

Concetti chiave e regole

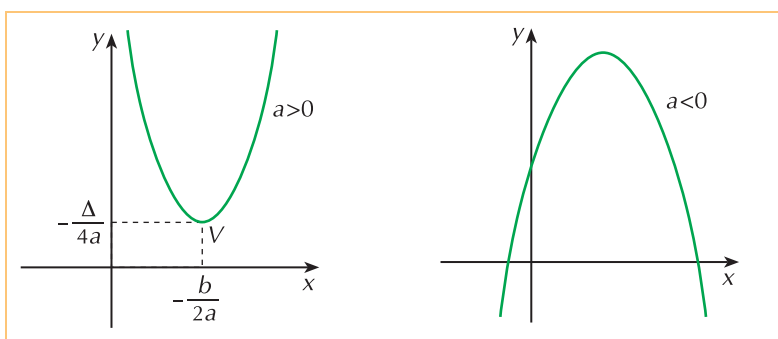
I luoghi di punti e la parabola

Luogo di punti è l'insieme di tutti e soli i punti che godono di una medesima proprietà P .

Fissato nel piano un sistema di assi cartesiani ortogonali, un luogo di punti si può rappresentare mediante una relazione algebrica fra le coordinate (x, y) dei suoi punti.

- La parabola è il luogo dei punti del piano equidistanti da un punto fisso detto **fuoco** e da una retta fissa detta **direttrice**. È una curva simmetrica rispetto alla retta che passa per il fuoco ed è perpendicolare alla direttrice. Il punto di intersezione di tale asse di simmetria con la parabola si chiama **vertice**.
- In un sistema di riferimento cartesiano ortogonale, una parabola che ha l'asse di simmetria parallelo all'asse y ha equazione $y = ax^2 + bx + c$.
Se $a > 0$, la parabola volge la concavità verso l'alto, se $a < 0$ la concavità è verso il basso.

Posto $\Delta = b^2 - 4ac$, il vertice è il punto $V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$, l'asse di simmetria ha equazione $x = -\frac{b}{2a}$.



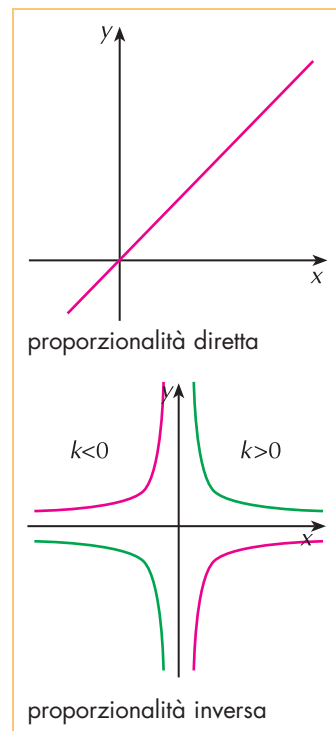
Le funzioni di proporzionalità

Due insiemi di grandezze in corrispondenza biunivoca sono:

- **direttamente proporzionali** se il rapporto fra due qualsiasi elementi del primo insieme è uguale al rapporto fra i corrispondenti due elementi del secondo insieme; in tal caso si verifica che è costante il rapporto fra le misure di elementi che si corrispondono; tale costante prende il nome di costante di proporzionalità diretta
- **inversamente proporzionali** se il rapporto fra due qualsiasi elementi del primo insieme è uguale al rapporto inverso fra i corrispondenti due elementi del secondo insieme; in tal caso si verifica che è costante il prodotto fra le misure di elementi che si corrispondono; tale costante prende il nome di costante di proporzionalità inversa.

In un sistema di riferimento cartesiano ortogonale:

- una relazione di proporzionalità diretta di costante m è rappresentata dalla retta di equazione $y = mx$
- una relazione di proporzionalità inversa di costante k è rappresentata dall'iperboloide di equazione $xy = k$.



Gli zeri di una funzione

I punti in cui una funzione $f(x)$ interseca l'asse delle ascisse si dicono **zeri** della funzione; essi si determinano risolvendo l'equazione $f(x) = 0$.

L'individuazione degli zeri di una funzione è utile anche per risolvere graficamente una disequazione; in particolare, una disequazione lineare $ax + b \gtrless 0$ si può risolvere costruendo il grafico della retta $y = ax + b$ e scegliendo l'intervallo dei valori di x in cui la retta è positiva o negativa a seconda del verso della disequazione.

Funzioni con i moduli e funzioni lineari a tratti

Per tracciare il grafico della funzione di equazione $y = |f(x)|$ si procede in questo modo:

- si costruisce il grafico della funzione senza il modulo, cioè di $y = f(x)$
- si esegue una simmetria rispetto all'asse x delle sole parti negative del grafico.

Una funzione lineare a tratti ha la forma $y = \begin{cases} ax + b & \text{per } x \text{ che appartiene ad un intervallo } I_1 \\ cx + d & \text{per } x \text{ che appartiene ad un intervallo } I_2 \end{cases}$

dove I_1 e I_2 sono intervalli disgiunti.

Il suo grafico si ottiene costruendo quello della retta $y = ax + b$ in I_1 e della retta $y = cx + d$ in I_2 .