

Il legame tra N e Z

All'inizio del paragrafo si è parlato della necessità di ampliare l'insieme N . L'insieme Z è proprio l'ampliamento che cercavamo per risolvere il problema della sottrazione. Attenzione però: N non è un sottoinsieme di Z ; il numero naturale non ha le stesse caratteristiche del numero intero perché non è dotato di segno.

Possiamo tuttavia pensare di associare ciascun numero naturale $n \neq 0$ al numero intero $+n$ stabilendo così una corrispondenza biunivoca fra N_0 e Z^+ (figura a lato).

Questa relazione fa corrispondere alla somma di due numeri naturali a e b la somma dei due numeri interi $+a$ e $+b$. Ad esempio alla somma $2 + 3$, cioè 5 , associa la somma $(+2) + (+3)$, cioè $+5$.

La stessa cosa succede per il prodotto: ad $a \cdot b$ viene associato il prodotto $(+a) \cdot (+b)$. Ad esempio al prodotto $3 \cdot 4$, cioè 12 , viene associato il prodotto $(+3) \cdot (+4)$, cioè $+12$.

Quando capita che fra due insiemi si possa stabilire una corrispondenza biunivoca che alla somma e al prodotto di due elementi del primo insieme associa la somma e il prodotto dei corrispondenti due del secondo, si dice che i due insiemi sono **isomorfi** rispetto alle operazioni considerate.

Diremo allora che N_0 e Z^+ sono isomorfi rispetto all'addizione e alla moltiplicazione.

Questa relazione è importante perché ci consente di identificare i numeri naturali con gli interi positivi e quindi di operare fra numeri interi e naturali quando a questi ultimi associamo i numeri positivi cui corrispondono.

