

LE TRASFORMAZIONI ISOMETRICHE

PREREQUISITI

- conoscere le caratteristiche e le proprietà dei principali poligoni e saperli rappresentare nel piano
- utilizzare riga e squadra per tracciare rette parallele e perpendicolari
- utilizzare correttamente il compasso
- definire e rappresentare un angolo orientato

CONOSCENZE

1. le figure direttamente ed inversamente congruenti
2. le proprietà della congruenza
3. le caratteristiche della traslazione
4. le caratteristiche della rotazione
5. le caratteristiche della simmetria assiale e centrale
6. le simmetrie e i poligoni

ABILITÀ

- A. riconoscere figure direttamente e inversamente congruenti
- B. applicare una traslazione
- C. applicare una rotazione
- D. applicare una simmetria assiale e centrale

PER RICORDARE

La congruenza:

1. i **movimenti rigidi** sono quelle trasformazioni geometriche del piano che lasciano inalterata forma ed estensione delle figure;
2. i **movimenti rigidi diretti** sono quelle trasformazioni che si compiono nel piano in cui si trovano le figure da sovrapporre: in questo caso tali figure sono **direttamente congruenti**;
3. i **movimenti rigidi inversi** sono quelle trasformazioni che si compiono uscendo dal piano in cui si trovano le figure da sovrapporre: in questo caso tali figure sono **inversamente congruenti**.

La traslazione:

4. la **traslazione** è un **movimento isometrico diretto** del piano determinato da un **vettore** che fissa modulo, direzione e senso di spostamento;
5. la **composizione** o il **prodotto** di due o più traslazioni è ancora una traslazione;
6. la regola del **parallelogrammo** è un procedimento che permette di determinare il vettore risultante di due traslazioni.

La rotazione:

7. la **rotazione** è un **movimento isometrico diretto** del piano determinato da un centro di rotazione, da un angolo orientato che determina l'ampiezza e il verso del movimento del piano;
8. per determinare l'**ampiezza dell'angolo di rotazione** in due figure che si corrispondono in una rotazione, basta congiungere il centro della rotazione con due vertici corrispondenti delle due figure;
9. la **composizione** o il **prodotto** di due o più rotazioni concentriche è ancora una **rotazione** in cui l'angolo di rotazione è uguale alla somma dei due angoli relativi alle due rotazioni, se queste avvengono nello stesso verso; alla differenza fra i due angoli di rotazione se le due rotazioni avvengono in senso opposto.

Le simmetrie:

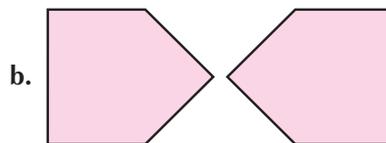
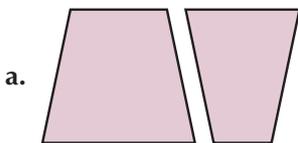
10. la **simmetria assiale** è un **movimento isometrico inverso** del piano che fa corrispondere ad un punto A un punto A' posto alla stessa distanza dall'asse ma dalla parte opposta rispetto ad esso;
11. la **simmetria centrale** è un **movimento isometrico diretto** del piano che fa corrispondere ad un punto A un punto A' posto alla stessa distanza dal centro di simmetria ma dalla parte opposta rispetto ad esso;
12. la **composizione** o il **prodotto** di due simmetrie assiali con **assi paralleli** corrisponde ad una traslazione definita da un vettore perpendicolare agli assi e con modulo che equivale al doppio della loro distanza;
13. la **composizione** o il **prodotto** di due simmetrie assiali con **assi incidenti** corrisponde ad una rotazione avente il centro nel punto di intersezione dei due assi e angolo di rotazione orientato di ampiezza doppia rispetto all'angolo formato dai due assi;
14. la **composizione** o il **prodotto** di due simmetrie assiali con **assi perpendicolari** corrisponde ad una simmetria centrale avente il centro nel punto di intersezione dei due assi;
15. la **bisettrice** di un angolo è l'asse di simmetria dell'angolo stesso;
16. il **triangolo isoscele** possiede un asse di simmetria e non ha il centro di simmetria;
17. il **triangolo equilatero** possiede tre assi di simmetria e non ha il centro di simmetria;
18. il **parallelogrammo** non possiede assi di simmetria e ha un centro di simmetria;
19. il **rettangolo** possiede due assi di simmetria e ha un centro di simmetria;
20. il **quadrato** possiede quattro assi di simmetria e ha un centro di simmetria;
21. il **rombo** possiede due assi di simmetria e ha un centro di simmetria;
22. il **trapezio isoscele** possiede un asse di simmetria e non ha il centro di simmetria;
23. i **poligoni regolari** possiedono tanti assi di simmetria quanti sono i lati del poligono; inoltre quelli con un numero pari di lati, hanno anche un centro di simmetria;
24. il **cerchio** possiede infiniti assi di simmetria e un centro di simmetria.

ESERCIZI DI CONOSCENZA

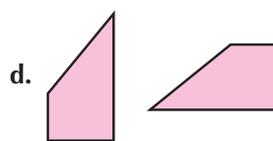
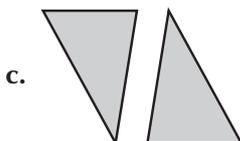
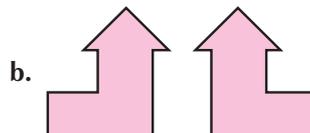
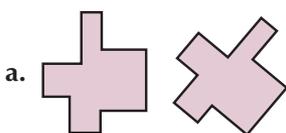
1 Completa le seguenti definizioni:

- a. la congruenza tra due figure piane mantiene inalterata e; cambia delle figure nel piano;
- b. due figure si dicono direttamente congruenti quando che permettono di sovrapporle si compiono in cui si trovano le figure;
- c. due figure si dicono inversamente congruenti quando che permettono di sovrapporle si compiono in cui si trovano le figure.

