

# APPROFONDIMENTO

## La simmetria dei due tipi di iperbole

Anche nel caso dell'iperbole possiamo ottenere l'equazione di un tipo a partire dall'altro utilizzando la simmetria rispetto alla bisettrice del primo e terzo quadrante (**figura 1**).

Operando quindi le sostituzioni  $x \rightarrow y$  e  $y \rightarrow x$

sull'equazione  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  troviamo:

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 \quad \text{cioè riordinando i termini} \quad \frac{x^2}{b^2} - \frac{y^2}{a^2} = -1$$

La forma è sostanzialmente la stessa con i ruoli scambiati dei parametri  $a$  e  $b$ .

Per esempio, consideriamo l'iperbole con i fuochi sull'asse  $x$  di equazione  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$  che ha il semiasse trasverso uguale a 2 e quello non trasverso uguale a  $\sqrt{5}$ , per asintoti le rette  $y = \pm \frac{\sqrt{5}}{2}x$  (in verde nella **figura 2**). La sua simmetrica rispetto alla retta  $y = x$  ha equazione (in rosso nella stessa figura)

$$\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = -1$$

e rappresenta un'iperbole con i fuochi sull'asse  $y$ , semiasse trasverso uguale a 2, semiasse non trasverso uguale a  $\sqrt{5}$ , asintoti di equazione

$$y = \pm \frac{2}{\sqrt{5}}x.$$

Figura 1

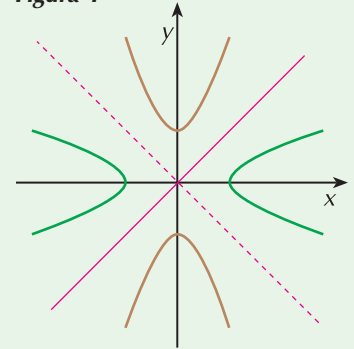
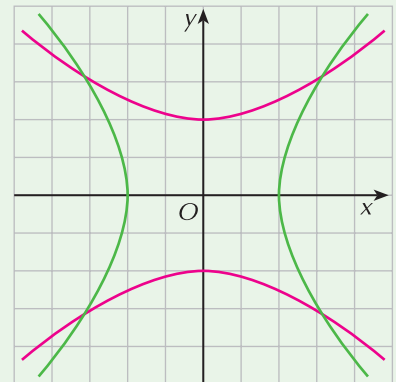


Figura 2



## ESERCIZI

Scrivi le equazioni delle iperboli trasformate di quelle assegnate in una simmetria rispetto alla bisettrice del primo e terzo quadrante e costruisci poi il grafico di entrambe le curve.

1  $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{9} = 1$        $\frac{x^2}{18} - y^2 = -1$

2  $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{9} = 1$        $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1$

3  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{25} = -1$        $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{7} = -1$

4  $x^2 - \frac{y^2}{10} = 1$        $\frac{x^2}{36} - y^2 = -1$