LE TRASFORMAZIONI ISOMETRICHE

LA CONGRUENZA

richiami della teoria

- I **movimenti rigidi** sono quelle trasformazioni geometriche del piano che lasciano inalterate forma ed estensione delle figure;
- i **movimenti rigidi diretti** sono quelle trasformazioni che si compiono nel piano in cui si trovano le figure da sovrapporre: in questo caso tali figure sono **direttamente congruenti**;
- i **movimenti rigidi inversi** sono quelle trasformazioni che si compiono uscendo dal piano in cui si trovano le figure da sovrapporre: in questo caso tali figure sono **inversamente congruenti**.

COMPRENSIONE DELLA TEORIA

1 Completa le seguenti definizioni:

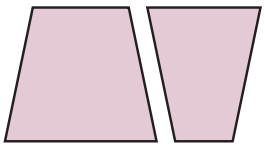
a. la congruenza tra due figure piane mantiene inalterata ..... e .....; cambia ..... delle figure nel piano;

b. due figure si dicono direttamente congruenti quando ..... che permettono di sovrapporle si compiono ..... in cui si trovano le figure;

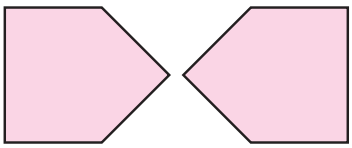
c. due figure si dicono inversamente congruenti quando ..... che permettono di sovrapporle si compiono ..... in cui si trovano le figure.

2 Quali delle seguenti figure sono congruenti e quali non lo sono?

a.

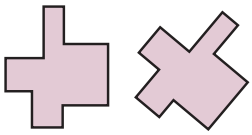


b.

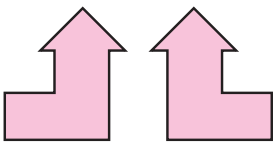


3 Quali delle seguenti figure sono direttamente congruenti e quali inversamente congruenti?

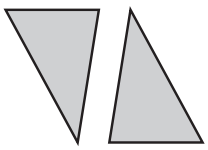
a.



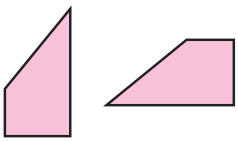
b.



c.



d.

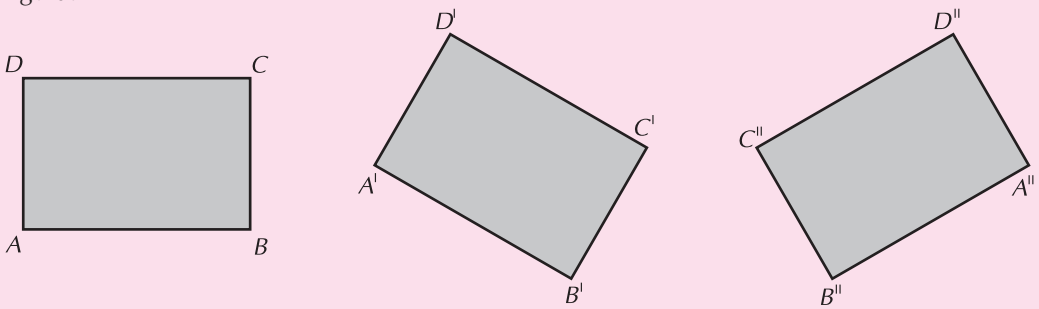


© ISTITUTO ITALIANO EDIZIONI ATLAS

APPLICAZIONE

4 *Esercizio Svolto*

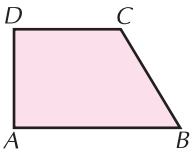
Disegna una figura direttamente congruente e una inversamente congruente al rettangolo *ABCD* in figura.



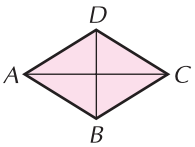
direttamente congruente inversamente congruente

Per ogni figura data, disegnane sul tuo quaderno una direttamente e una inversamente congruente.

