APPROFONDIMENTO

Le formule di sdoppiamento

Un altro modo per trovare l'equazione della retta tangente a una parabola in un punto $P(x_1, y_1)$ che le appartiene prevede l'uso di alcune formule che vengono dette **formule di sdoppiamento**.
Per applicare questo metodo si considera l'equazione della parabola e si operano in essa le seguenti sostituzioni:

- $x_1 x$ al posto di x^2
- $y_1 y$ al posto di y^2
- $\frac{1}{2}(x + x_1)$ al posto di x
- $\frac{1}{2}(y + y_1)$ al posto di y

Primo esempio

Troviamo l'equazione della retta tangente alla parabola di equazione $y = 3x^2 - 3x - 2$ nel suo punto P di ascissa 1.
Determiniamo prima di tutto l'ordinata del punto P: $y = 3 \cdot 1^2 - 3 \cdot 1 - 2 = -2$
Il punto P ha coordinate $(1, -2)$.
Per trovare l'equazione della retta tangente consideriamo l'equazione della parabola e poniamo in essa:

$x_1 x$ cioè x al posto di x^2

$\frac{1}{2}(x + x_1)$ cioè $\frac{1}{2}(x + 1)$ al posto di x

$\frac{1}{2}(y + y_1)$ cioè $\frac{1}{2}(y - 2)$ al posto di y

La retta tangente ha equazione: $\underset{\underset{y}{\uparrow}}{\frac{1}{2}(y - 2)} = \underset{\underset{x^2}{\uparrow}}{3(x)} - 3 \cdot \underset{\underset{x}{\uparrow}}{\frac{1}{2}(x + 1)} - 2$

cioè sviluppando il calcolo: $y = 3x - 5$

Secondo esempio

Troviamo l'equazione della retta tangente alla parabola $x = y^2 - 2y + 1$ nel suo punto di A ordinata 2.

Troviamo l'ascissa di A: $x = 2^2 - 2 \cdot 2 + 1 = 1 \quad \rightarrow \quad A(1, 2)$

Consideriamo l'equazione della parabola e poniamo in essa:

$y_1 y$ cioè $2y$ al posto di y^2

$\frac{1}{2}(y + y_1)$ cioè $\frac{1}{2}(y + 2)$ al posto di y

$\frac{1}{2}(x + x_1)$ cioè $\frac{1}{2}(x + 1)$ al posto di x

La retta tangente ha equazione: $\underset{\substack{\uparrow \\ x}}{\frac{1}{2}(x+1)} = \underset{\substack{\uparrow \\ y^2}}{(2y)} - 2 \cdot \underset{\substack{\uparrow \\ y}}{\frac{1}{2}(y+2)} + 1$

cioè sviluppando il calcolo: $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$.

ESERCIZI

Determina la tangente alle seguenti parabole passante per il suo punto P che soddisfa la condizione a fianco indicata:

1 $y = x^2 - 3x + 2$ $x_p = 1$ $[y + x - 1 = 0]$

2 $y = 3x^2 - 5x + 4$ $x_p = 2$ $[y - 7x + 8 = 0]$

3 $y = x^2 - 3x$ $x_p = \frac{1}{2}$ $[4y + 8x + 1 = 0]$

4 $x = 2y^2 - 3$ $y_p = -1$ $[4y + x + 5 = 0]$

5 $x = y^2 - 5y + 1$ $y_p = 3$ $[y - x - 8 = 0]$