

SCHEDA DI APPROFONDIMENTO

INSIEMI EQUIPOTENTI

Consideriamo la definizione di insiemi equipotenti data nel testo base:

DEFINIZIONE. Due insiemi che sono in corrispondenza biunivoca si dicono **equipotenti**.

Perché non si dice semplicemente che hanno lo stesso numero di elementi? Non lo si può dire perché la cosa è un po' più complicata e piuttosto curiosa. Vediamo perché e riprendiamo così il concetto di insieme infinito cui avevamo accennato a pagina 260 del testo base.

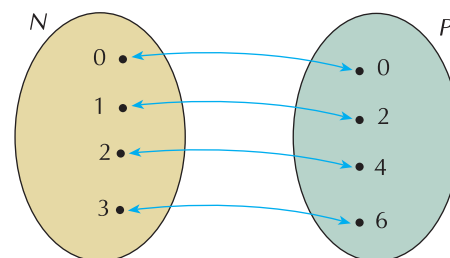
Nella stessa pagina, abbiamo detto che B è un sottoinsieme proprio di A se tutti i suoi elementi sono contenuti nell'insieme A e contemporaneamente l'insieme B non è identico ad A . In altre parole, B è un sottoinsieme proprio di A , se A , oltre a tutti gli elementi di B , contiene degli elementi (almeno uno) che non sono elementi di B .

Consideriamo ora l'insieme dei numeri naturali. L'insieme dei numeri pari è sicuramente un suo sottoinsieme proprio. Infatti i numeri dispari fanno parte dell'insieme dei numeri naturali ma non fanno parte dell'insieme dei numeri pari. Possiamo stabilire una corrispondenza biunivoca fra l'insieme dei numeri naturali e l'insieme dei numeri pari:

al numero	0	facciamo corrispondere	0
al numero	1	facciamo corrispondere	2
al numero	2	facciamo corrispondere	4
al numero	3	facciamo corrispondere	6
al numero	4	facciamo corrispondere	8
al numero	5	facciamo corrispondere	10

..... e così via

Ad ogni numero naturale di N facciamo corrispondere un numero pari di P e uno solo: il suo doppio. Viceversa ad ogni numero pari di P facciamo corrispondere un numero naturale e uno solo di N : la sua metà (**figura a lato**).



Dunque l'insieme dei numeri naturali, che è infinito, è in corrispondenza biunivoca con un suo sottoinsieme proprio: essi sono due insiemi infiniti equipotenti.

Perché la cosa è curiosa? A intuito tenderemmo a dire che i numeri naturali sono il doppio dei numeri pari. Infatti l'insieme dei numeri naturali è l'insieme unione di quello dei numeri pari e di quello dei numeri dispari. Non potendo dire quale dei due contiene più elementi (sono entrambi infiniti), riconosciamo che l'insieme dei numeri naturali e quello dei numeri pari hanno la stessa "potenza": sono cioè equipotenti.