

Concetti chiave e regole

Il sistema di riferimento cartesiano nel piano

Fissato nel piano un sistema di riferimento cartesiano ortogonale e dati due punti $A(x_1, y_1)$ e $B(x_2, y_2)$:

- la distanza fra A e B è $\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
 - in particolare, se A e B hanno la stessa ordinata $\overline{AB} = |x_2 - x_1|$
 - se A e B hanno la stessa ascissa $\overline{AB} = |y_2 - y_1|$
- le coordinate del punto M medio fra A e B sono $x_M = \frac{x_1 + x_2}{2}$, $y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$

L'equazione della retta

In un sistema di riferimento cartesiano ortogonale, una retta ha equazione

- $x = h$ se è parallela all'asse y
- $y = k$ se è parallela all'asse x
- $y = mx$ se passa per l'origine
- $y = mx + q$ se non passa per l'origine

La forma implicita dell'equazione di una retta è $ax + by + c = 0$.

In particolare poi:

- $y = x$ è l'equazione della bisettrice del primo e terzo quadrante
- $y = -x$ è l'equazione della bisettrice del secondo e quarto quadrante

Il coefficiente angolare di una retta

Il parametro m rappresenta il coefficiente angolare e si ha che:

- se $m > 0$ la retta forma un angolo acuto con la direzione positiva dell'asse x
- se $m < 0$ la retta forma un angolo ottuso con la direzione positiva dell'asse x
- se $m = 0$ la retta è parallela all'asse x .

Una retta parallela all'asse y non ha coefficiente angolare.

Se sono note le coordinate (x_1, y_1) e (x_2, y_2) di due punti di una retta ed è $x_1 \neq x_2$: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Rette parallele e rette perpendicolari

La condizione di parallelismo fra due rette è $m = m'$; quindi se una retta ha coefficiente angolare m , anche la sua parallela ha coefficiente angolare m .

La condizione di perpendicolarità fra due rette è $m \cdot m' = -1$; quindi se una retta ha coefficiente angolare m , la sua perpendicolare ha coefficiente angolare $-\frac{1}{m}$.

Come scrivere l'equazione di una retta

Se di una retta si conoscono le coordinate di un punto (x_0, y_0) ed il coefficiente angolare m , la sua equazione si trova con la formula $y - y_0 = m(x - x_0)$.

Se di una retta si conoscono le coordinate di due punti (x_1, y_1) e (x_2, y_2) e se la retta non è parallela agli assi cartesiani, la sua equazione si trova con la formula $\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$.

Altre considerazioni sulla retta

Per trovare il **punto di intersezione di due rette** si deve risolvere il sistema formato dalle loro equazioni. Le situazioni che si possono presentare sono:

- il sistema è determinato e allora le due rette si intersecano in un punto
- il sistema è indeterminato e allora le due rette coincidono (sono in realtà la stessa retta)
- il sistema è impossibile e allora le due rette sono parallele e non coincidenti.

La **distanza** d del punto $P(x_0, y_0)$ dalla retta r di equazione $ax + by + c = 0$ si calcola con la formula

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$