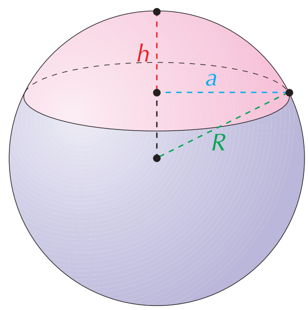
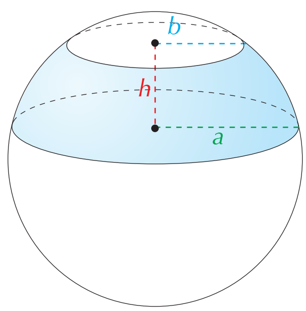
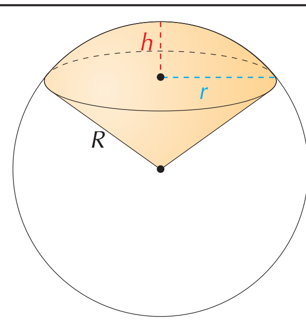
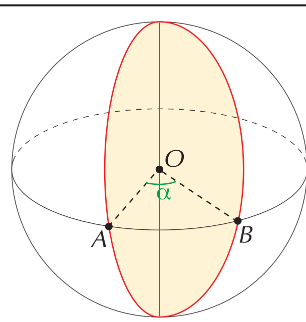
APPROFONDIMENTO

Le parti della sfera

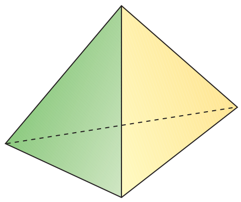
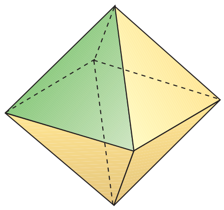
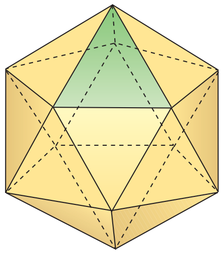
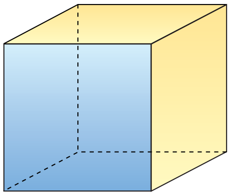
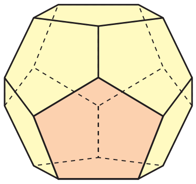
Riportiamo in una tabella le caratteristiche delle parti in cui rimane divisa una superficie sferica e una sfera di raggio R quando vengono sezionate con opportuni piani, indicando anche le formule per il calcolo delle corrispondenti superfici e volumi.

CARATTERISTICHE	RAPPRESENTAZIONE GRAFICA	SUPERFICIE	VOLUME
Calotta sferica: ciascuna delle due parti in cui un piano divide la superficie sferica **Segmento sferico a una base:** ciascuna delle due parti in cui un piano divide una sfera		$S = 2\pi Rh$	$V = \dfrac{1}{3}\pi h^2(3R - h)$
Zona sferica: parte della superficie sferica delimitata da due piani paralleli **Segmento sferico a due basi:** parte della sfera delimitata da due piani paralleli		$S = 2\pi Rh$	$V = \dfrac{1}{2}\pi h(a^2 + b^2) + \dfrac{1}{6}\pi h^3$
Settore sferico: parte di sfera generata dalla rotazione di un settore circolare attorno al suo asse di simmetria		$S = \pi R(2h + r)$	$V = \dfrac{2}{3}\pi R^2 h$
Fuso sferico: parte della superficie sferica delimitata da due semipiani uscenti da un diametro **Spicchio sferico:** parte della sfera delimitata dagli stessi due piani		$S = 2R^2\alpha$ con α ampiezza in radianti del diedro formato dai due piani	$V = \dfrac{2}{3}R^3\alpha$ α in radianti

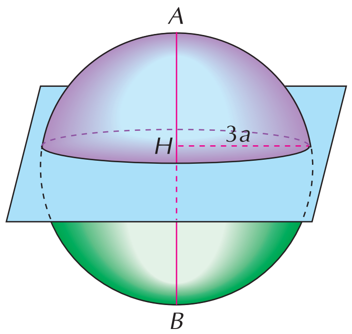
APPROFONDIMENTO

Volumi dei poliedri regolari

Nella tabella che segue riportiamo le formule per il calcolo dei volumi dei cinque poliedri regolari.

POLIEDRO		VOLUME
Tetraedro		$V = \dfrac{\sqrt{2}}{12}\ell^3$
Ottaedro		$V = \dfrac{\sqrt{2}}{3}\ell^3$
Icosaedro		$V = \dfrac{5\left(3+\sqrt{5}\right)}{12}\ell^3$
Cubo		$V = \ell^3$
Dodecaedro		$V = \dfrac{15+7\sqrt{5}}{4}\ell^3$

1 Un piano α taglia una sfera lungo una circonferenza di raggio $3a$ e divide il diametro della sfera ad esso perpendicolare in parti proporzionali a 4 e 9. Calcola l'area della superficie delle due calotte e il loro volume. $\left[S_1 = 13\pi a^2;\ S_2 = \dfrac{117}{4}\pi a^2;\ V_1 = \dfrac{31}{3}\pi a^3;\ V_2 = \dfrac{567}{16}\pi a^3\right]$



2 Un cono di vertice V è inscritto in una semisfera di raggio r e la sua base coincide con quella della semisfera. Un piano parallelo alla base e posto a distanza x da V interseca la sfera ed il cono individuando una corona circolare. Determina il valore di x in modo che il rapporto fra l'area della corona circolare e quella del cerchio di base del cono sia uguale a $\dfrac{1}{4}$. $\left[\dfrac{2 \pm \sqrt{2}}{4} r\right]$

3 Una sfera di centro O e raggio unitario è tagliata da un piano α che dista x dal centro O; sia C la maggiore delle due calotte che si vengono a formare e sia C' il cono avente per base il cerchio sezione e tale che le sue generatrici siano tangenti alla sfera. Esprimi in funzione di x l'area della superficie del solido che si ottiene dall'unione di C e C' e determina poi a quale distanza da O deve essere condotto il piano in modo che tale area sia uguale ai $\dfrac{16}{3}$ di quella del cerchio massimo della sfera. $\left[x = \dfrac{1}{3}\right]$

4 Sia α l'ampiezza dell'angolo al centro corrispondente ad una corda AB di una circonferenza di centro O e raggio r e sia S il segmento circolare corrispondente che contiene il centro O. Trova l'ampiezza di α in modo che il segmento sferico a una base generato dalla rotazione di S attorno alla retta perpendicolare ad AB e passante per il centro della circonferenza abbia volume uguale a $\dfrac{1}{24}\pi r^3\left(16 - 9\sqrt{3}\right)$. Per tale valore di α, determina poi il volume e la superficie totale del solido che si ottiene da una rotazione completa del triangolo ABO attorno alla retta del diametro parallelo alla corda AB.

$\left[60°;\ V = \dfrac{1}{2}\pi r^3;\ S_t = 2\sqrt{3}\pi r^2\right]$