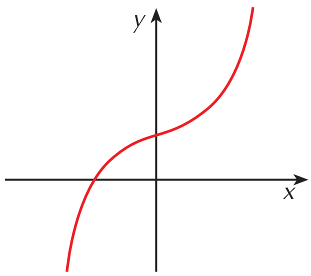
Esercizi di consolidamento

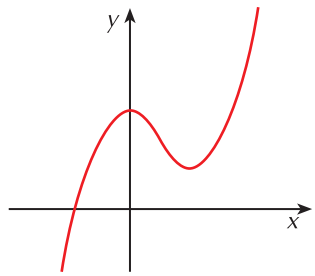
Funzioni

1 Indica quali tra i seguenti grafici rappresentano funzioni; specifica poi se si tratta di funzioni suriettive, iniettive o biiettive.

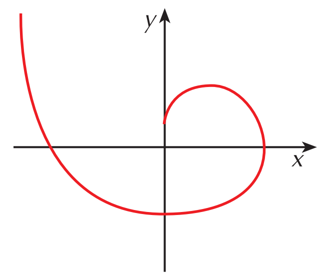
a.



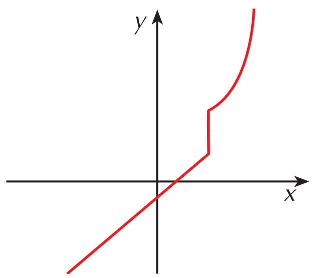
b.



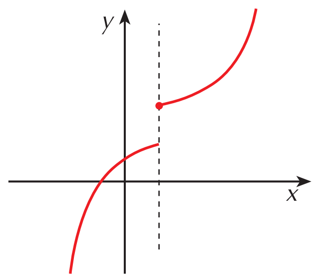
c.



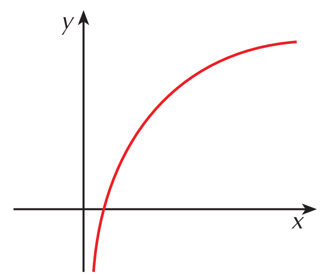
d.



e.



f.



[**a**. biiettiva, **b**. suriettiva, **e**. iniettiva, **f**. biiettiva in R^+]

2 Per ciascuna delle seguenti funzioni trova quanto richiesto:

a. $f(x) = x^2 + x$ trova $f(-2)$, $f\left(\frac{1}{2}\right)$, la controimmagine di 6

b. $f(x) = \sqrt{x+1}$ trova $f(0)$, $f(-1)$, la controimmagine di 5

c. $f(x) = \frac{x}{x+1}$ trova $f(1)$, $f\left(-\frac{1}{2}\right)$, la controimmagine di -2

$\left[\mathbf{a}.\ 2,\ \frac{3}{4};\ -3 \text{ e } 2;\ \mathbf{b}.\ 1,\ 0,\ 24;\ \mathbf{c}.\ \frac{1}{2}, -1, -\frac{2}{3}\right]$

3 Stabilisci se le seguenti funzioni sono invertibili nel loro dominio e, in caso affermativo, trova l'equazione della funzione inversa:

a. $y = x^2 - 4$ **b.** $y = \sqrt{x-2}$ **c.** $y = \frac{3x}{x-2}$

$\left[\mathbf{a}.\ \text{non invertibile, } \mathbf{b}.\ \text{invertibile, } f^{-1}: y = x^2 + 2 \text{ con } x \geq 2;\ \mathbf{c}.\ \text{invertibile, } f^{-1}: y = \frac{2x}{x-3}\right]$

4 Date le funzioni $f(x) = \frac{1}{x-1}$ e $g(x) = \sqrt{x+3}$, calcola:

a. $f(g(2))$ **b.** $g(f(-1))$ **c.** $f(g(x))$ **d.** $g(f(x))$

$\left[\mathbf{a}.\ \frac{1}{\sqrt{5}-1};\ \mathbf{b}.\ \sqrt{\frac{5}{2}};\ \mathbf{c}.\ f(g(x)) = \frac{1}{\sqrt{x+3}-1};\ \mathbf{d}.\ g(f(x)) = \sqrt{\frac{3x-2}{x-1}}\right]$