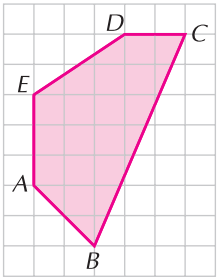
5 **a.**



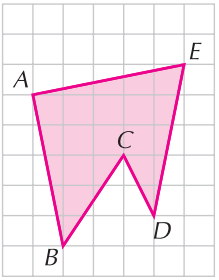
b.



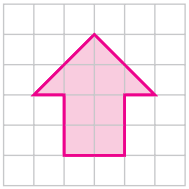
6 **a.**



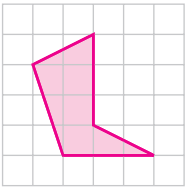
b.



7 **a.**



b.



La traslazione

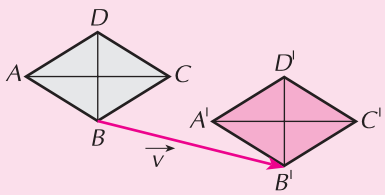
richiami della teoria

- La **traslazione è un movimento isometrico diretto** del piano determinato da un **vettore** che fissa modulo, direzione e senso di spostamento;
- la **composizione** o il **prodotto** di due o più traslazioni è ancora una traslazione;
- la regola del **parallelogrammo** è un procedimento che permette di determinare il vettore risultante di due traslazioni.

APPLICAZIONE

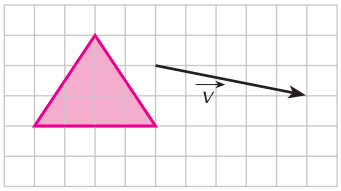
Date le seguenti figure determina le figure corrispondenti nelle traslazioni individuate dal vettore assegnato.

8 *Esercizio Svolto*

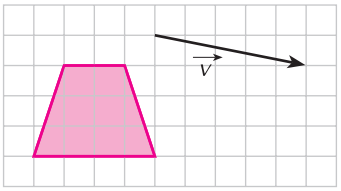


Per ottenere la traslazione del rombo *ABCD* basta traslare ogni suo vertice nella direzione, verso e modulo del vettore $\vec{v}$ assegnato.

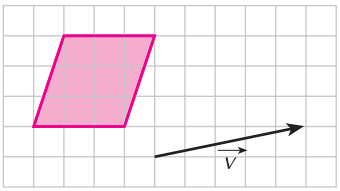
9 **a.**



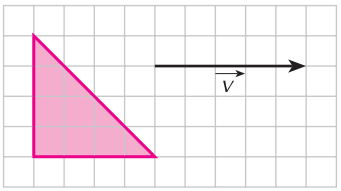
b.



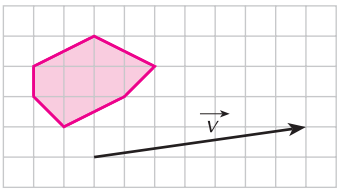
10 **a.**



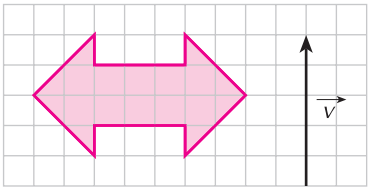
b.



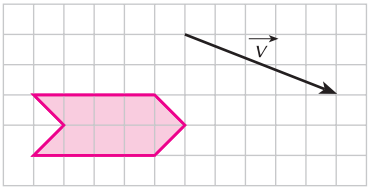
11 **a.**



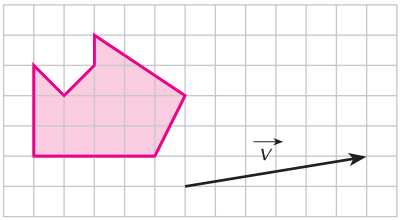
b.



