

Concetti chiave e regole

Le frazioni algebriche

Una frazione algebrica rappresenta il quoziente $\frac{A}{B}$ fra due polinomi A e B con $B \neq 0$.

Essa è funzione delle lettere che vi compaiono e, poiché la divisione per zero non è consentita, le variabili non possono assumere valori che annullano il polinomio al denominatore.

L'insieme dei valori che è possibile attribuire alle lettere è il **dominio** della frazione.

Per determinare il dominio è necessario scomporre il polinomio B e imporre che ciascun fattore della scomposizione sia diverso da zero.

Frazioni equivalenti

Due frazioni algebriche sono **equivalenti** se attribuendo valori uguali a lettere uguali, si ottengono sempre frazioni numeriche equivalenti.

L'equivalenza fra due frazioni algebriche $\frac{A}{B}$ e $\frac{C}{D}$ si riconosce verificando l'uguaglianza $A \cdot D = B \cdot C$.

Per passare da una frazione a un'altra ad essa equivalente si applica la proprietà invariantiva, cioè si moltiplicano o si dividono numeratore e denominatore della frazione per uno stesso polinomio non nullo.

Le operazioni

Con le frazioni algebriche si possono eseguire tutte le operazioni che si possono eseguire con le frazioni numeriche; quindi:

- si può semplificare una frazione scomponendo i suoi termini e dividendo numeratore e denominatore per i fattori comuni
- si possono sommare, sottrarre, moltiplicare o dividere due frazioni algebriche con regole analoghe a quelle applicate alle stesse operazioni con le frazioni numeriche:

$$\frac{A}{B} + \frac{C}{D} = \frac{AD + BC}{BD}$$

$$\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{AC}{BD}$$

$$\frac{A}{B} : \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \cdot \frac{D}{C} = \frac{AD}{BC}$$

- si può elevare a potenza una frazione elevando a quella potenza il numeratore e il denominatore: $\left(\frac{A}{B}\right)^n = \frac{A^n}{B^n}$

Equazioni frazionarie

Un'equazione frazionaria è un'equazione nella quale l'incognita è presente al denominatore.

Per risolverla

- si determina il dominio ponendo i denominatori diversi da zero
- si riscrivono entrambi i membri dell'equazione in modo che abbiano lo stesso denominatore; moltiplicando entrambi i membri per lo stesso denominatore si ottiene la forma intera dell'equazione
- si determina la soluzione dell'equazione intera e si verifica la sua accettabilità confrontandola con i valori esclusi dal dominio.

Equazioni letterali

Un'equazione letterale si può sempre scrivere nella forma $Ax = B$. Essa è

- indeterminata se $A = 0$ e $B = 0$
- impossibile se $A = 0$ e $B \neq 0$
- determinata se $A \neq 0$ e allora ha per soluzione $x = \frac{B}{A}$.

Prima di risolvere un'equazione letterale vanno poste le condizioni su eventuali parametri al denominatore e, se l'equazione è frazionaria, va individuato il dominio.

Sistemi frazionari

Un sistema si dice frazionario se almeno un denominatore contiene l'incognita.

Per risolverlo

- si determina il dominio imponendo che siano diversi da zero i denominatori che contengono l'incognita
- si risolve il sistema
- si verifica l'accettabilità della soluzione confrontandola con i valori esclusi dal dominio.