

## LA LOGICA

### LA LOGICA E I CONNETTIVI

#### richiami della teoria

- La **logica** è un ramo della matematica che studia le regole per effettuare ragionamenti;
- una **proposizione** è una frase semplice nella quale si afferma qualcosa in modo chiaro e univoco; di una proposizione si può sempre affermare con precisione se è **vera** o se è **falsa**;
- i **valori di verità** di una proposizione sono vero o falso;
- il connettivo logico **negazione** si indica con un trattino sopra la lettera della proposizione; la negazione di una proposizione  $p$  è una proposizione che è vera quando  $p$  è falsa ed è falsa quando  $p$  è vera;
- il connettivo logico **congiunzione** si indica con il simbolo  $\wedge$ ; la proposizione congiunzione  $p \wedge q$  è vera se e solo se  $p$  e  $q$  sono vere;
- il connettivo logico **disgiunzione** si indica con il simbolo  $\vee$ ; la proposizione disgiunzione  $p \vee q$  è vera se sono vere entrambe o se è vera almeno una delle proposizioni che la compongono;
- per calcolare il **valore di verità** di una espressione logica occorre seguire le seguenti regole:
  - a. la negazione ha la precedenza sulle altre proposizioni;
  - b. le operazioni si eseguono nell'ordine con cui sono scritte;
  - c. le parentesi si risolvono seguendo lo stesso ordine delle espressioni numeriche.

#### COMPrensione della Teoria

- 1 Di una proposizione si può sempre affermare con precisione:
  - a. se è vera, ma non se è falsa;
  - b. se è vera o se è falsa;
  - c. se è falsa, ma non se è vera.
- 2 Quali sono i valori di verità di una proposizione?
- 3 Se una proposizione  $p$  è vera, qual è il valore di verità della proposizione  $\bar{p}$ ?
- 4 Completa la seguente affermazione:  
la proposizione disgiunzione  $p \vee q$  è vera se ..... o se è vera .....  
delle proposizioni che la compongono.

#### Applicazione

Stabilisci quale delle frasi seguenti sono proposizioni logiche.

#### 5 *Esercizio Suelto*

- a. Il piatto più buono è la pastasciutta;
- b. la capitale dell'Italia è Genova.

- a.** La frase «il piatto più buono è la pastasciutta» non è una proposizione logica perché non è possibile stabilire se è universalmente una frase vera oppure è falsa: ci sono persone per cui tale frase è vera altre per cui è falsa.
- b.** La frase «la capitale dell'Italia è Genova» è una proposizione logica perché è possibile stabilire se è vera oppure è falsa: chiunque infatti direbbe che è falsa.

- 6** La matematica è la materia più difficile.
- 7** L'elefante è l'animale più piccolo che esista.
- 8** Il computer serve per camminare.
- 9** Il dollaro è la moneta degli Stati Uniti d'America;
- 10** Il gatto è un felino.
- 11** Il numero 15 è divisibile per 3.
- 12** Spero che la squadra per cui faccio il tifo vinca.
- 13** Il problema di geometria è molto difficile.
- 14** Oggi è una brutta giornata.
- 15** Prestami una matita.
- 16** Milano è una città della Toscana.
- 17** La macchina è più comoda del motorino.
- 18** La mela è un frutto.
- 19** Logica è una parola composta da sei lettere.
- 20** I poligoni regolari hanno tutti i lati uguali.
- 21** La Terra è un pianeta del sistema solare molto grande.

**Stabilisci quali delle seguenti proposizioni sono proposizioni composte.**

**22** *Esercizio Svolto*

- a.** «la mia casa ha cinque stanze»;
- b.** «Marco e Mara hanno dieci anni»;
- c.** «Luca o Stefano verrà interrogato in matematica».

Solo le proposizioni **b.** «Marco e Mara hanno dieci anni» e **c.** «Luca o Stefano verrà interrogato in matematica» sono proposizioni composte perché sono combinate dai connettivi logici congiunzione (la **b.**  $\wedge$ ) e disgiunzione (la **c.**  $\vee$ ).

- 23** «Oggi vado al cinema e compro un libro».
- 24** «Claudio mangia un'albicocca e una pesca».
- 25** «Il film che ho visto è durato due ore».
- 26** «10 è il doppio di 5».
- 27** «6 è multiplo di 2 e di 3».

