APPROFONDIMENTO

La dimostrazione dei criteri di congruenza dei triangoli rettangoli

Teorema. Due triangoli rettangoli sono congruenti se hanno ordinatamente congruenti:
- i due cateti, oppure
- un cateto e un angolo acuto, oppure
- l'ipotenusa e un angolo acuto, oppure
- l'ipotenusa e un cateto.

- Nel primo caso rientriamo nel primo criterio di congruenza perché l'angolo compreso è quello retto (***figura 1a***).
- Nel secondo caso rientriamo nel secondo criterio se l'angolo acuto è quello adiacente al cateto (***figura 1b***), nel quarto criterio se l'angolo acuto è quello opposto al cateto (***figura 1c***).
- Nel terzo caso rientriamo nel quarto criterio perché l'angolo opposto all'ipotenusa è quello retto (***figura 1d***).
- La dimostrazione del quarto caso rientra nel terzo criterio perché dimostreremo adesso che se due triangoli rettangoli hanno l'ipotenusa ed un cateto ordinatamente congruenti, anche l'altro cateto del primo triangolo è congruente al suo omologo; ti invitiamo a completare per esercizio questa dimostrazione.
  Disegnati i triangoli ABC e $A'B'C'$ rettangoli A e in A', supponiamo che sia $CB \cong C'B'$ e $AB \cong A'B'$ e dimostriamo che $AC \cong A'C'$ (***figura 1e***).
  A questo scopo prolunghiamo il cateto AC di un segmento $AD \cong A'C'$ e congiungiamo B con D. I due triangoli $A'B'C'$ e ABD sono congruenti perché .... Allora $DB \cong C'B'$ e perciò $DB \cong CB$ perché ....
  Il triangolo CBD è quindi isoscele di base CD e AB è l'altezza relativa alla base, quindi $AC \cong$ .... Per la proprietà transitiva della congruenza si ha allora che $AC \cong$ .... I due triangoli ABC e $A'B'C'$ sono quindi congruenti per il terzo criterio.

Figura 1