12 **a.**

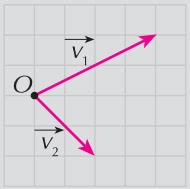


b.



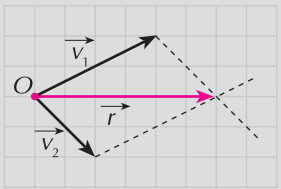
13 *Esercizio Guidato*

Determina il vettore risultante dei vettori assegnati.



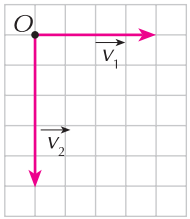
Applichiamo la regola del ....., tracciando dal vertice della freccia del vettore $\vec{v}_1$ una semiretta ..... a $\vec{v}_2$ e dal vertice della freccia di $\vec{v}_2$ la ..... al vettore $\vec{v}_1$.

Il vettore risultante $\vec{r}$ si ottiene congiungendo il ..... con il punto di intersezione delle due semirette e rappresenta la ..... del parallelogrammo.

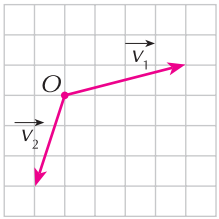


14 Determina il vettore risultante dei vettori rappresentati nelle seguenti figure:

a.

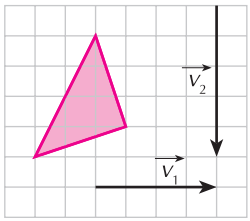


b.

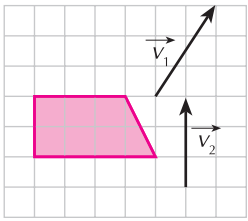


15 Disegna sul quaderno le seguenti figure, applica ad esse le traslazioni di vettore v_1 e v_2; determina poi la somma dei due vettori e trasla la figura di partenza rispetto al vettore risultante.

a.



b.



La rotazione

richiami della teoria

- La **rotazione è un movimento isometrico diretto** del piano determinato da un centro di rotazione, da un angolo orientato che determina l'ampiezza e il verso del movimento del piano;
- per determinare **l'ampiezza dell'angolo di rotazione** in due figure che si corrispondono in una rotazione, basta congiungere il centro della rotazione con due vertici corrispondenti delle due figure;
- la **composizione** o il **prodotto** di due o più rotazioni concentriche è ancora una **rotazione** in cui l'angolo di rotazione è uguale alla somma dei due angoli relativi alle due rotazioni, se queste avvengono nello stesso verso; alla differenza fra i due angoli di rotazione se le due rotazioni avvengono in senso opposto.

COMPRENSIONE DELLA TEORIA

16 Delle seguenti affermazioni indica quali sono vere e quali false:

a. due figure ottenute mediante una rotazione sono direttamente congruenti; V F

b. il centro di rotazione è il valore dell'angolo di cui la figura viene ruotata; V F

c. se ruotiamo una figura due volte attorno allo stesso centro nello stesso senso, l'angolo di rotazione è uguale al prodotto degli angoli relativi alle due rotazioni; V F

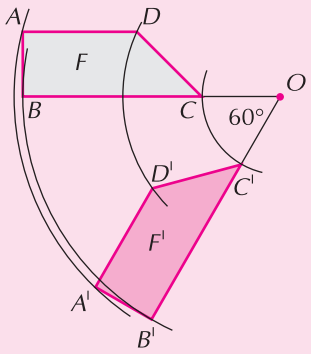
d. se ruotiamo una figura due volte attorno allo stesso centro ma in sensi opposti, l'angolo di rotazione è uguale alla differenza fra i due angoli di rotazioni. V F

APPLICAZIONE

17 *Esercizio Svolto*

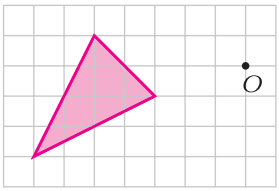
Determina la figura corrispondente alla figura assegnata mediante una rotazione di centro O e angolo $\overset{\curvearrowright}{\alpha} = 60°$.