2 Quali delle seguenti figure sono congruenti e quali non lo sono?



3 Quali delle seguenti figure sono direttamente congruenti e quali inversamente congruenti?



- 4** Completa le seguenti affermazioni. Nel piano:
- le traslazioni, le e le simmetrie sono movimenti diretti;
 - le simmetrie sono movimenti rigidi inversi;
 - la relazione di congruenza gode delle proprietà
- 5** Completa le seguenti affermazioni:
- la proprietà afferma che ogni figura è congruente a se stessa, in simboli
 - la proprietà afferma che se una figura è sovrapponibile ad una seconda figura anche questa seconda è sovrapponibile alla prima, in simboli
 - la proprietà transitiva afferma che date se la prima è congruente e la seconda è congruente allora anche è congruente alla terza, in simboli
- 6** Completa la seguente definizione:
la traslazione è un movimento del piano determinato da un che fissa, e di spostamento.
- 7** Che cosa indica la scrittura \vec{v} ?
- 8** Che cosa si ottiene eseguendo il prodotto di due o più traslazioni?
- 9** Completa la seguente definizione:
la rotazione è un movimento del piano determinato da un e da un che determina l'ampiezza e il verso del movimento.
- 10** Delle seguenti affermazioni indica quali sono vere e quali false:
- due figure ottenute mediante una rotazione sono direttamente congruenti; V F
 - il centro di rotazione è il valore dell'angolo di cui la figura viene ruotata; V F
 - se ruotiamo una figura due volte attorno allo stesso centro nello stesso senso, l'angolo di rotazione è uguale al prodotto degli angoli relativi alle due rotazioni; V F
 - se ruotiamo una figura due volte attorno allo stesso centro ma in sensi opposti, l'angolo di rotazione è uguale alla differenza fra i due angoli di rotazioni. V F
- 11** Completa le seguenti definizioni:
- due punti P e P' sono simmetrici rispetto ad una retta a se la retta a è del segmento PP' ;
 - la simmetria assiale è un movimento del piano che associa ad ogni punto del piano un punto simmetrico rispetto
 - due punti P e P' si corrispondono in una simmetria centrale di centro O se O è il del segmento
 - la simmetria centrale di centro O è un movimento del piano che associa ad ogni punto del piano un punto rispetto al
- 12** Completa le seguenti affermazioni:
- il prodotto di due simmetrie assiali con assi paralleli corrisponde a una perpendicolare e con modulo equivalente al della loro distanza;
 - il prodotto di simmetrie assiali con assi incidenti corrisponde a con centro nel dei due assi e rispetto all'angolo formato dai due assi;
 - il prodotto di due simmetrie assiali con assi perpendicolari corrisponde a una rotazione di ampiezza pari a con centro nel punto di intersezione dei due assi o anche ad una con centro nel punto di intersezione dei due assi.
- 13** Delle seguenti affermazioni indica quali sono vere e quali false:
- il triangolo isoscele ha un asse di simmetria: la retta che contiene l'altezza rispetto alla base; V F

- b. il triangolo equilatero ha un asse di simmetria: la retta che contiene l'altezza;
- c. il parallelogrammo ha un centro di simmetria: il punto d'incontro delle diagonali;
- d. il parallelogrammo ha due assi di simmetria: le diagonali;
- e. il rettangolo ha due assi di simmetria: le rette perpendicolari ai lati nei punti medi;
- f. il rettangolo ha un centro di simmetria: il punto d'incontro degli assi;
- g. il quadrato ha quattro assi di simmetria: le rette perpendicolari ai punti medi dei lati e le rette contenenti le diagonali;
- h. il quadrato ha un centro di simmetria: il punto d'incontro delle diagonali;
- i. il rombo ha due assi di simmetria: le rette contenenti le diagonali;
- l. il rombo ha un centro di simmetria: il punto d'incontro delle diagonali;
- m. il trapezio isoscele ha tre assi di simmetria: la retta perpendicolare alle basi nel punto medio e le rette contenenti le diagonali;
- n. qualunque retta passante per il centro di una circonferenza è un asse di simmetria.



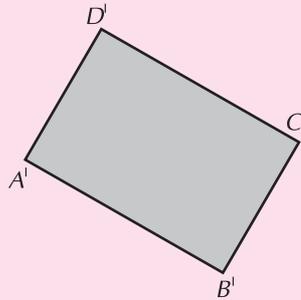
ESERCIZI DI ABILITÀ ⇒ LIVELLO BASE *

1 *Esercizio Svolto*

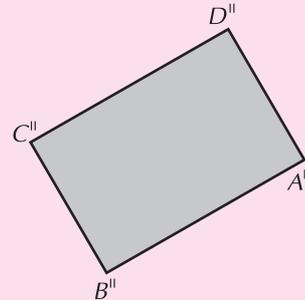
La congruenza

Disegna una figura direttamente congruente e una inversamente congruente al rettangolo.

