

**N.B.:** Nelle esercitazioni precedenti abbiamo già realizzato alcune costruzioni con la circonferenza. In queste esercitazioni vogliamo analizzare le sue principali proprietà geometriche.

## 1 Disegnare la circonferenza passante per tre punti

GeoGebra, a differenza di Cabri, possiede un apposito strumento che permette la costruzione immediata della circonferenza dati tre punti; basta selezione **Circonferenza per tre punti** quindi cliccare sui punti.

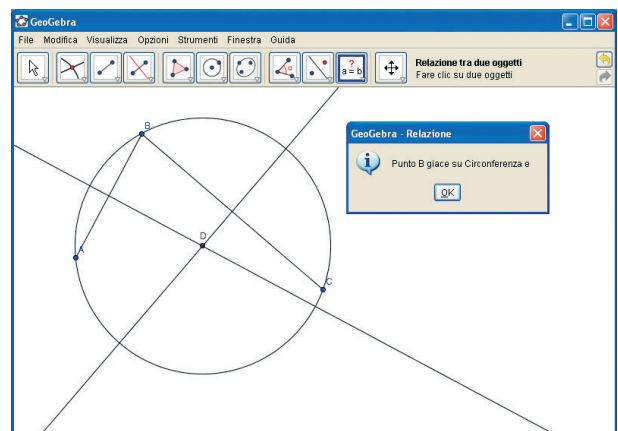
In questa esercitazione riproponiamo la procedura che trovi sul testo base per creare una circonferenza passante per tre punti; per eseguire questa costruzione si deve:

- disegnare sul foglio di lavoro tre punti  $A$ ,  $B$  e  $C$  con il comando **Nuovo Punto**;
- tracciare, mediante lo strumento **Segmento tra due punti**, i segmenti  $AB$  e  $BC$ ;
- selezionare lo strumento **Asse di un segmento** e costruire l'asse dei due segmenti;

- selezionare lo strumento **Intersezione di due oggetti** e trovare il punto di intersezione tra i due assi;
- selezionare lo strumento **Circonferenza di dato centro**;
- disegnare la Circonferenza di centro  $D$  e passante per  $A$ .

Dal disegno sembra che la circonferenza tracciata passi anche per i punti  $B$  e  $C$ . Per esserne certi si deve:

- selezionare lo strumento **Relazione tra due oggetti** cliccare sul punto  $B$  e sulla circonferenza; si apre una finestra su cui c'è scritto che il punto  $B$  giace sulla alla circonferenza;
- ripetere la stessa procedura per il punto  $C$ .



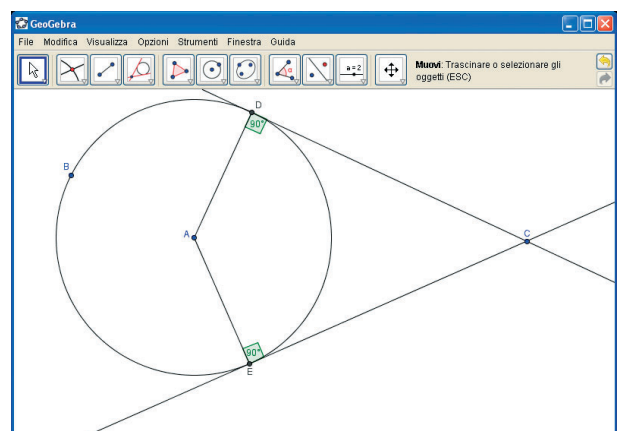
## 2 Costruire le rette tangenti ad una circonferenza

Anche questa esercitazione risulta molto più semplice della corrispondente con Cabri presentata nel testo base. Per costruire le rette tangenti ad una circonferenza si deve:

- tracciare nel foglio di lavoro, mediante il comando **Circonferenza di dato centro**, una circonferenza di centro  $A$ ;
- individuare, mediante lo strumento **Nuovo Punto**, un punto  $C$  esterno alla circonferenza;
- selezionare lo strumento **Tangenti** e cliccare sul punto  $C$  e sulla circonferenza.