Per ottenere la rotazione della figura F basta centrare il compasso in O e tracciare, in senso antiorario, degli archi di 60° dai vertici di F. I punti trovati sono i vertici di F' e congiungendoli si ottiene proprio la figura F'.

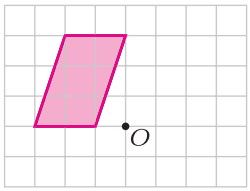


18 Disegna le seguenti figure sul tuo quaderno e poi determina le figure corrispondenti nelle rotazioni individuate dall'angolo e dal centro assegnati.

a. $\overset{\curvearrowright}{\alpha} = 45°$



b. $\overset{\curvearrowright}{\alpha} = 180°$



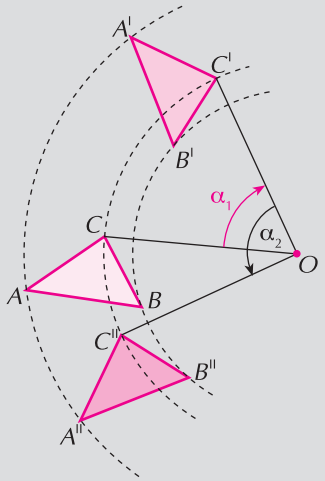
19 *Esercizio Guidato*

Considera il triangolo ABC e applica ad esso successivamente la rotazione R_1 di centro O e modulo $\underset{\hookleftarrow}{\alpha_1} = 60°$ e la rotazione R_2 di centro O e modulo $\underset{\hookleftarrow}{\alpha_2} = 90°$. Individua infine il prodotto R_3 delle due rotazioni.

Dato il triangolo ABC consideriamo il triangolo corrispondente $A'B'C'$ in una rotazione R_1 di ..... e ampiezza ..... in senso .....

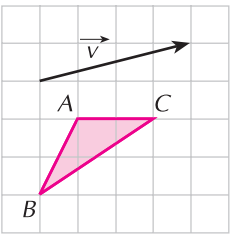
Costruiamo poi il triangolo $A''B''C''$ corrispondente di $A'B'C'$ in una rotazione R_2 di ..... e ampiezza ..... in senso .....

Osserviamo che è possibile passare direttamente da ABC a $A''B''C''$ per mezzo di una rotazione R_3 di ..... e ampiezza $\alpha_3 =$ ..... $-$ .....; nel nostro caso dobbiamo dunque considerare una rotazione di ..... in senso .....



20 Considera un rombo $ABCD$ e un punto O. Applica al rombo successivamente la rotazione R_1 di centro O e modulo $\underset{\hookleftarrow}{\alpha} = 100°$ e la rotazione R_2 di centro O e modulo $\underset{\hookleftarrow}{\alpha} = 60°$. Individua infine il prodotto R_3 delle due rotazioni.

21 Trasla la figura a lato rispetto al vettore $\vec{v}$ assegnato e poi ruotala di 45° in senso orario considerando come centro di rotazione il vertice A.