Svolgimento

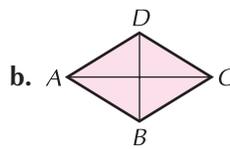
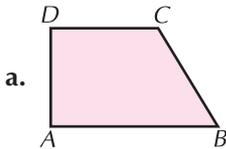


direttamente congruente



inversamente congruente

- 2 Per ogni figura data, disegname sul tuo quaderno una direttamente e una inversamente congruente:



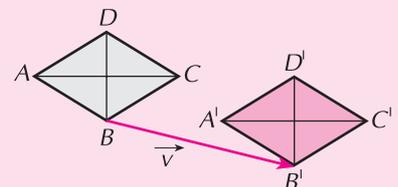
3 *Esercizio Svolto*

La traslazione

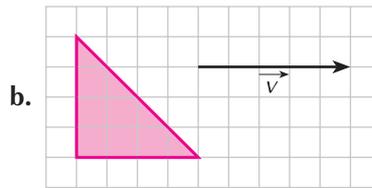
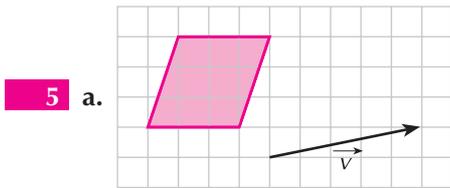
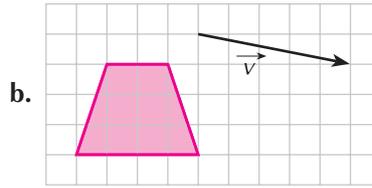
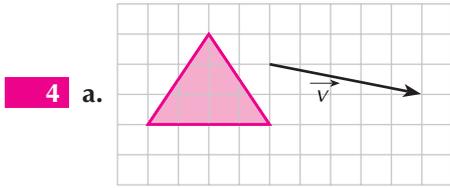
Data la figura $ABCD$ determina la figura $A'B'C'D'$ corrispondente nella traslazione di vettore \vec{v} assegnato.

Svolgimento

Per ottenere la traslazione del rombo $ABCD$ basta traslare ogni suo vertice nella direzione, verso e modulo del vettore \vec{v} assegnato.



Date le seguenti figure determina le figure corrispondenti nelle traslazioni individuate dal vettore assegnato:



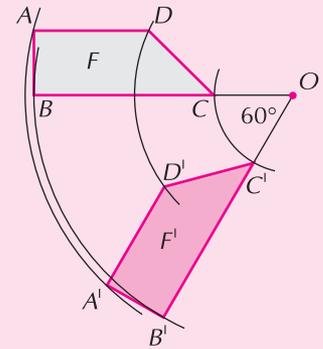
6 *Esercizio Svolto*

La rotazione

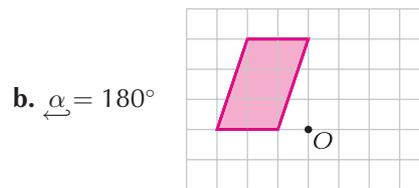
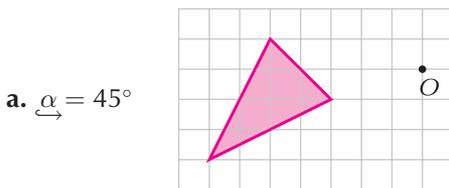
Determina la figura corrispondente alla figura assegnata mediante una rotazione di centro O e angolo $\alpha = 60^\circ$.

Svolgimento

Per ottenere la rotazione della figura F basta centrare il compasso in O e tracciare, in senso antiorario, degli archi di 60° dai vertici di F . I punti trovati sono i vertici di F' e congiungendoli si ottiene proprio la figura F' .



7 Disegna le seguenti figure sul tuo quaderno e poi determina le figure corrispondenti nelle rotazioni individuate dall'angolo e dal centro assegnati.



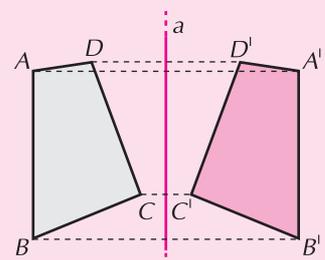
8 *Esercizio Svolto*

La simmetria assiale

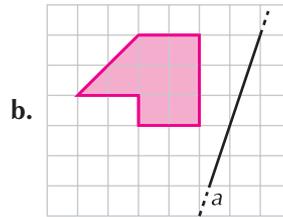
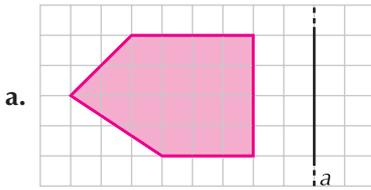
Determina la figura corrispondente del quadrilatero $ABCD$ nella simmetria assiale di asse a assegnato.

Svolgimento

La figura corrispondente del quadrilatero $ABCD$ in una simmetria assiale di asse a si ottiene tracciando da ogni vertice di $ABCD$ la perpendicolare all'asse a . I vertici di $A'B'C'D'$ stanno su queste perpendicolari dalla parte opposta di a e distano dall'asse esattamente quanto $ABCD$.



- 9 Dopo aver disegnato sul tuo quaderno le seguenti figure, determina le figure corrispondenti nella simmetria di asse a assegnato.



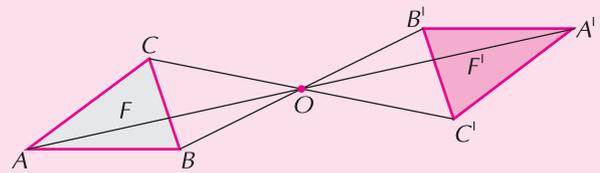
10 *Esercizio Svolto*

La simmetria centrale

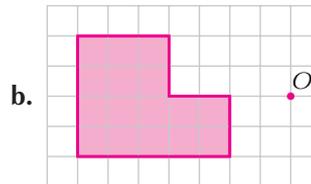
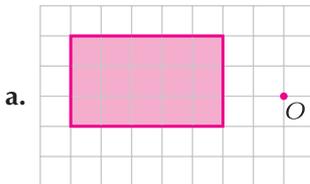
Determina la figura corrispondente in una simmetria centrale di centro O assegnato.

