

Concetti chiave e regole

Le proprietà delle disuguaglianze numeriche

Dalla relazione $a > b$ (o dalla sua analoga $a < b$) si possono dedurre anche le seguenti:

- si può sommare (o sottrarre) ai due membri di una disuguaglianza uno stesso numero: $a + c > b + c$
- se si moltiplicano (o si dividono) entrambi i membri di una disuguaglianza per uno stesso numero positivo si ottiene una disuguaglianza dello stesso verso: $a \cdot c > b \cdot c$ se $c > 0$
- se si moltiplicano (o si dividono) entrambi i membri di una disuguaglianza per uno stesso numero negativo si ottiene una disuguaglianza di verso opposto: $a \cdot c < b \cdot c$ se $c < 0$

Disequazioni e disequazioni lineari

Una disequazione è una relazione della forma $A(x) > B(x)$ (oppure $A(x) < B(x)$); risolverla significa determinare i valori di x per i quali l'espressione $A(x)$ assume valori maggiori (oppure minori) dell'espressione $B(x)$.

Una **disequazione lineare** si può sempre ricondurre alla forma $ax + b > 0$ che ha soluzione:

- $x > -\frac{b}{a}$ se $a > 0$
- $x < -\frac{b}{a}$ se $a < 0$

Se $a = 0$ la disequazione diventa una disuguaglianza numerica; se tale disuguaglianza è vera allora $S = R$, se è falsa allora $S = \emptyset$.

Segno di prodotti e quozienti

Per risolvere disequazioni della forma $A(x) \cdot B(x) \geq 0$ o $\frac{A(x)}{B(x)} \geq 0$, dove $A(x)$ e $B(x)$ sono polinomi di primo grado, si deve:

- studiare separatamente il segno di $A(x)$ e $B(x)$
- costruire la tabella dei segni
- studiare il segno del prodotto o quello del quoziente
- individuare l'intervallo o gli intervalli in cui il prodotto o il quoziente assume il segno indicato dal verso della disequazione.

Sistemi di disequazioni

Due o più disequazioni si scrivono in un **sistema** se si vuole che esse siano verificate contemporaneamente. Per determinare l'insieme delle soluzioni si risolve ciascuna disequazione e si calcola l'**intersezione** degli insiemi soluzioni.

Equazioni e disequazioni con i moduli

Se un'equazione o una disequazione contengono un modulo, si deve studiare il segno dell'espressione che è argomento del modulo e risolvere poi l'equazione o la disequazione nell'ambito del segno studiato:

- l'equazione $|A(x)| = B(x)$ è equivalente ai due sistemi: $\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ A(x) = B(x) \end{cases} \vee \begin{cases} A(x) < 0 \\ -A(x) = B(x) \end{cases}$
- la disequazione $|A(x)| > B(x)$ è equivalente ai due sistemi: $\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ A(x) > B(x) \end{cases} \vee \begin{cases} A(x) < 0 \\ -A(x) > B(x) \end{cases}$