

1 Costruire un triangolo isoscele e determinarne le proprietà

Nel terzo capitolo (pag. 51) abbiamo imparato a disegnare l'asse di un segmento e abbiamo verificato la proprietà che afferma che ogni punto dell'asse ha la stessa distanza dai vertici del segmento stesso. Sfruttando questa proprietà possiamo costruire un triangolo isoscele di base AB .

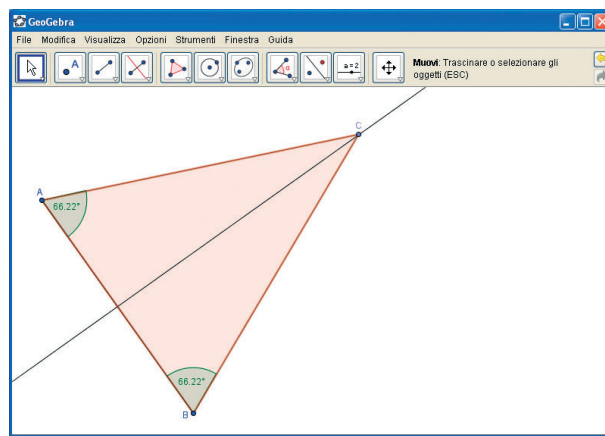
Per eseguire questa costruzione si deve:

- attivare lo strumento **Segmento tra due punti**;
- cliccare per creare il primo punto e trascinare il mouse per fissare il secondo punto;
- attivare lo strumento **Asse di un segmento**;
- posizionarsi sul segmento e cliccare in modo da tracciare l'asse del segmento AB ;
- determinare un punto C sull'asse del segmento AB mediante il comando **Nuovo Punto**;
- disegnare il triangolo ABC con il comando **Poligono**.

Possiamo ora verificare la proprietà secondo cui in un triangolo isoscele gli angoli alla base sono congruenti. Per tracciare gli angoli alla base \hat{A} e \hat{B} del triangolo si deve:

- selezionare lo strumento **Angolo**;
- tracciare l'angolo alla base \hat{A} e l'angolo alla base \hat{B} .

GeoGebra indica automaticamente l'ampiezza dei due angoli che, come si può notare a video, sono congruenti.



2 Costruire un triangolo isoscele considerando la congruenza di due lati

Un secondo metodo per disegnare un triangolo isoscele sfrutta la definizione stessa: "un triangolo si dice isoscele se possiede due lati congruenti". Per questa costruzione si deve:

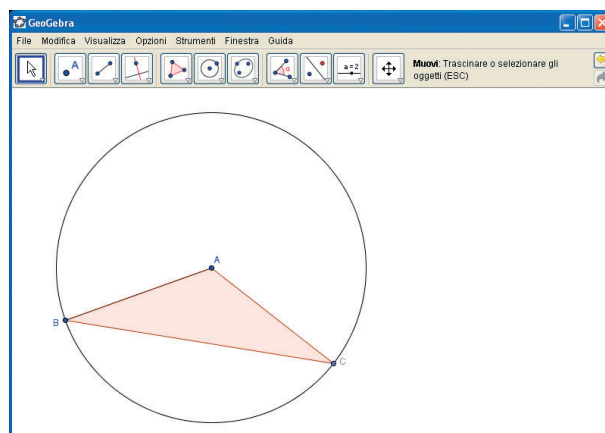
- selezionare il comando **Segmento tra due punti** e tracciare un segmento AB , che rappresenta uno dei lati congruenti.

Per determinare il segmento AC , secondo lato obliquo del triangolo isoscele, si deve:

- selezionare lo strumento **Circonferenza di dato centro**;
- tracciare la circonferenza che ha centro nel punto A e raggio AB .

Per costruire il triangolo isoscele si deve:

- selezionare il comando **Nuovo Punto** e individuare sulla circonferenza un punto C ;
- attivare il comando **Poligono** e cliccare sui punti A , B e C .



3 Verificare che la somma degli angoli interni di un triangolo è pari ad un angolo piatto

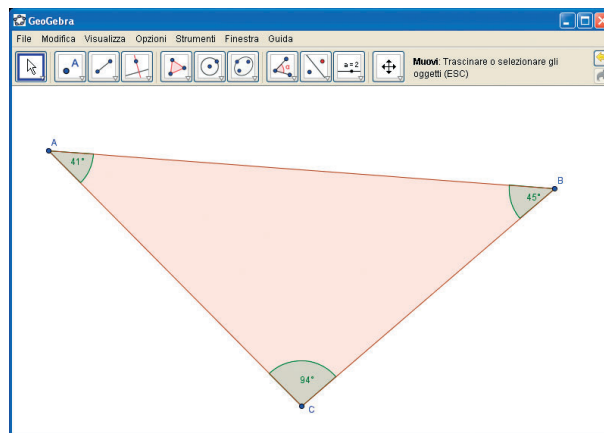
In questa esercitazione vogliamo verificare il teorema secondo cui la somma degli angoli interni di un triangolo coincide con la misura di un angolo piatto.

