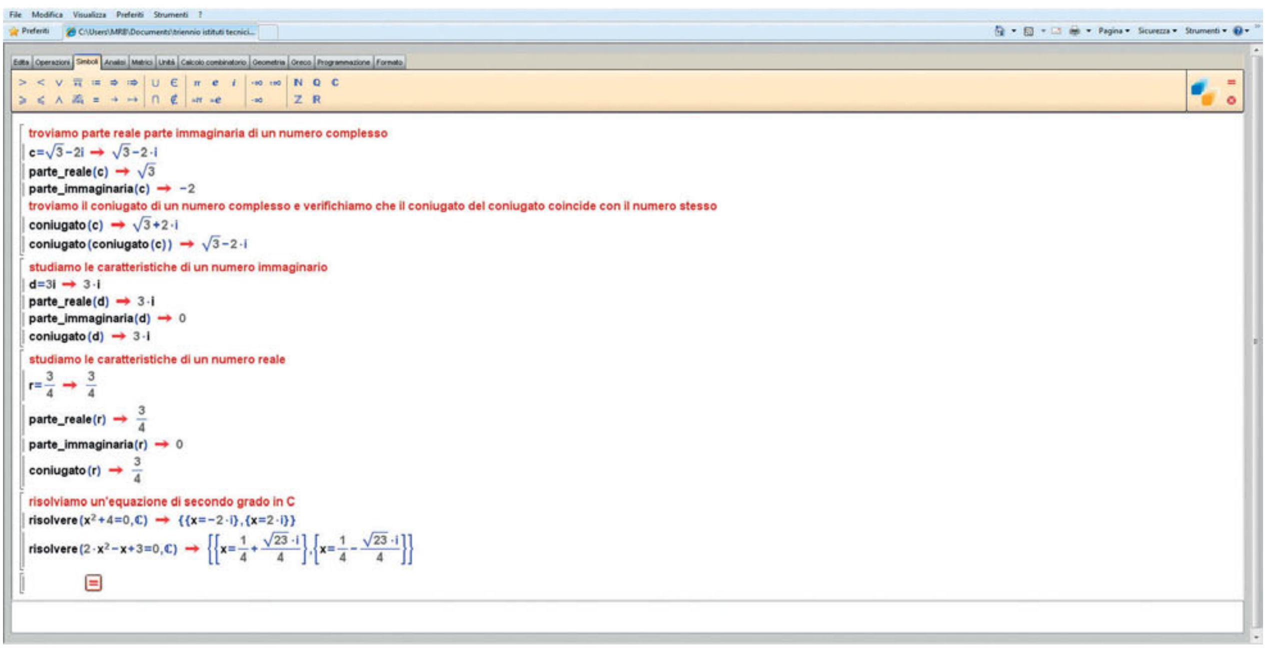
Matematica in laboratorio

1. I NUMERI COMPLESSI CON WIRIS

Le funzioni di Wiris per poter operare con i numeri complessi nella loro forma algebrica sono le seguenti:

- **parte_reale** $(a + ib)$
  restituisce la parte reale del numero complesso $a + ib$, cioè a
- **parte_immaginaria** $(a + ib)$
  restituisce il coefficiente della parte immaginaria del numero complesso $a + ib$, cioè b
- **coniugato** $(a + ib)$
  restituisce il complesso coniugato del numero $a + ib$, cioè $a - ib$.

Nella figura che segue abbiamo dapprima definito un numero complesso assegnandolo a una variabile e poi abbiamo applicato le funzioni descritte; è importante ricordare che, nella scrittura di un numero complesso, per rappresentare l'unità immaginaria i si deve usare il simbolo corrispondente nel menu *Simboli*.
Da ultimo abbiamo risolto alcune equazioni di secondo grado in C.



