

Le proprietà dei punti notevoli di un triangolo

Il triangolo possiede altri punti notevoli oltre a quelli studiati. Si può, per esempio, dimostrare che le bisettrici di una coppia di angoli esterni del triangolo e la bisettrice dell'angolo interno ad essi non adiacente si incontrano in un punto che è il centro della circonferenza esterna al triangolo che è tangente a un lato del triangolo e ai prolungamenti degli altri due; per questo motivo esso viene detto **excentro** (figura 1). Ogni triangolo ha tre excentri.

Un altro punto notevole è il **punto di Fermat** che si costruisce in questo modo:

- sui lati del triangolo ABC ed esternamente ad esso si costruiscono tre triangoli equilateri;
- si tracciano i segmenti che uniscono il vertice esterno di ciascun triangolo equilatero con il vertice opposto del triangolo (nella figura 2 sono i segmenti AA' , BB' , CC').

Questi segmenti si intersecano anch'essi in uno stesso punto F che viene detto punto di Fermat; una delle caratteristiche di questo punto è che le circonferenze circoscritte ai triangoli equilateri passano tutte per F .

Il triangolo è forse la figura geometrica che ha più proprietà in assoluto fra tutti i poligoni. Anche per quanto riguarda i punti notevoli le proprietà non mancano.

Per esempio, si può dimostrare che in uno stesso triangolo il baricentro (punto di incontro delle mediane), l'ortocentro (punto d'incontro delle altezze) e il circocentro (punto d'incontro degli assi) sono allineati. La retta che passa per questi tre punti prende il nome di **retta di Eulero** (figura 3).

Un'altra proprietà riguarda alcuni punti particolari del triangolo; consideriamo:

- i punti medi dei segmenti che congiungono l'ortocentro con i vertici del triangolo (Q , P , R)
- i punti medi dei tre lati (M_1 , M_2 , M_3)
- i piedi delle tre altezze (H_1 , H_2 , H_3).

Si dimostra che questi nove punti appartengono tutti a una circonferenza che prende il nome di **circonferenza di Feuerbach** (figura 4).

Figura 1

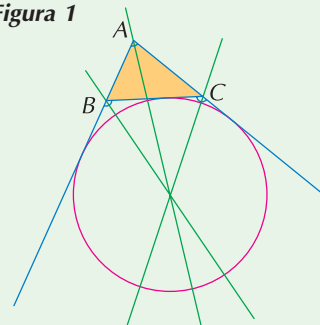


Figura 2

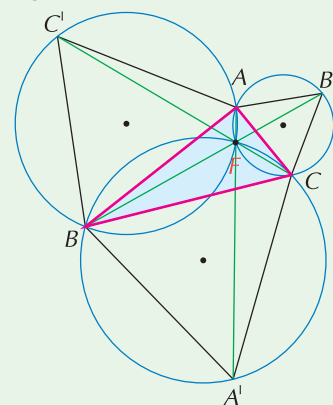


Figura 3

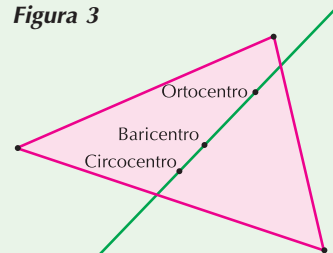


Figura 4

