Concetti chiave e regole

Le equazioni di secondo grado

Un'equazione di secondo grado si può sempre ricondurre alla sua forma normale $ax^2 + bx + c = 0$ nella quale deve essere $a \neq 0$. Se i coefficienti b o c sono nulli l'equazione si dice incompleta e le sue soluzioni si trovano applicando la legge di annullamento del prodotto oppure la definizione di radicale:

- $ax^2 + bx = 0 \quad \rightarrow \quad x(ax + b) = 0 \quad \rightarrow \quad x = 0 \ \vee \ x = -\dfrac{b}{a}$
- $ax^2 + c = 0 \quad \rightarrow \quad x = \pm\sqrt{-\dfrac{c}{a}}$ se $-\dfrac{c}{a} > 0$
- $ax^2 = 0 \quad \rightarrow \quad x = 0$

Le soluzioni dell'equazione completa si trovano applicando la formula $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

nella quale l'espressione $b^2 - 4ac$ si chiama **discriminante** e si indica con il simbolo Δ,

oppure la formula ridotta se b è pari $x = \dfrac{-\dfrac{b}{2} \pm \sqrt{\left(\dfrac{b}{2}\right)^2 - ac}}{a}$

In base al valore del discriminante l'equazione:

- ammette due soluzioni reali e distinte se $\Delta > 0$
- ammette due soluzioni reali coincidenti se $\Delta = 0$
- non ha soluzioni reali se $\Delta < 0$.

Relazioni fra coefficienti e soluzioni

Fra le soluzioni x_1 e x_2 di un'equazione di secondo grado ed i suoi coefficienti sussistono le seguenti relazioni:

$x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a} \qquad\qquad x_1 \cdot x_2 = \dfrac{c}{a}$

Mediante la loro applicazione è possibile:

- trovare due numeri conoscendo la loro somma s ed il loro prodotto p risolvendo l'equazione: $x^2 - sx + p = 0$
- scomporre il trinomio $ax^2 + bx + c$ con la formula: $a(x - x_1)(x - x_2)$.

L'interpretazione grafica

Ad ogni equazione di secondo grado $ax^2 + bx + c = 0$ si può associare la parabola di equazione $y = ax^2 + bx + c$. Le soluzioni dell'equazione, se esistono reali, rappresentano, dal punto di vista grafico, le ascisse dei punti di intersezione della parabola con l'asse x, sono cioè gli zeri della funzione.