Le simmetrie

richiami della teoria

- La **simmetria assiale è un movimento isometrico inverso** del piano che fa corrispondere ad un punto A un punto A' posto alla stessa distanza dall'asse ma dalla parte opposta rispetto ad esso;
- la **simmetria centrale è un movimento isometrico diretto** del piano che fa corrispondere ad punto A un punto A' posto alla stessa distanza dal centro di simmetria ma dalla parte opposta rispetto ad esso;
- la **composizione** o il **prodotto** di due simmetrie assiali con **assi paralleli** corrisponde ad una traslazione definita da un vettore perpendicolare agli assi e con modulo che equivale al doppio della loro distanza;
- la **composizione** o il **prodotto** di due simmetrie assiali con **assi incidenti** corrisponde ad una rotazione avente il centro nel punto di intersezione dei due assi e angolo di rotazione orientato di ampiezza doppia rispetto all'angolo formato dai due assi;
- la **composizione o il prodotto** di due simmetrie assiali con **assi perpendicolari** corrisponde ad una simmetria centrale avente il centro nel punto di intersezione dei due assi;
- la **bisettrice** di un angolo è l'asse di simmetria dell'angolo stesso;
- il **triangolo isoscele** possiede un asse di simmetria e non ha il centro di simmetria;
- il **triangolo equilatero** possiede tre assi di simmetria e non ha il centro di simmetria;
- il **parallelogrammo** non possiede assi di simmetria e ha un centro di simmetria;
- il **rettangolo** possiede due assi di simmetria e ha un centro di simmetria;
- il **quadrato** possiede quattro assi di simmetria e ha un centro di simmetria;
- il **rombo** possiede due assi di simmetria e ha un centro di simmetria;
- il **trapezio isoscele** possiede un asse di simmetria e non ha il centro di simmetria;
- i **poligoni regolari** possiedono tanti assi di simmetria quanti sono i lati del poligono; inoltre quelli con un numero pari di lati, hanno anche un centro di simmetria;
- il **cerchio** possiede infiniti assi di simmetria e un centro di simmetria.

COMPRENSIONE DELLA TEORIA

22 Completa le seguenti definizioni:

a. due punti P e P' sono simmetrici rispetto ad una retta a se la retta a è ..... del segmento PP';
b. la simmetria assiale è un movimento ..... del piano che associa ad ogni punto del piano un punto simmetrico rispetto .....;
c. due punti P e P' si corrispondono in una simmetria centrale di centro O se O è il ..... del segmento .....;
d. la simmetria centrale di centro O è un movimento ..... del piano che associa ad ogni punto del piano un punto ..... rispetto al .....

23 Completa le seguenti affermazioni:

a. il prodotto di due simmetrie assiali con assi paralleli corrisponde a una ..... perpendicolare ..... e con modulo equivalente al ..... della loro distanza;
b. il prodotto di simmetrie assiali con assi incidenti corrisponde a ..... con centro nel ..... dei due assi e ..... rispetto all'angolo formato dai due assi;

c. il prodotto di due simmetrie assiali con assi perpendicolari corrisponde a una rotazione di ampiezza pari a ..... con centro nel punto di intersezione dei due assi o anche ad una ..... con centro nel punto di intersezione dei due assi.

24 Delle seguenti affermazioni indica quali sono vere e quali false:

a. il triangolo isoscele ha un asse di simmetria: la retta che contiene l'altezza rispetto alla base; V F

b. il triangolo equilatero ha un asse di simmetria: la retta che contiene l'altezza; V F

c. il parallelogrammo ha un centro di simmetria: il punto d'incontro delle diagonali; V F

d. il parallelogrammo ha due assi di simmetria: le diagonali; V F

e. il rettangolo ha due assi di simmetria: le rette perpendicolari ai lati nei punti medi; V F

f. il rettangolo ha un centro di simmetria: il punto d'incontro degli assi; V F

g. il quadrato ha quattro assi di simmetria: le rette perpendicolari ai punti medi dei lati e le rette contenenti le diagonali; V F

h. il quadrato ha un centro di simmetria: il punto d'incontro delle diagonali; V F

i. il rombo ha due assi di simmetria: le rette contenenti le diagonali; V F

l. il rombo ha un centro di simmetria: il punto d'incontro delle diagonali; V F

m. il trapezio isoscele ha tre assi di simmetria: la retta perpendicolare alle basi nel punto medio e le rette contenenti le diagonali; V F

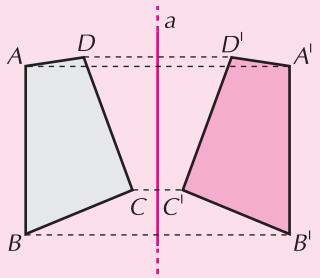
n. qualunque retta passante per il centro di una circonferenza è un asse di simmetria. V F