Per verificare il teorema si deve:

- attivare il comando **Poligono** e costruire un triangolo ABC ;
- attivare lo strumento **Angolo** per tracciare i tre angoli interni del triangolo;
- GeoGebra determina automaticamente l'ampiezza dei tre angoli;
- dalla barra del menu attivare il comando **Opzioni** e selezionare lo strumento **Arrotondamento** per ottenere i valori degli angoli non decimali.

È facile verificare con una semplice operazione che la somma degli angoli interni vale 180° .

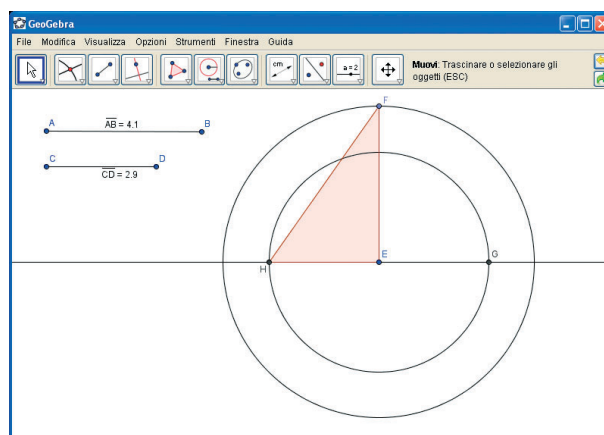
Se dopo aver attivato lo strumento **Muovi** si modifica la posizione dei tre vertici del triangolo si può facilmente verificare che cambia l'ampiezza degli angoli ma resta immutato il valore della somma.



4 Costruire un triangolo rettangolo partendo dai suoi cateti

Per costruire un triangolo rettangolo partendo da due segmenti che rappresentano i cateti del triangolo si deve:

- tracciare due segmenti AB e CD mediante il comando **Segmento tra due punti**;
- determinare la lunghezza dei due segmenti con lo strumento **Distanza o lunghezza**;
- attivare lo strumento **Compasso**;
- cliccare sul segmento AB per fissare la prima lunghezza ed in un punto E del piano;
- ripetere il passaggio precedente cliccando sul segmento CD e sullo stesso punto E ;
- tracciare il raggio EF sulla circonferenza maggiore mediante il comando **Segmento tra due punti**;
- attivare il comando **Retta perpendicolare** e mandare la retta perpendicolare al raggio EF passante per il punto E ;
- determinare i punti H e G sulla circonferenza più interna mediante il comando **Intersezione di due oggetti**;
- il segmento HE (oppure EG) rappresenta l'altro cateto del triangolo rettangolo;
- attivare il comando **Poligono** e disegnare il triangolo HEF .



Grazie allo strumento **Muovi**, trascinando e modificando la lunghezza dei segmenti AB e/o CD , il triangolo rettangolo HEF assume nuove dimensioni in quanto i due oggetti sono strettamente collegati dallo strumento **Compasso**.

5 Costruire il circocentro di un triangolo

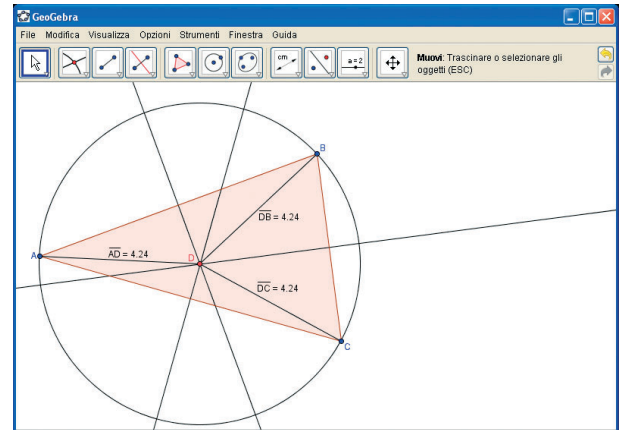
In questa esercitazione ci occuperemo dei punti notevoli dei triangoli in particolare del circocentro lasciando come esercizio personale la costruzione del baricentro, dell'incentro e dell'ortocentro. Per determinare il circocentro si deve:

- costruire un triangolo secondo le modalità già note ed assegnare ai tre vertici i nomi A , B e C ;

- selezionare lo strumento **Asse di un segmento** e tracciare gli assi dei tre lati;
- determinare il circocentro D , punto di intersezione dei tre assi, con il comando **Intersezione di due oggetti**.

