

# APPROFONDIMENTO

## La tangente e il coefficiente angolare di una retta

Il coefficiente angolare  $m$  di una retta è un indicatore della sua pendenza ed è quindi legato all'angolo  $\alpha$  che essa forma con la direzione positiva dell'asse  $x$ . Una retta che passa per l'origine interseca la circonferenza goniometrica in un punto  $P$  le cui coordinate sono, rispettivamente, il coseno e il seno dell'angolo  $\alpha$ :

$$P(\cos \alpha, \sin \alpha)$$

Il coefficiente angolare  $m$ , visto che la retta passa per l'origine, è il rapporto

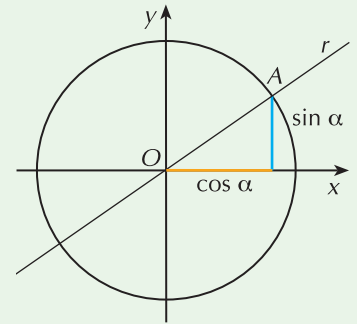
$\frac{y_0}{x_0}$  tra le coordinate di uno qualunque dei punti della retta, dunque:

$$m = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad \text{cioè} \quad m = \tan \alpha$$

Poiché tutte le rette tra loro parallele hanno lo stesso coefficiente angolare, questa relazione è valida per qualsiasi retta che non sia parallela all'asse  $y$ ; sappiamo infatti che per queste rette non è definito il coefficiente angolare. A conferma di ciò sappiamo che  $\tan \frac{\pi}{2}$  non esiste.

**Primo esempio:** la retta di equazione  $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 2$  ha coefficiente angolare  $m = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ; poiché  $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$  se  $\alpha = 30^\circ$ , la retta ha questa inclinazione rispetto all'asse positivo delle ascisse.

**Secondo esempio:** la retta che passa per il punto  $A(2, -1)$  ed ha una pendenza di  $45^\circ$  ha coefficiente angolare  $m = \tan 45^\circ = 1$ ; essa ha quindi equazione  $y + 1 = 1 \cdot (x - 2)$  cioè  $y = x - 3$ .



## ESERCIZI

- 1 In un sistema di riferimento cartesiano ortogonale, scrivi l'equazione della retta che forma con la direzione positiva dell'asse  $x$  un angolo di  $45^\circ$  e che passa per  $P(-1, 0)$ . [ $y = x + 1$ ]
- 2 Determina l'ampiezza dell'angolo che la retta di equazione  $y = \sqrt{3}x + 5$  forma col verso positivo dell'asse  $x$ . [ $60^\circ$ ]
- 3 Una retta forma un angolo di  $30^\circ$  con la direzione positiva dell'asse delle ascisse; scrivi l'equazione della retta ad essa parallela che passa per il punto  $(2, -\frac{3}{4})$ . [ $4\sqrt{3}x - 12y - 8\sqrt{3} - 9 = 0$ ]
- 4 Scrivi l'equazione della retta che passa per il punto  $P(2, 1)$  ed è parallela alla retta passante per l'origine degli assi, inclinata di  $45^\circ$  rispetto alla direzione positiva dell'asse delle ascisse. [ $y = x - 1$ ]
- 5 Calcola il seno dell'angolo che la retta di equazione  $y - 3x - 1 = 0$  forma con il semiasse positivo delle ascisse. [ $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ ]

6 Calcola il coseno dell'angolo che la retta di equazione  $\sqrt{3}y + 2x - 4 = 0$  forma con il semiasse positivo delle ascisse.

$$\left[-\sqrt{\frac{3}{7}}\right]$$

7 Scrivi l'equazione della retta che passa per il punto di incontro delle rette di equazione  $-3x - y + 2 = 0$  e  $6x - y - 16 = 0$  e che forma un angolo di  $30^\circ$  con la direzione positiva dell'asse delle ascisse.

$$[x - \sqrt{3}y - 4\sqrt{3} - 2 = 0]$$

8 Determina l'angolo che una qualunque delle rette del fascio delle perpendicolari alla retta di equazione  $y + \sqrt{3}x + 2 = 0$  forma con il semiasse positivo delle ascisse.

$$[30^\circ]$$

9 Considera il punto medio  $M$  del segmento  $AB$ , di estremi  $A(0, 6)$  e  $B(6, 0)$ ; per esso traccia la retta  $r$  inclinata di  $60^\circ$  rispetto alla direzione positiva del semiasse delle ascisse. Indica con  $C$  il punto in cui  $r$  interseca la retta di equazione  $2\sqrt{3}x + 2y - 6 = 0$ , da esso traccia una retta  $s$  che passa anche per  $D\left(\frac{9}{2}, -\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$ . Che relazione c'è fra la retta  $s$  e la retta  $AB$ ?

[sono parallele]