**Scomponi le seguenti proposizioni composte nelle proposizioni che le compongono.**

### 28 *Esercizio Svolto*

- a. «il libro di italiano ha la copertina blu o quello di storia ha 150 pagine»;  
 b. «40 è multiplo di 20 ed è un numero pari».
- a. Le due proposizioni sono  $p$  : «il libro di italiano ha la copertina blu» e  $q$  : «il libro di storia ha 150 pagine»; sono legate dal connettivo "o" ( $\vee$ );  
 b. le due proposizioni sono  $r$  : «40 è multiplo di 20» e  $s$  : «40 è un numero pari»; sono legate dal connettivo "e" ( $\wedge$ ).

29 «6 è un numero pari o è un numero divisibile per 5».

30 «La parola *Milano* è composta da 4 lettere e inizia con la lettera M».

**Date le seguenti proposizioni, scrivi le loro negazioni e stabilisci poi se sono vere o false.**

### 31 *Esercizio Svolto*

- a.  $p$  : «Roma è la capitale dell'Italia»;  
 b.  $q$  : «7 è il doppio di 3»;  
 c.  $r$  : «il risultato della somma tra 2 e 5 è 7».
- a.  $\bar{p}$  : «Roma non è la capitale dell'Italia»;  
 b.  $\bar{q}$  : «7 non è il doppio di 3»;  
 c.  $\bar{r}$  : «il risultato della somma tra 2 e 5 non è 7».

La proposizione  $p$  è vera, dunque  $\bar{p}$  è falsa; la proposizione  $q$  è falsa, quindi  $\bar{q}$  è vera; la proposizione  $r$  è vera, quindi  $\bar{r}$  è falsa.

32  $p$  : «2 è un numero primo».

33  $q$  : «Leopardi è nato a Recanati».

34  $r$  : «6 è il successivo di 7».

35 Completa la seguente tavola di verità della negazione della proposizione  $p$ :

$p$	$\bar{p}$
V	
F	

### 36 *Esercizio Guidato*

Data la proposizione  $p$  : «7 è un numero dispari», scrivi la sua negazione e la negazione della negazione e stabilisci poi il valore di verità di  $\bar{p}$  e  $\bar{\bar{p}}$ .

$\bar{p}$  : «7 non è un numero dispari».

$\bar{\bar{p}}$  : «non è vero che 7 ..... dispari».

Stabilisci da solo il valore di verità delle proposizioni  $\bar{p}$  e  $\bar{\bar{p}}$ .

37 Data la proposizione  $p$  : «Brescia è una provincia della Liguria», scrivi la sua negazione e la negazione della negazione e stabilisci poi il valore di verità di  $\bar{p}$  e  $\bar{\bar{p}}$ .

- **38** Date le proposizioni  $p$ : «8 è il prodotto tra 2 e 4» e  $q$ : «4 è un numero primo», stabilisci il valore di verità:
- delle due proposizioni;
  - della proposizione  $\bar{p}$ ;
  - della proposizione  $\bar{q}$ .

### 39 *Esercizio Guidato*

Date le proposizioni  $p$ : «il libro di inglese è composto da 10 unità» e  $q$ : «il libro di inglese ha 145 pagine», scrivi la proposizione composta  $p \wedge q$  e compila la relativa tabella di verità.

$p \wedge q$ : «..... ed .....».

$p$	$q$	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	...
F	V	...
F	F	...

- 40** Date le proposizioni  $p$ : «5 è sottomultiplo di 10» e  $q$ : «5 è un numero primo», scrivi la proposizione composta  $p \wedge q$  e compila la tabella di verità.
- 41** Date le proposizioni  $p$ : «15 è multiplo di 3» e  $q$ : «7 è un numero primo», costruisci la proposizione composta  $p \wedge q$  e stabilisci se è vera o falsa.
- 42** Date le proposizioni  $p$ : «18 è multiplo di 2» e  $q$ : «144 è il quadrato di 13», costruisci la proposizione composta  $p \wedge q$  e stabilisci se è vera o falsa.

**Determina il valore di verità di  $p \wedge q$  nelle seguenti proposizioni.**

- 43**  $p$ : «4 è un numero pari»                       $q$ : «5 è un numero dispari».
- 44**  $p$ : «Eros Ramazzotti è un ballerino»       $q$ : «Fabio Capello è un cantante».
- 45**  $p$ : «8 è un multiplo di 4»                       $q$ : «9 è un multiplo di 5».

### 46 *Esercizio Guidato*

Date le proposizioni  $p$ : «Matteo frequenta la classe terza» e  $q$ : «Matteo porta gli occhiali», scrivi la proposizione composta  $p \vee q$  e compila la relativa tabella di verità.