Svolgimento

La figura corrispondente della figura F in una simmetria centrale di centro O si ottiene congiungendo ogni vertice con O e prolungando il segmento oltre O fino ad ottenere un segmento congruente alla distanza dei vertici di F con O .



- 11 Dopo aver disegnato sul tuo quaderno le seguenti figure, determina le figure corrispondenti nella simmetria di centro O assegnato.



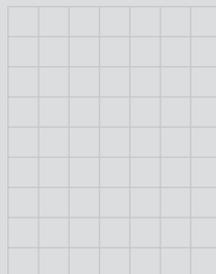
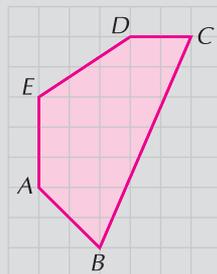
ESERCIZI DI ABILITÀ ⇒ LIVELLO MEDIO **

1 *Esercizio Guidato*

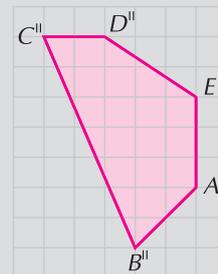
La congruenza

Disegna una figura direttamente congruente e una inversamente congruente al poligono.

Svolgimento

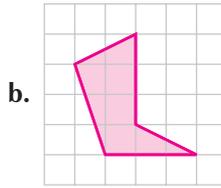
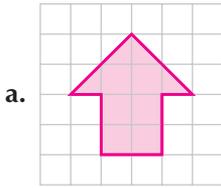


direttamente congruente



inversamente congruente

2 Disegna sul tuo quaderno una figura direttamente congruente alla prima e una inversamente congruente alla seconda:



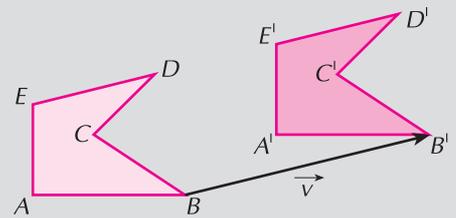
3 *Esercizio Guidato*

La traslazione

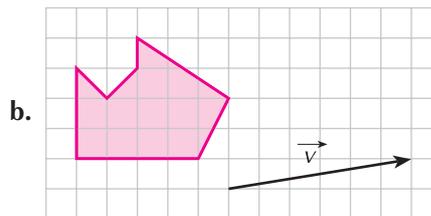
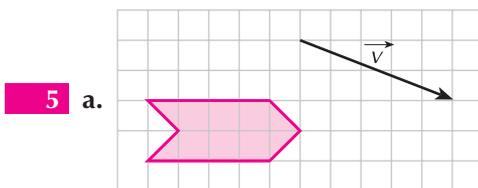
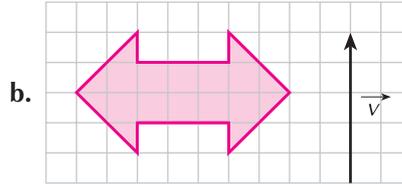
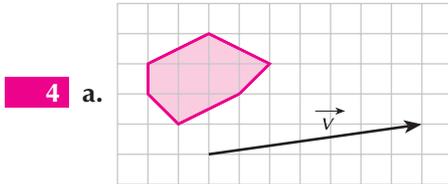
Data la figura $ABCDE$ determina la figura $A'B'C'D'E'$ corrispondente nella traslazione di vettore \vec{v} assegnato.

Svolgimento

Per ottenere la traslazione del poligono $ABCDE$ basta traslare ogni della figura nella, verso e modulo del vettore \vec{v} assegnato.



Date le seguenti figure determina le figure corrispondenti nelle traslazioni individuate dal vettore assegnato:



6 *Esercizio Guidato*

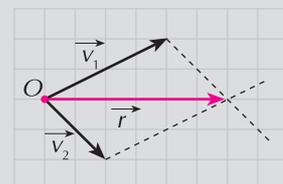
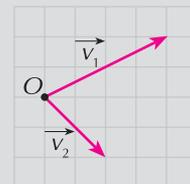
Il calcolo del vettore risultante di due vettori assegnati

Determina il vettore risultante dei vettori assegnati.

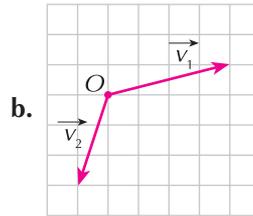
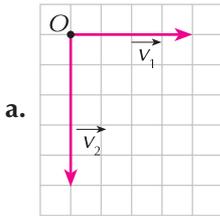
Svolgimento

Applichiamo la regola del, tracciando dal vertice della freccia del vettore \vec{v}_1 una semiretta a \vec{v}_2 e dal vertice della freccia di \vec{v}_2 la al vettore \vec{v}_1 .

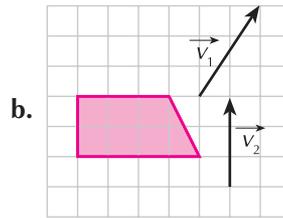
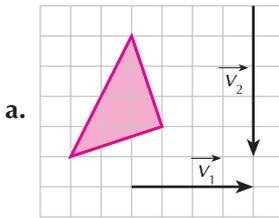
Il vettore risultante \vec{r} si ottiene congiungendo il con il punto di intersezione delle due semirette e rappresenta la del parallelogramma.



