

Concetti chiave e regole

Le proprietà delle disuguaglianze numeriche

Dalla disuguaglianza $a > b$ (o dalla sua analoga $a < b$) si possono dedurre anche le seguenti:

- si può sommare (o sottrarre) ai due membri di una disuguaglianza uno stesso numero: $a + c > b + c$
- se si moltiplicano (o si dividono) entrambi i membri di una disuguaglianza per uno stesso numero positivo si ottiene una disuguaglianza dello stesso verso: $a \cdot c > b \cdot c$ se $c > 0$
- se si moltiplicano (o si dividono) entrambi i membri di una disuguaglianza per uno stesso numero negativo si ottiene una disuguaglianza di verso opposto: $a \cdot c < b \cdot c$ se $c < 0$

Disequazioni e disequazioni lineari

Una disequazione è una relazione della forma $A(x) > B(x)$ (oppure $A(x) < B(x)$), nella quale ci si chiede per quali valori di x l'espressione $A(x)$ assume valori maggiori (oppure minori) dell'espressione $B(x)$.

Una **disequazione intera lineare** si può sempre ricondurre alla forma $ax + b > 0$ che ha soluzione:

- $x > -\frac{b}{a}$ se $a > 0$
- $x < -\frac{b}{a}$ se $a < 0$

Se $a = 0$ la disequazione diventa una disuguaglianza numerica; se tale disuguaglianza è vera allora $S = R$, se è falsa allora $S = \emptyset$.

Disequazioni frazionarie

Una **disequazione frazionaria** si può sempre scrivere nella forma $\frac{A(x)}{B(x)} > 0$ oppure $\frac{A(x)}{B(x)} < 0$ nelle quali il denominatore non si può eliminare.

Per risolverla si studiano i segni del polinomio $A(x)$ e del polinomio $B(x)$ e si riporta la loro variazione in una tabella; dal segno di ciascuno dei fattori si deduce poi il segno della frazione e, di conseguenza, l'insieme delle soluzioni.

Disequazioni non lineari

Una **disequazione non lineare** $A(x) > 0$ si può risolvere con un metodo analogo a quello seguito per le disequazioni frazionarie se l'espressione $A(x)$ è un polinomio scomponibile nel prodotto di fattori di primo grado. In questo caso, si studia la variazione del segno di ogni fattore del prodotto, si costruisce la tabella dei segni, si determina il segno di $A(x)$ e da esso si deduce l'insieme delle soluzioni.

Sistemi di disequazioni

Due o più disequazioni si scrivono in un **sistema** se si vuole che esse siano verificate contemporaneamente. Per determinare l'insieme delle soluzioni si risolve ciascuna disequazione e si calcola l'**intersezione** degli insiemi soluzione.

Equazioni e disequazioni con i moduli

Se un'equazione o una disequazione contengono un modulo, si deve studiare il segno dell'espressione che è argomento del modulo e risolvere poi l'equazione o la disequazione nell'ambito del segno studiato:

- l'equazione $|A(x)| = B(x)$ è equivalente ai due sistemi: $\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ A(x) = B(x) \end{cases} \vee \begin{cases} A(x) < 0 \\ -A(x) = B(x) \end{cases}$
- la disequazione $|A(x)| > B(x)$ è equivalente ai due sistemi: $\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ A(x) > B(x) \end{cases} \vee \begin{cases} A(x) < 0 \\ -A(x) > B(x) \end{cases}$