$p \vee q$ : «Matteo frequenta la classe terza ..... porta .....».

$p$	$q$	$p \vee q$
V	V	V
V	F	...
F	V	V
F	F	...

- 47** Date le proposizioni  $p$ : «il cielo è sereno» e  $q$ : «il vestito è rosa», scrivi la proposizione composta  $p \vee q$  e compila la relativa tabella di verità.
- 48** Date le proposizioni  $p$ : «Firenze è in Toscana» e  $q$ : «Aosta è in Piemonte», costruisci la proposizione composta  $p \vee q$  e stabilisci se è vera o falsa.

**49** Date le proposizioni  $p$ : «la Bulgaria è in Asia» e  $q$ : «la moneta inglese è il dollaro», costruisci la proposizione composta  $p \vee q$  e stabilisci se è vera o falsa.

**50** Date le proposizioni  $p$ : «4 è un numero primo» e  $q$ : «il delfino è un mammifero», costruisci le proposizioni composte  $p \vee q$  e  $p \wedge q$  e stabilisci se sono vere o false.

**Determina il valore di verità di  $p \vee q$  nelle seguenti proposizioni:**

**51**  $p$ : «10 è un numero pari»                       $q$ : «15 è un numero dispari».

**52**  $p$ : «Francesco Totti è un ciclista»               $q$ : «Paolo Bonolis è un calciatore».

**53**  $p$ : «9 è il successivo di 8»                       $q$ : «9 è un numero primo».

● **54** Date le proposizioni  $p$ : «Il cane è un mammifero» e  $q$ : «Il gatto miagola», stabilisci il valore di verità delle seguenti proposizioni:

a.  $p \wedge q$ ; [V]

b.  $p \vee q$ ; [V]

c.  $\bar{p} \vee q \wedge p$ ; [V]

d.  $(\bar{q} \vee \bar{q}) \wedge (q \wedge \bar{p})$ . [F]

● **55** Determina il valore di verità della proposizione  $(\bar{a} \vee \bar{b}) \wedge (\bar{c} \vee d)$  supponendo che:  
 $a = \text{Vero}$ ;  $b = \text{Vero}$ ;  $c = \text{Falso}$ ;  $d = \text{Vero}$ . [F]

● **56** Considera le seguenti proposizioni:  
 $p$ : «il quadrato ha tre lati»;               $q$ : «il triangolo non ha diagonali»;  
 $r$ : «il triangolo è un poligono»;               $s$ : «il triangolo ha due altezze».

Dopo aver individuato il valore di verità di ciascuna di esse, risolvi le seguenti espressioni logiche:

a.  $p \wedge q \vee \bar{r} \vee \bar{s}$ ; [V]

b.  $(p \vee \bar{q}) \wedge (\bar{r} \vee s)$ ; [F]

c.  $[(\bar{p} \vee q) \wedge r] \vee \bar{s}$ . [V]

● **57** Dopo aver stabilito il valore di verità delle proposizioni:  
 $q$ : «30 è un multiplo di 3»;  
 $p$ : «Napoli è il capoluogo della Toscana»;  
 $r$ : «la rana è un anfibio»;  
 calcola il valore di verità della seguente espressione logica:  $[r \vee q \wedge (\bar{q} \wedge r) \vee (p \vee q \wedge \bar{r})] \wedge \bar{r}$ . [F]

**Completa le seguenti tavole di verità.**

**58**

$p$	$q$	$\bar{p}$	$\bar{q}$	$\bar{p} \wedge q$	$p \vee \bar{q}$
V	V				
V	F				
F	V				
F	F				

**59**

$p$	$q$	$\bar{q}$	$p \vee \bar{q}$	$p \wedge (p \vee \bar{q})$
V	V			
V	F			
F	V			
F	F			

60

$p$	$q$	$\bar{p}$	$\bar{\bar{p}}$	$\bar{p} \wedge q$	$\bar{\bar{\bar{p} \wedge q}}$	$\bar{\bar{\bar{p} \wedge q}} \vee p$
V	V					
V	F					
F	V					
F	F					

61

$a$	$b$	$c$	$\bar{b}$	$a \vee \bar{b}$	$c \vee (a \vee \bar{b})$
V	V	V			
V	V	F			
V	F	V			
V	F	F			
F	V	V			
F	V	F			
F	F	V			
F	F	F			