- 7 Determina il vettore risultante dei vettori rappresentati nelle seguenti figure:



- 8 Disegna sul quaderno le seguenti figure, applica ad esse le traslazioni di vettore v_1 e v_2 ; determina poi la somma dei due vettori e trasla la figura di partenza rispetto al vettore risultante.



9 *Esercizio Guidato*

Il prodotto di due rotazioni

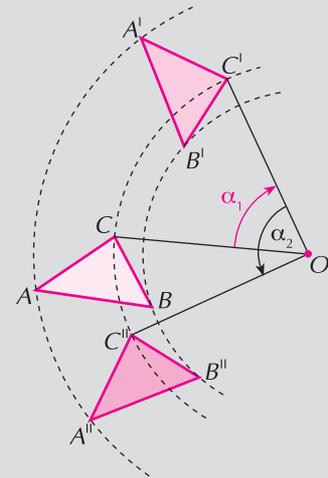
Considera il triangolo ABC e applica ad esso successivamente la rotazione R_1 di centro O e modulo $\alpha_1 = 60^\circ$ e la rotazione R_2 di centro O e modulo $\alpha_2 = 90^\circ$. Individua infine il prodotto R_3 delle due rotazioni.

Svolgimento

Dato il triangolo ABC consideriamo il triangolo corrispondente $A'B'C'$ in una rotazione R_1 di e ampiezza in senso

Costruiamo poi il triangolo $A''B''C''$ corrispondente di $A'B'C'$ in una rotazione R_2 di e ampiezza in senso

Osserviamo che è possibile passare direttamente da ABC a $A''B''C''$ per mezzo di una rotazione R_3 di e ampiezza $\alpha_3 = \dots - \dots$; nel nostro caso dobbiamo dunque considerare una rotazione di in senso



- 10 Considera un rombo $ABCD$ e un punto O . Applica al rombo successivamente la rotazione R_1 di centro O e modulo $\alpha_1 = 100^\circ$ e la rotazione R_2 di centro O e modulo $\alpha_2 = 60^\circ$. Individua infine il prodotto R_3 delle due rotazioni.

11 *Esercizio Guidato*

La composizione di simmetrie assiali

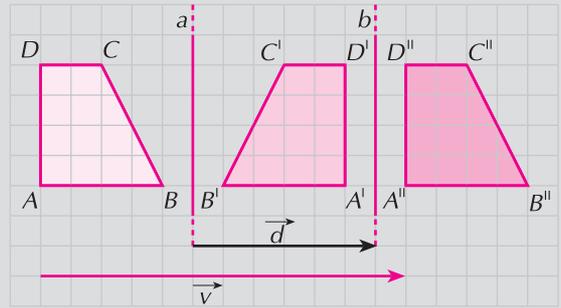
Dato il trapezio $ABCD$, determina la figura $A'B'C'D'$ corrispondente di $ABCD$ in una simmetria assiale di asse a , la figura $A''B''C''D''$ corrispondente di $A'B'C'D'$ in una simmetria assiale di asse b e il tipo di trasformazione che fa corrispondere $ABCD$ ad $A''B''C''D''$.

Svolgimento

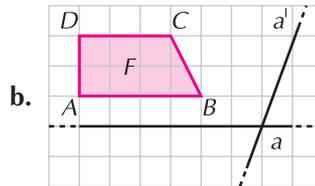
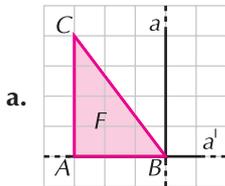
Dato il trapezio $ABCD$ consideriamo il trapezio corrispondente $A'B'C'D'$ in una simmetria di asse

Costruiamo poi il trapezio A'' corrispondente di in una di

Osserviamo che è possibile passare direttamente da $ABCD$ a $A''B''C''D''$ per mezzo di una di vettore \vec{v} rispetto ai due e con modulo che equivale al doppio della loro



- 12** Date le figure F e gli assi a e a' , determina la figura F' corrispondente di F in una simmetria assiale di asse a , la figura F'' corrispondente di F' in una simmetria assiale di asse a' , il tipo di trasformazione che fa corrispondere F ad F'' e gli eventuali punti uniti.



13 *Esercizio Guidato*

La composizione di simmetrie centrali

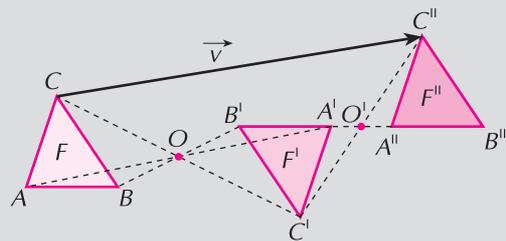
Data la figura F , determina la figura F' corrispondente di F in una simmetria centrale di centro O , la figura F'' corrispondente di F' in una simmetria centrale di centro O' e il tipo di trasformazione che fa corrispondere F ad F'' .