Per verificare che i raggi che uniscono il centro della circonferenza ai due punti di tangenza sono perpendicolari alle rette tangenti si deve:

- determinare i punti di intersezione  $D$  ed  $E$  della circonferenza con le rette tangenti mediante il comando **Intersezione di due oggetti**;
- tracciare i segmenti  $AD$  e  $AE$  con il comando **Segmento tra due punti**;
- determinare gli angoli  $\widehat{CDA}$  e  $\widehat{AEC}$  con il comando **Angolo** (a video si nota che la misura di tali angoli è di  $90^\circ$ ).



### 3 Memorizzare la macro delle rette tangenti ad una circonferenza

Come già detto nella precedente esercitazione, poiché GeoGebra possiede già lo strumento **Tangenti**, non è necessario memorizzare in una macro la costruzione.

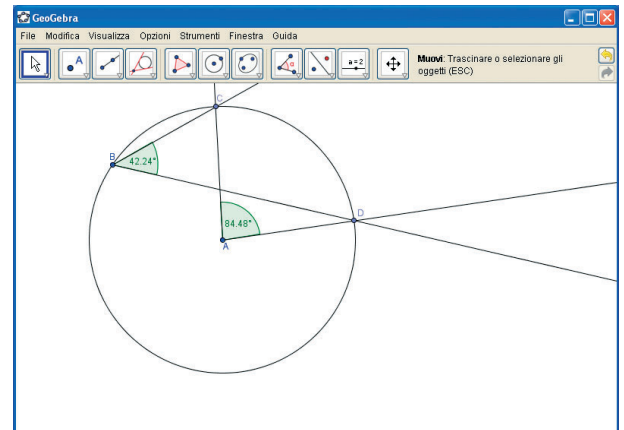
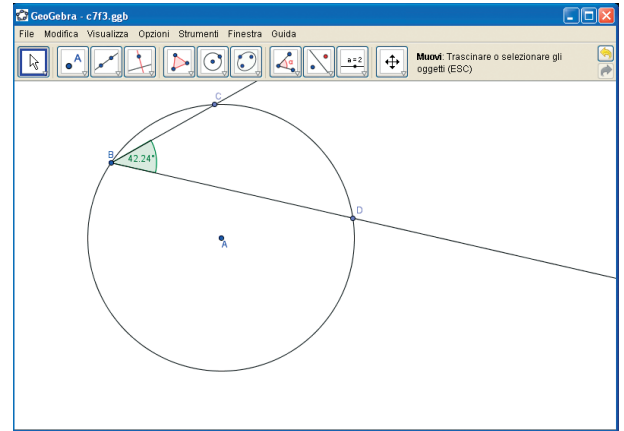
### 4 Verificare le proprietà degli angoli alla circonferenza e al centro

In questa esercitazione vogliamo verificare la congruenza di tutti gli angoli alla circonferenza che insistono sullo stesso arco e verificare che la loro ampiezza è la metà del corrispondente angolo al centro. Per eseguire la verifica si deve:

- disegnare una circonferenza di centro  $A$  e raggio  $AB$ ;
- prendere altri due punti  $C, D$  su di essa;
- tracciare le semirette con origine nel punto  $B$  che contengono i punti  $C$  e  $D$  con il comando **Semiretta per due punti**;
- tracciare l'angolo  $\widehat{DBC}$  mediante lo strumento **Angolo**;
- muovere il punto  $B$  sulla circonferenza.

Passiamo ora a verificare la proprietà per cui ogni angolo alla circonferenza è ampio la metà del corrispondente angolo al centro. Per fare questo si deve:

- tracciare con il comando **Semiretta per due punti** le semirette con origine nel centro  $A$  e passanti per  $C$  e per  $D$ ;
- tracciare l'angolo  $\widehat{DAC}$  mediante il comando **Angolo**;
- verificare a video la correttezza dell'ipotesi iniziale: l'angolo al centro  $\widehat{DAC}$  è ampio il doppio del corrispondente angolo alla circonferenza  $\widehat{DBC}$ .