2. LA FORMA TRIGONOMETRICA E ALGEBRICA DEI NUMERI COMPLESSI

Usiamo Excel

Nella figura che trovi alla fine di questo paragrafo abbiamo impostato un foglio di lavoro di Excel per passare dalla forma algebrica a quella trigonometrica di un numero complesso e viceversa. Ne diamo una breve descrizione insistendo soprattutto sulle formule meno note perchè dovresti essere in grado di impostare il lavoro in modo autonomo.
Nella prima parte sono assegnati i valori di a e di b e vengono calcolati il modulo e l'argomento del numero complesso; Excel lavora in radianti, quindi per calcolare il valore del modulo in gradi sessagesimali occorre impostare la funzione in questo modo:

B8: =GRADI(ARCSEN(D5/B7))

Ricordiamo che la funzione ARCSEN è la funzione inversa della funzione seno e restituisce i valori dell'angolo compresi fra $-\frac{\pi}{2}$ e $\frac{\pi}{2}$; la funzione GRADI trasforma il risultato ottenuto da radianti in gradi nella forma decimale.

Nella seconda parte sono assegnati i valori del modulo e dell'argomento in gradi sessagesimali (in forma decimale) e vengono calcolati il coefficiente *a* della parte reale ed il coefficiente *b* della parte immaginaria. Ecco le formule:

B15: =B13 ∗ COS(RADIANTI(D13))

B16: =B13 ∗ SEN(RADIANTI(D13))

La funzione di Excel per trasformare l'ampiezza di un angolo da gradi sessagesimali a radianti è RADIANTI(argomento). Per avere l'espressione del numero complesso nella forma algebrica occorre poi usare la formula di concatenazione come indicato nella formula che segue:

D16: =CONCATENA("z = ";ARROTONDA(B15;2);" + ";ARROTONDA(B16;2);"i")

nella quale osserviamo i doppi apici per racchiudere le stringhe di testo e la funzione ARROTONDA che serve per arrotondare il numero posto come primo argomento con il numero di cifre decimali indicato come secondo argomento.

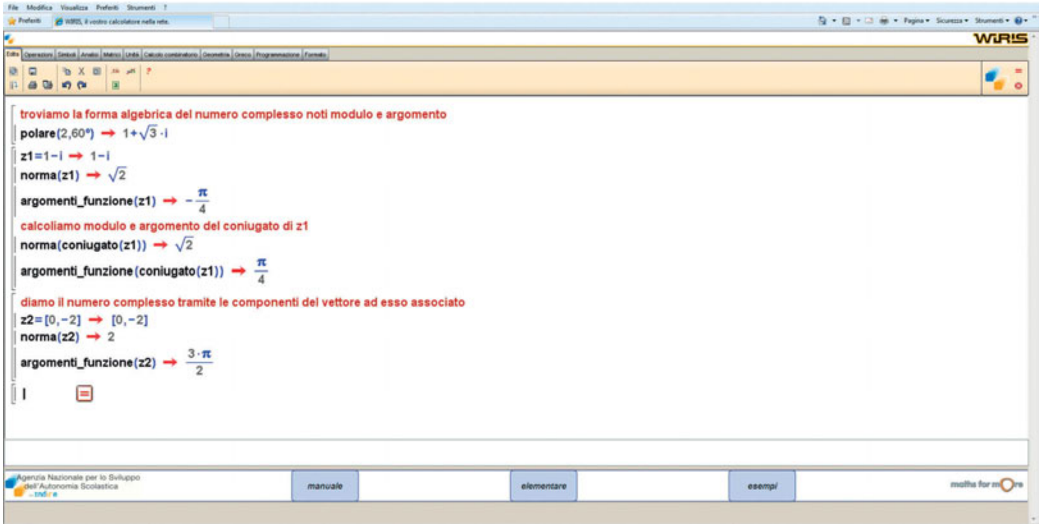
	A	B	C	D	E	F	G
1	I NUMERI COMPLESSI						
2							
3	DALLA FORMA ALGEBRICA ALLA FORMA TRIGONOMETRICA						
4							
5	a=	2	b=	–5			
6							
7	modulo	5,385165					
8	argomento	–68,19859					
9							
10							
11	DALLA FORMA TRIGONOMETRICA ALLA FORMA ALGEBRICA						
12							
13	modulo=	4	arg=	30			
14							
15	parte reale	3,464102					
16	parte immag.	2		$z = 3{,}46 + 2i$			