Svolgimento

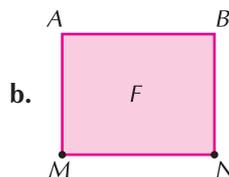
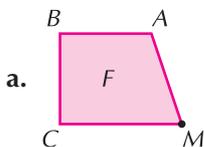
Data la figura F consideriamo la corrispondente F' in una simmetria di centro

Costruiamo poi la figura corrispondente di F' in una di

Osserviamo che è possibile passare direttamente da F a F'' per mezzo di una di vettore \vec{v} alla retta che unisce e con modulo che equivale al doppio della loro

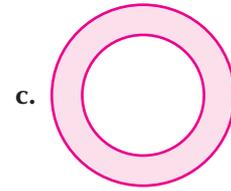
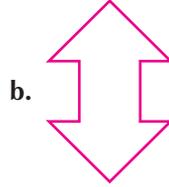
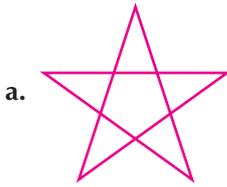


- 14** Date le figure F e i punti M e N , determina la figura F' corrispondente di F in una simmetria centrale di centro M e la figura F'' corrispondente di F' in una simmetria centrale di centro N .



ESERCIZI DI ABILITÀ ⇒ LIVELLO AVANZATO ***

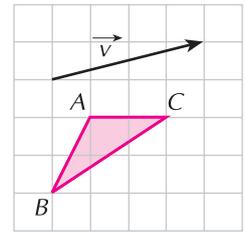
1 Trova gli assi di simmetria e i centri di simmetria delle seguenti figure:



2 Trasla la figura a lato rispetto al vettore \vec{v} assegnato e poi ruotala di 45° in senso orario considerando come centro di rotazione il vertice A .

3 Costruisci il simmetrico di un rettangolo rispetto alla base AB e successivamente rispetto al vertice C .

4 Considera un rombo, costruisci il suo simmetrico rispetto alla diagonale minore BD e ruotalo rispetto al suo vertice C di $\alpha = 60^\circ$.



5 Costruisci il simmetrico di un quadrato rispetto a due lati consecutivi (in successione). La composizione di tali simmetrie a cosa corrisponde?

6 Costruisci il simmetrico di un trapezio rispetto alle due basi (in successione). La composizione di tali simmetrie a cosa corrisponde?

7 Costruisci il simmetrico di un triangolo equilatero rispetto a due suoi lati (in successione). La composizione di tali simmetrie a cosa corrisponde?

8 Costruisci il simmetrico di un triangolo rettangolo rispetto ai due cateti (in successione). La composizione di tali simmetrie a cosa corrisponde?

9 Costruisci il simmetrico di un triangolo rettangolo isoscele rispetto ad un cateto ed all'ipotenusa (in successione). La composizione di tali simmetrie a cosa corrisponde?

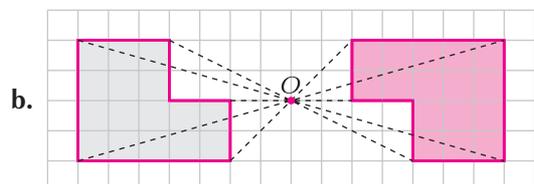
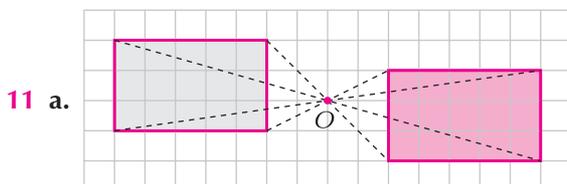
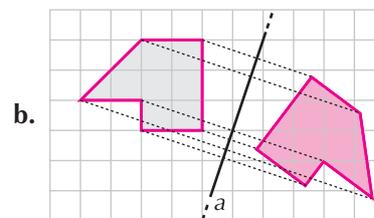
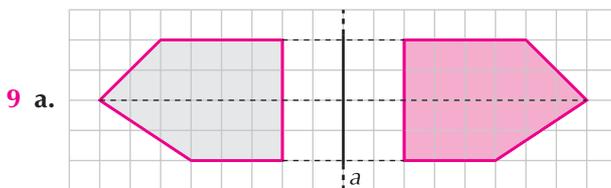
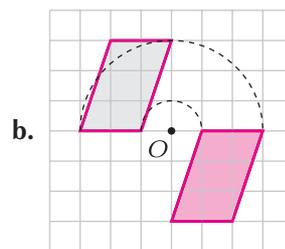
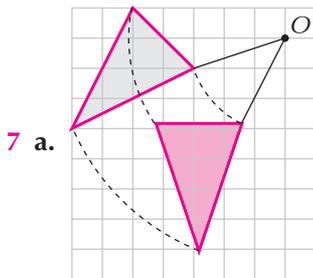
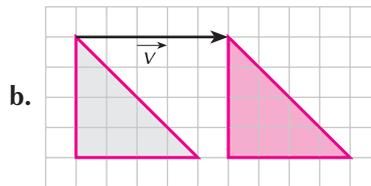
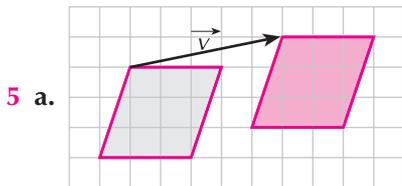
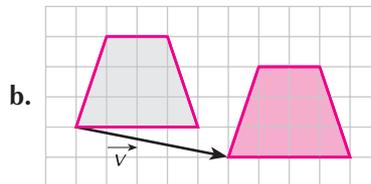
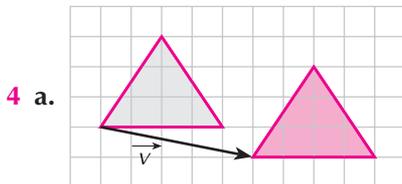
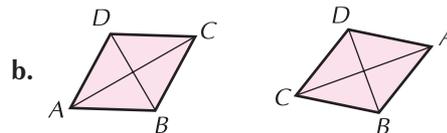
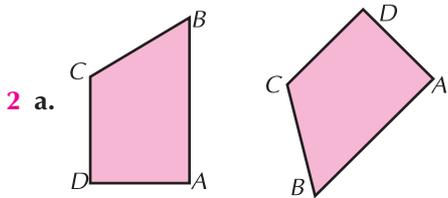
SOLUZIONE DEGLI ESERCIZI