5 Considerato il segmento di estremi $A\left(\frac{3}{4}, -2\right)$ e $B\left(-1, \frac{1}{2}\right)$, troviamo il suo corrispondente nelle seguenti isometrie:

a. simmetria rispetto all'origine $\left[A'\left(-\frac{3}{4}, 2\right), B'\left(1, -\frac{1}{2}\right)\right]$

b. simmetria rispetto alla bisettrice $y = x$ $\left[A'\left(-2, \frac{3}{4}\right), B'\left(\frac{1}{2}, -1\right)\right]$

c. simmetria rispetto al punto $Q(-1, 1)$ $\left[A'\left(-\frac{11}{4}, 4\right), B'\left(-1, \frac{3}{2}\right)\right]$

d. traslazione di vettore $\vec{v} = \left(\frac{1}{2}, -2\right)$. $\left[A'\left(\frac{5}{4}, -4\right), B'\left(-\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\right)\right]$

6 Determina l'equazione della retta r' che corrisponde alla retta r: $y = -2x + 3$ in una traslazione di vettore $\vec{v} = (-1; +5)$ e determina le coordinate del corrispondente del suo punto P di ascissa 0.
$[y = -2x + 6;\ P'(-1; +8)]$

7 Dati i punti $A(-3; +1)$; $B(+2; 0)$ e $C(1; 4)$ determina il perimetro del triangolo ABC', dove C' è il corrispondente del punto C in una traslazione di vettore $\vec{v} = (0; -1)$. $[\sqrt{26} + \sqrt{20} + \sqrt{10}]$

8 Determina in quale isometria si corrispondono i punti P e P' nei seguenti casi:

a. $P(4, 2)$ $P'(4, -2)$
b. $P(3, -1)$ $P'(-3, 1)$
c. $P(2, 6)$ $P'(-6, -2)$
d. $P(1, 7)$ $P'(7, 1)$

9 Considerata la parabola di equazione $y = x^2 + 4x - 5$, troviamo quella che ad essa corrisponde nelle seguenti isometrie:

a. simmetria rispetto al punto $Q(1, 2)$ $[y = -x^2 + 8x - 3]$

b. simmetria rispetto all'asse x $[y = -x^2 - 4x + 5]$

c. simmetria rispetto all'asse y $[y = x^2 - 4x - 5]$

d. traslazione di vettore $\vec{v} = (-3, 1)$. $[y = x^2 + 10x + 17]$

10 Date le rette r: $y = 2x - 3$ e s: $y = -x + 4$: trova le equazioni delle loro simmetriche rispetto alla bisettrice del primo e terzo quadrante e determina poi il loro punto di intersezione. Che relazione c'è tra il punto d'intersezione di r e s e quello delle loro trasformate?
$\left[P\left(\frac{5}{3}; \frac{7}{3}\right)\right]$

11 I punti $A(-3; 0)$ e $B(2; -4)$ si corrispondono in una simmetria centrale; determina il centro della simmetria.
$\left[C\left(-\frac{1}{2}; -2\right)\right]$

12 Determina la retta che passa per i punti A' e B', dove A' è il corrispondente di $A(-1; 4)$ in una simmetria assiale rispetto all'asse y e B' è il corrispondente di $B(2; 0)$ in una simmetria centrale con centro nell'origine degli assi.
$[3y - 4x - 8 = 0]$

13 Al triangolo di vertici $A(0, 2)$, $B(-1, -3)$, $C(4, 1)$ viene applicata una omotetia avente centro nell'origine e rapporto $k = -2$. Trova le coordinate dei vertici del triangolo trasformato.
$[A'(0, -4);\ B'(2, 6);\ C'(-8, -2)]$

14 Determina il perimetro del triangolo $A'B'C'$ corrispondente al triangolo ABC in un'omotetia avente centro nell'origine e rapporto $k = -2$, essendo $A(1; 2)$; $B(-2; 1)$; $C(3; 0)$. $[2(\sqrt{10} + 2\sqrt{2} + \sqrt{26})]$

15 Alla curva γ di equazione $y = \frac{1}{2}x^2 - 2$ viene applicata una dilatazione di fattori $h = -\frac{1}{2}$ lungo l'asse x e $k = 3$ lungo l'asse y. Scrivi l'equazione della curva trasformata γ'. [$y = 6x^2 - 6$]

16 Determina il segmento corrispondente a quello di estremi $P(-5;\ 1)$ e $Q(2;-4)$ sapendo che al segmento PQ vengono applicate nell'ordine una traslazione di vettore $\vec{v} = (+1;-2)$ e una omotetia avente centro nell'origine e rapporto $k = 3$. [$P''(-12;-3)$; $Q''(9;-18)$]

17 Determina la lunghezza del segmento di estremi A e B sapendo che i suoi corrispondenti nella dilatazione di equazione $\begin{cases} x' = 2x \\ y' = \frac{1}{2}y \end{cases}$ sono $A'(2;\ 0)$ e $B'(-4;\ 2)$. [5]