Usiamo Wiris

Altre funzioni di Wiris per la gestione dei numeri complessi sono le seguenti:

- **polare** (ρ, ϑ)
  restituisce la forma algebrica del numero complesso che ha come modulo ρ e come anomalia ϑ
- **argomenti_funzione** $(\boldsymbol{a} + \boldsymbol{ib})$
  restituisce l'anomalia del numero complesso $a + ib$.
  L'argomento di questa funzione, oltre al numero dato nella sua forma algebrica, può anche essere il vettore associato al numero complesso, dato mediante le coordinate dei suoi estremi, oppure le sue componenti.
- **norma** $(\boldsymbol{a} + \boldsymbol{ib})$
  restituisce il modulo del numero complesso $a + ib$. La norma è anche indicata con il simbolo $\|\ \|$ nel menu *Operazioni*.
  Analogamente alla precedente funzione, l'argomento può essere il vettore associato al numero dato con le stesse modalità.

Nella figura di pagina seguente abbiamo applicato queste funzioni ad alcuni numeri complessi.



3. Le radici n-esime di un numero complesso con GeoGebra

Con GeoGebra i numeri complessi possono essere inseriti direttamente dalla riga di inserimento digitandoli in forma algebrica o anche in forma esponenziale:

in forma algebrica: $z1 = 3 + 2i$

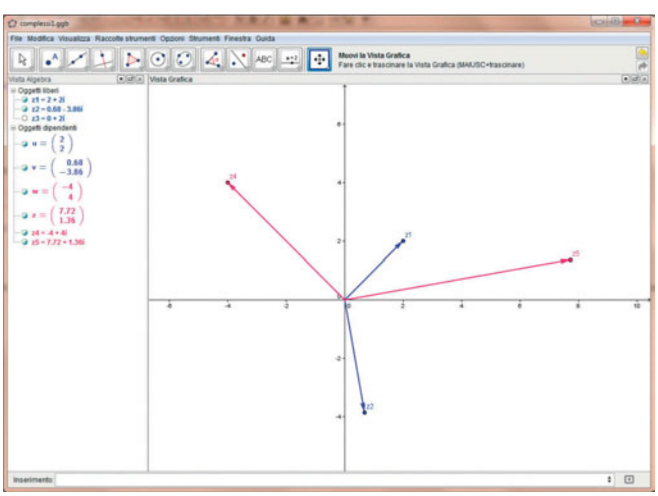
in forma esponenziale: $z2 = 4 \cdot e\hat{}(-\pi/3i)$

In entrambi i casi viene rappresentato un punto nel piano di Gauss. Possiamo poi tracciare il vettore di orgine O che ha come secondo estremo il punto che rappresenta il numero complesso:

$vettore(z1)$

$vettore(z2)$

Se moltiplichiamo ciascuno dei due numeri complessi per il numero $z3 = 2 \cdot e^{\frac{\pi}{2}i}$ otteniamo due nuovi numeri il cui vettore è ruotato in senso antiorario di $\frac{\pi}{2}$ e dilatato del fattore 2; nella prima figura i due vettori iniziali sono in blu, quelli ottenuti dopo l'applicazione di $z3$ sono $z4$ e $z5$ in rosso. Resta così verificato che un numero complesso ha le funzioni di un operatore di rotazione e dilatazione.



Con GeoGebra possiamo anche calcolare le radici n-esime di un numero complesso interpretandole come soluzioni di un'equazione polinomiale. Il comando è:

RadiciComplesse [polinomio]

Nella seconda figura abbiamo calcolato le radici quinte di -1 inserendo come argomento del precedente comando il polinomio $x^5 + 1$; come si nota, delle cinque radici solo una è reale ed è rappresentata dalla radice indicata nella figura con z_3.