VALUTAZIONE DEGLI ESERCIZI DI CONOSCENZA

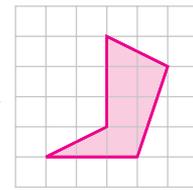
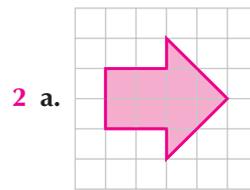
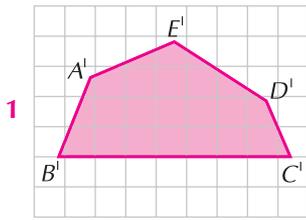
- 1** a. la lunghezza dei segmenti; l'ampiezza degli angoli; la posizione; b. i movimenti rigidi; nel piano; c. i movimenti rigidi; uscendo dal piano.
- 2** a. no; b. sì.
- 3** a. e c. direttamente; b. e d. inversamente.
- 4** a. rotazioni; centrali; rigidi; b. assiali; c. riflessiva, simmetrica e transitiva.
- 5** a. riflessiva; $F = F'$; b. simmetrica; se $F = F' \rightarrow F' = F$; c. tre figure; alla seconda; alla terza; la prima; se $F = F'$ e $F' = F'' \rightarrow F = F''$.
- 6** isometrico diretto; vettore; il modulo; la direzione; il verso.
- 7** un vettore.
- 8** una traslazione.
- 9** isometrico diretto; centro di rotazione; angolo orientato.
- 10** a. V; b. F; c. F; d. V.

- 11** a. asse; b. isometrico inverso; all'asse di simmetria; c. punto medio; PP' ; d. isometrico diretto; simmetrico; centro O .
12 a. traslazione di vettore \vec{v} ; agli assi; doppio; b. una rotazione; punto di intersezione; angolo orientato di ampiezza doppia; c. 180° ; simmetria centrale.
13 a. V; b. F; c. V; d. F; e. V; f. V; g. V; h. V; i. V; l. V; m. F; n. V.

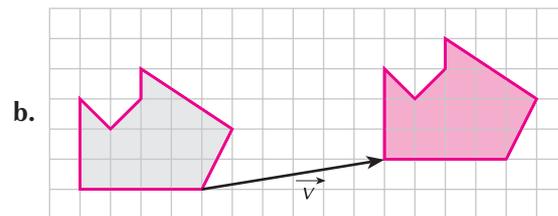
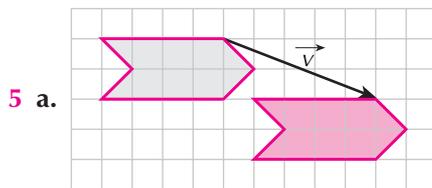
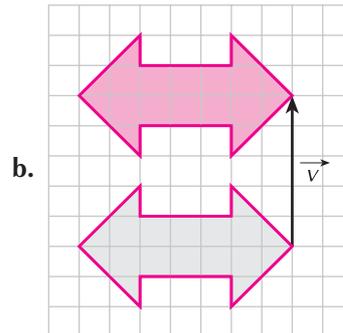
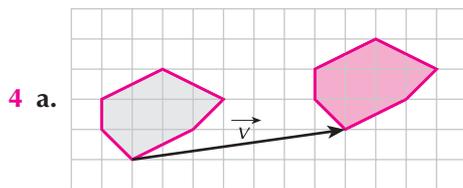
VALUTAZIONE DEGLI ESERCIZI DI ABILITÀ: LIVELLO BASE



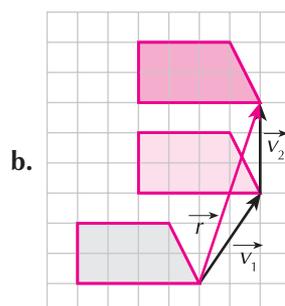
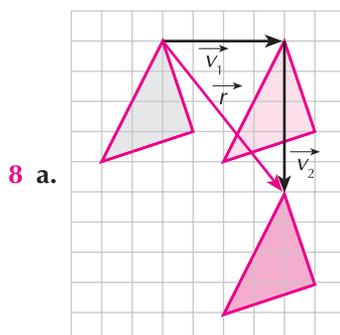
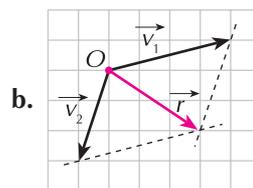
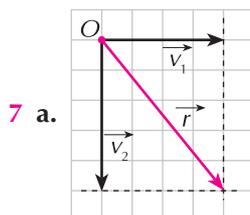
VALUTAZIONE DEGLI ESERCIZI DI ABILITÀ: LIVELLO MEDIO



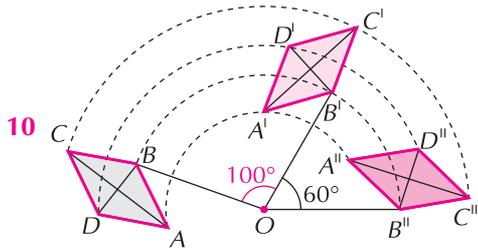
3 vertice; direzione.



