, 7\}$; **b.** $A - B = A$, $B - A = B$; **c.** $A - B = \varnothing$, $B - A = \{4, 5, 6, 7, 8\}$.

29. **a.** $A \times B = \{(P,M), (P,L), (P,C), (M,M), (M,L), (M,C)\}$;

b. $A \times B = \{(F,S), (F,F), (F,I), (M,S), (M,F), (M,I), (B,S), (B,F), (B,I)\}$;
Le lettere sono le iniziali dei nomi

c. $A \times B = \{(0, -1), (0,0), (1, -1), (1,0), (2, -1), (2,0), (3, -1), (3,0)\}$.

30. Sono proposizioni: b, c, e.

32. **a.** corretta la prima; **b.** corrette entrambe; **c.** corretta la seconda.

33. **a.** V; **b.** F; **c.** F; **d.** F.

34. **a.** V; **b.** V; **c.** V; **d.** F.

38. **a.** è vera quando a(V), b(F); **b.** è vera quando a(V), b(F); a(F), b(F);
c. è vera quando a(V), b(V), c(V); a(V), b(V), c(F); a(V), b(F), c(V); a(F), b(F), c(V).