Approfondimento

La simmetria dei due tipi di ellisse

Possiamo ottenere l'equazione di un tipo di ellisse a partire dall'altro anche mediante simmetria rispetto alla bisettrice di uno dei quadranti, per esempio mediante la simmetria rispetto alla retta $y = x$ (***figura 1***). Ricordiamo che le equazioni di tale trasformazione sono

$$\begin{cases} x' = y \\ y' = x \end{cases}$$

e che quindi le sostituzioni da eseguire nell'equazione della curva sono

$$\begin{cases} x \rightarrow y \\ y \rightarrow x \end{cases}$$

Se prendiamo come esempio l'ellisse $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ che ha i fuochi sull'asse x di coordinate $(\pm 4, 0)$, semiassi 5 sull'asse x e 3 sull'asse y (in verde nella ***figura 2***) ed operiamo su di essa con le sostituzioni indicate troviamo:

$$\frac{y^2}{25} + \frac{x^2}{9} = 1 \qquad \text{cioè riordinando i termini} \qquad \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$$

che è l'ellisse avente i fuochi sull'asse y di coordinate $(0, \pm 4)$ e semiassi 3 sull'asse x e 5 sull'asse y (in rosso nella ***figura 2***).

Figura 1

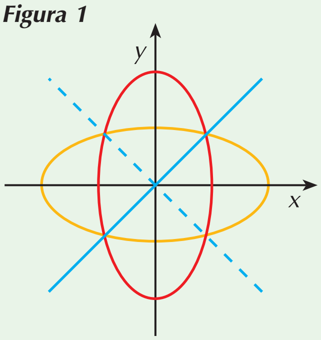
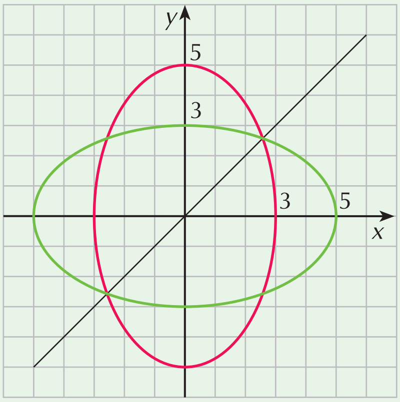


Figura 2



Esercizi

Scrivi l'equazione dell'ellisse trasformata di quella data nella simmetria avente per asse la retta di equazione $y = x$; costruisci poi il suo grafico.

1 $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{16} = 1$

2 $4x^2 + 9y^2 = 36$

3 $\frac{x^2}{9} + y^2 = 1$

4 $\frac{x^2}{81} + \frac{y^2}{4} = 1$

5 $3x^2 + 5y^2 = 15$

6 $4x^2 + 5y^2 = 20$

7 $4x^2 + 10y^2 = 25$

8 $x^2 + 8y^2 = 24$

9 $5x^2 + 3y^2 = 15$