APPLICAZIONE

25 *Esercizio Svolto*

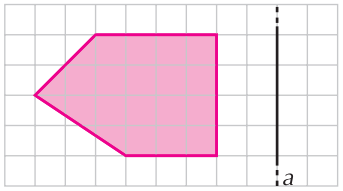
Determina la figura corrispondente del quadrilatero *ABCD* nella simmetria assiale di asse *a* assegnato.

La figura corrispondente del quadrilatero *ABCD* in una simmetria assiale di asse *a* si ottiene tracciando da ogni vertice di *ABCD* la perpendicolare all'asse *a*. I vertici di *A'B'C'D'* stanno su queste perpendicolari dalla parte opposta di *a* e distano dall'asse esattamente quanto *ABCD*.

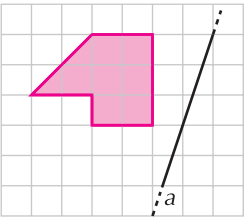


26 Dopo aver disegnato sul tuo quaderno le seguenti figure, determina le figure corrispondenti nella simmetria di asse *a* assegnato.

a.



b.

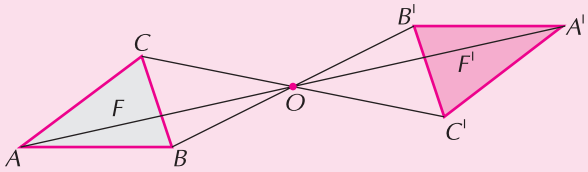


● **27** Considera un rombo, costruisci il suo simmetrico rispetto alla diagonale minore *BD* e ruotalo rispetto al suo vertice *C* di $\underset{\hookrightarrow}{\alpha} = 60°$.

28 *Esercizio Svolto*

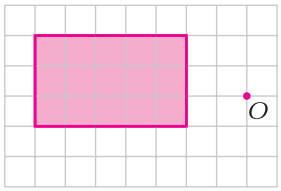
Determina la figura corrispondente in una simmetria centrale di centro O assegnato.

La figura corrispondente della figura F in una simmetria centrale di centro O si ottiene congiungendo ogni vertice con O e prolungando il segmento oltre O fino ad ottenere un segmento congruente alla distanza dei vertici di F con O.

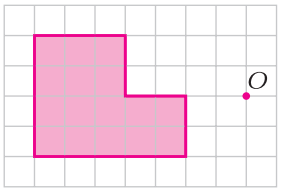


29 Dopo aver disegnato sul tuo quaderno le seguenti figure, determina le figure corrispondenti nella simmetria di centro O assegnato.

a.



b.



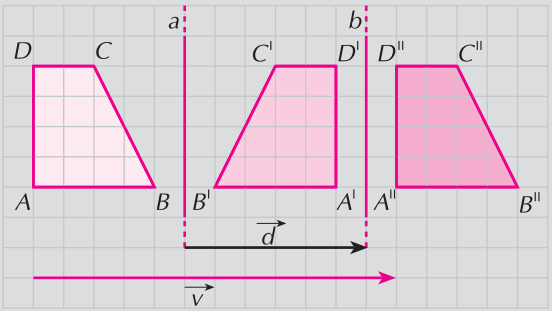
● **30** Costruisci il simmetrico di un rettangolo rispetto alla base AB e successivamente rispetto al vertice C.

● **31** Costruisci il simmetrico di un rombo $ABCD$ rispetto alla diagonale AC e successivamente rispetto al vertice D.