Per scoprire di quali proprietà gode il circocentro si deve:

- tracciare i segmenti DA , DB e DC ;
- selezionare lo strumento **Distanza o lunghezza** per attribuire la misura ai tre segmenti appena creati;
- deformare il triangolo trascinando con il mouse, in modalità **Muovi**, uno qualunque dei tre vertici (si può osservare che la distanza dei vertici dal punto D ma i tre segmenti restano congruenti fra loro);
- verificare, tracciando la circonferenza mediante lo strumento **Circonferenza di dato centro** che il punto D è il centro della circonferenza circoscritta.



Esercizi

- 1 Dopo aver costruito un triangolo qualunque verifica che la somma degli angoli interni è un angolo piatto. Verifica inoltre quanto vale la somma di un angolo interno e del corrispondente angolo esterno.
 - 2 Verifica che l'angolo esterno di un triangolo è congruente alla somma degli angoli interni non adiacenti ad esso.
 - 3 Costruisci un triangolo isoscele e verifica che gli angoli alla base sono congruenti.
 - 4 Costruisci un triangolo equilatero.
 - 5 Costruisci l'incastro di un triangolo acutangolo.
 - 6 Costruisci il baricentro di un triangolo ottusangolo.
 - 7 Costruisci l'ortocentro di un triangolo isoscele ottusangolo.
 - 8 Verifica la seguente proprietà: in un triangolo isoscele i punti notevoli, circocentro, incentro, baricentro e ortocentro appartengono ad un unico segmento.
 - 9 Verifica che in un triangolo equilatero i punti notevoli coincidono in un unico punto.
 - 10 Costruisci un triangolo rettangolo e verifica che la mediana relativa all'ipotenusa è la metà dell'ipotenusa stessa.
 - 11 Dopo aver costruito un triangolo rettangolo con gli angoli acuti di 45° , verifica che i due cateti sono congruenti.
 - 12 Dopo aver costruito un triangolo rettangolo con gli angoli acuti di 30° e 60° , verifica che l'ipotenusa è il doppio del cateto minore.
- 13 Verifica che in un triangolo qualunque l'ortocentro, il baricentro e il circocentro sono allineati su una stessa retta chiamata "retta di Eulero".
(Suggerimento: per evitare troppa confusione cancella gli oggetti che risultano superflui nella costruzione)
 - 14 Disegna un triangolo equilatero ABC , traccia le bisettrici degli angoli B e C e indica con K il loro punto di intersezione. Verifica che il triangolo KBC è isoscele e che i triangoli BKA , BKC e CKA sono congruenti.
 - 15 Disegna un triangolo isoscele, prendi i punti medi su ognuno dei lati e uniscili. Che tipo di triangolo hai ottenuto?
 - 16 Disegna un triangolo isoscele ABC , traccia una parallela alla base BC e indica con D e con E i punti di intersezione con i lati del triangolo. Verifica che il triangolo ottenuto ADE è un triangolo isoscele.
 - 17 Verifica, intersecando le bisettrici degli angoli alla base di un triangolo isoscele, che si formano quattro segmenti congruenti a due a due.
 - 18 Disegna un triangolo ABC , traccia la parallela ad AC passante per B e la parallela a BC passante per A e indica con D il loro punto di intersezione. Verifica che i triangoli ABC e ABD sono congruenti.
 - 19 Disegna un triangolo ABC , unisci un punto qualunque K del piano, interno al triangolo, con i vertici del triangolo e prolunga ciascun segmento dalla parte di K in modo che risulti $KD = KA$; $KE = KB$; $KF = KC$. Verifica che i triangoli ABC e DEF sono congruenti.
 - 20 Disegna un triangolo isoscele e verifica che la bisettrice dell'angolo esterno all'angolo al vertice è parallela alla base del triangolo.
 - 21 Dato un triangolo ABC costruisci il triangolo LMN ottenuto tracciando da ciascun vertice le parallele al lato opposto. Verifica che l'ortocentro del triangolo ABC coincide con il circocentro del triangolo LMN .