Approfondimento

Le proprietà delle operazioni fra vettori

L'addizione

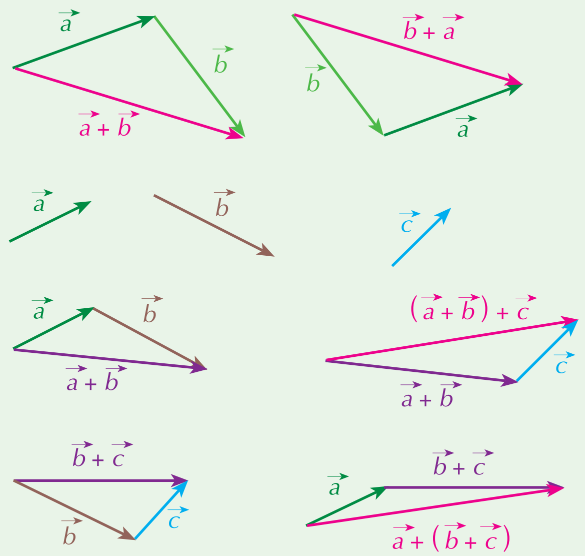
L'addizione fra vettori gode delle seguenti proprietà:

- è **commutativa**: $\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$ (***figura 1a***)
- è **associativa**: $\left(\vec{a}+\vec{b}\right)+\vec{c}=\vec{a}+\left(\vec{b}+\vec{c}\right)$ (***figura 1b***)
- possiede **elemento neutro**, il vettore nullo $\vec{0}$
- ogni vettore $\vec{a}$ ha il suo opposto $-\vec{a}$
- la somma di due vettori opposti è il vettore nullo.

Figura 1

a. l'addizione è commutativa

b. l'addizione è associativa



La moltiplicazione per uno scalare

La moltiplicazione di un vettore per un numero reale gode delle seguenti proprietà:

- è **commutativa**: $k\vec{a}=\vec{a}k$
- è **associativa**: $(hk)\vec{a}=h(k\vec{a})$ con $h,k \in R$
- il numero 1 è l'**elemento neutro**: $1\cdot\vec{a}=\vec{a}\cdot 1=\vec{a}$
- valgono le due **proprietà distributive**:

$$k\left(\vec{a}+\vec{b}\right)=k\vec{a}+k\vec{b} \qquad \text{e} \qquad (h+k)\vec{a}=h\vec{a}+k\vec{a}$$

In particolare, ogni vettore $\vec{v}$ può essere visto come il prodotto del suo modulo v per il vettore unitario $\vec{u}$ che ha la stessa direzione e lo stesso verso di $\vec{v}$: $\vec{v}=v\cdot\vec{u}$.