32 *Esercizio Guidato*

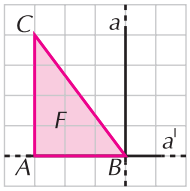
Dato il trapezio $ABCD$, determina la figura $A'B'C'D'$ corrispondente di $ABCD$ in una simmetria assiale di asse a, la figura $A''B''C''D''$ corrispondente di $A'B'C'D'$ in una simmetria assiale di asse b e il tipo di trasformazione che fa corrispondere $ABCD$ ad $A''B''C''D''$.

Dato il trapezio $ABCD$ consideriamo il trapezio corrispondente $A'B'C'D'$ in una simmetria ..... di asse .....
Costruiamo poi il trapezio A''..... corrispondente di ..... in una ..... di .....
Osserviamo che è possibile passare direttamente da $ABCD$ a $A''B''C''D''$ per mezzo di una ..... di vettore $\vec{v}$ ..... rispetto ai due ..... e con modulo che equivale al doppio della loro .....

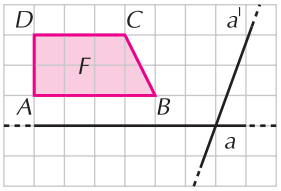


33 Date le figure F e gli assi a e a', determina la figura F' corrispondente di F in una simmetria assiale di asse a, la figura F'' corrispondente di F' in una simmetria assiale di asse a', il tipo di trasformazione che fa corrispondere F ad F'' e gli eventuali punti uniti.

a.



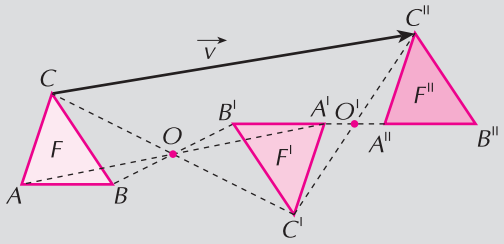
b.



34 *Esercizio Guidato*

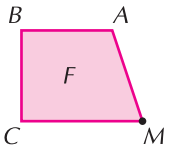
Data la figura F, determina la figura F' corrispondente di F in una simmetria centrale di centro O, la figura F'' corrispondente di F' in una simmetria centrale di centro O' e il tipo di trasformazione che fa corrispondere F ad F''.

Data la figura F consideriamo la corrispondente F' in una simmetria ..... di centro ..... Costruiamo poi la figura ..... corrispondente di F' in una ..... di ..... Osserviamo che è possibile passare direttamente da F a F'' per mezzo di una ..... di vettore $\vec{v}$ ..... alla retta che unisce ..... e con modulo che equivale al doppio della loro .....

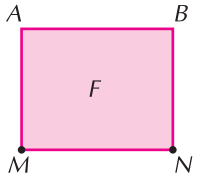


35 Date le figure F e i punti M e N, determina la figura F' corrispondente di F in una simmetria centrale di centro M e la figura F'' corrispondente di F' in una simmetria centrale di centro N.

a.



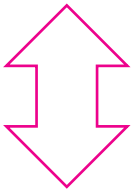
b.



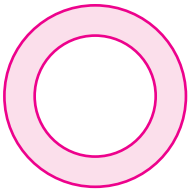
36 Trova gli assi di simmetria e i centri di simmetria delle seguenti figure:

a.

b.



c.



● **37** Costruisci il simmetrico di un quadrato rispetto a due lati consecutivi (in successione). La composizione di tali simmetrie a cosa corrisponde?

● **38** Costruisci il simmetrico di un trapezio rispetto alle due basi (in successione). La composizione di tali simmetrie a cosa corrisponde?

● **39** Costruisci il simmetrico di un triangolo equilatero rispetto a due suoi lati (in successione). La composizione di tali simmetrie a cosa corrisponde?

● **40** Costruisci il simmetrico di un triangolo rettangolo rispetto ai due cateti (in successione). La composizione di tali simmetrie a cosa corrisponde?

● **41** Costruisci il simmetrico di un triangolo rettangolo isoscele rispetto ad un cateto ed all'ipotenusa (in successione). La composizione di tali simmetrie a cosa corrisponde?