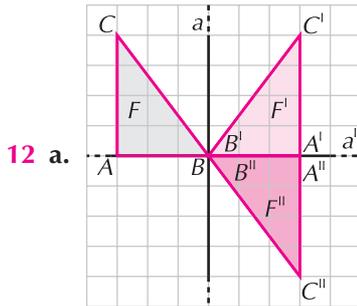
6 parallelogrammo; parallela; parallela; punto di applicazione di \vec{v}_1 e \vec{v}_2 ; diagonale.



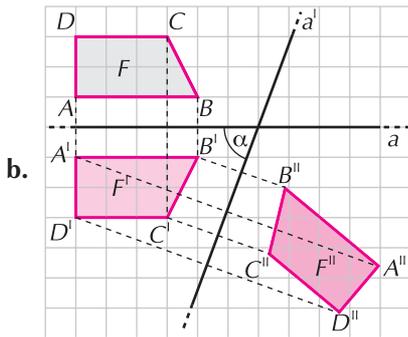
9 centro O ; 60° ; orario; centro O ; 90° ; antiorario; centro O ; $\alpha_3 = 60^\circ - 90^\circ$; 30° ; antiorario.



10 11 assiale; a ; $A''B''C''D''$; $A'B'C'D'$; simmetria assiale; asse b ; traslazione; perpendicolare; assi; distanza.

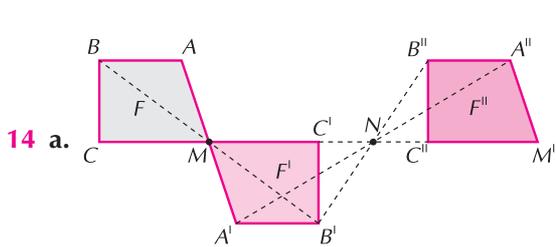


12 a. simmetria centrale; punto unito: B ;

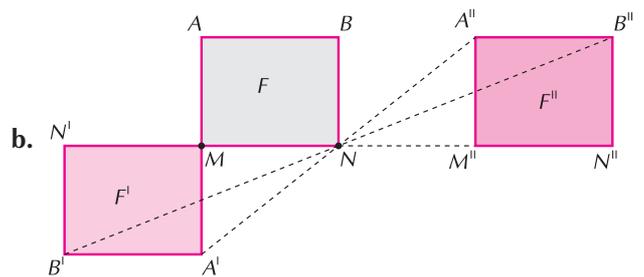


b. rotazione di centro O e ampiezza pari al doppio dell'angolo α .

13 centrale; O ; F'' ; simmetria centrale; centro O ; traslazione; parallelo; i punti O e O' ; distanza.

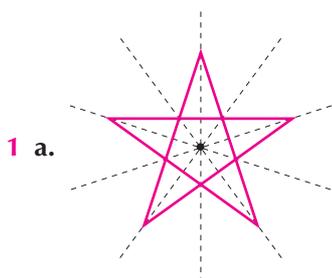


14 a.

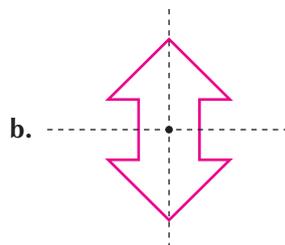


b.

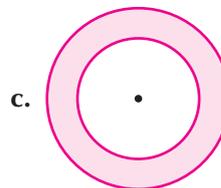
VALUTAZIONE DEGLI ESERCIZI DI ABILITÀ: LIVELLO AVANZATO



1 a.

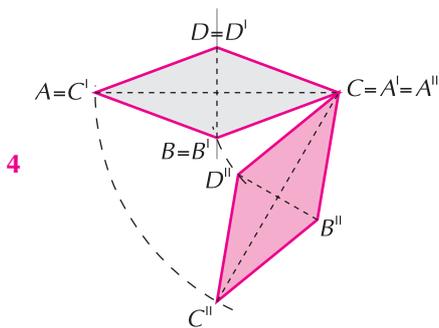
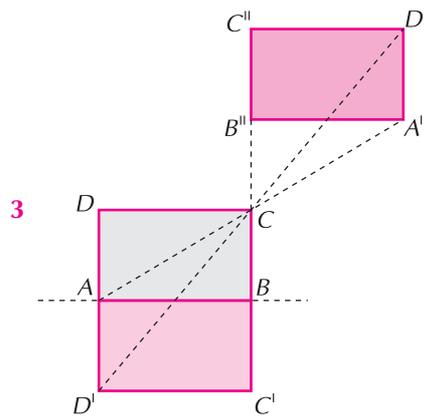
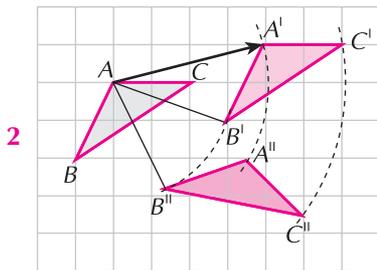


b.



c.

infiniti assi di simmetria.



- 5 ad una simmetria centrale con centro nel vertice comune ai due lati.
 6 ad una traslazione di vettore perpendicolare alle basi e modulo uguale al doppio della misura dell'altezza del trapezio.
 7 ad una rotazione di 120° con centro nel vertice comune ai due lati.
 8 ad una simmetria centrale con centro nel vertice dell'angolo retto.
 9 ad una rotazione attorno al vertice comune ai due lati di 90° .