Per verificare che ogni angolo alla circonferenza è ampio la metà dell'angolo al centro che insiste sullo stesso arco basta selezionare il comando **Muovi** e cambiare con il mouse la posizione dei punti  $D$  e  $C$ . Si può notare come le ampiezze dei due angoli si modificano ma la relazione matematica stabilita dal teorema rimane valida. Il sistema di misurazione che GeoGebra utilizza per gli angoli è quello decimale, pertanto può capitare che il risultato tragga in inganno. Per esempio le misure degli angoli alla circonferenza e al centro possono essere  $43,2^\circ$  e  $86,3^\circ$  cioè uno non è esattamente il doppio dell'altro; l'errore in questo caso è dovuto all'arrotondamento (solitamente impostato a due cifre decimali).

# Esercizi

- 1 Costruisci quattro circonferenze passanti per uno stesso punto.
- 2 Costruisci quattro circonferenze passanti per due punti.
- 3 Costruisci una corona circolare.
- 4 Verifica che le rette tangenti ad una circonferenza passanti per gli estremi del diametro sono fra di loro parallele.
- 5 Disegna una circonferenza e un suo diametro  $BC$ . Per gli estremi del suo diametro traccia due corde parallele  $BH$  e  $CK$ . Verifica che le due corde sono tra di loro congruenti.
- 6 Disegna una circonferenza e traccia il diametro. Considera una corda perpendicolare al diametro; che tipi di triangoli sono quelli ottenuti unendo il centro della circonferenza con gli estremi della corda?
- 7 Questo esercizio è uno strumento di GeoGebra.
- 8 Questo esercizio è uno strumento di GeoGebra.
- 9 Verifica che in una circonferenza se due corde sono congruenti, allora la loro distanza dal centro ha la stessa misura.
- 10 Traccia in una circonferenza di centro  $O$  due corde non congruenti e parallele. Che tipo di quadrilatero si ottiene unendo i quattro estremi delle corde tra di loro?
- 11 Disegna un segmento  $AB$  e prendi su di esso due punti  $C$  e  $D$ . Traccia la circonferenza di raggio  $AC$  e centro in  $A$  e quella di raggio  $BD$  e centro in  $B$ . Come varia la posizione relativa delle due circonferenze al variare di  $C$  e  $D$  su  $AB$ ?
- 12 Traccia in una circonferenza di centro  $O$  due corde congruenti e non parallele in modo tale che il loro punto di intersezione  $P$  sia sui loro prolungamenti all'esterno della circonferenza; unisci  $P$  con  $O$ . Verifica che  $PO$  è la bisettrice dell'angolo formato dalle due corde.
- 13 Disegna due circonferenze tangenti esternamente in un punto  $A$ , traccia poi una loro tangente comune, non passante per  $A$ , e siano  $B$  e  $C$  i punti di tangenza. Che tipo di triangolo è  $ABC$ ?
- 14 Traccia in una circonferenza di centro  $O$  due corde  $AB$  e  $CD$  congruenti e unisci con una retta  $r$  i loro punti medi  $M$  ed  $N$ . La retta interseca la circonferenza in due punti  $P$  e  $Q$ . Verifica che  $MP = NQ$ .
- 15 Traccia in una circonferenza di centro  $O$ , due rette tangenti alle due estremità di un diametro  $AB$  e poi una terza tangente che intersechi le due precedenti nei punti  $C$  e  $D$ . Unisci  $C$  e  $D$  con  $O$  e stabilisci che tipo di triangolo è  $COD$ .
- 16 Traccia due circonferenze congruenti secanti tra di loro in modo tale che l'una passi per il centro dell'altra. Che tipo di quadrilatero è quello i cui vertici sono determinati dai centri e dai punti di intersezione delle due circonferenze?
- 17 Costruisci un exerchio ovvero il cerchio che ha la particolarità di essere tangente al lato opposto dell'angolo interno e ai prolungamenti degli altri due lati di un triangolo.  
(Suggerimento: in pratica il centro dell'excerchio è il punto d'incontro delle due bisettrici relative a due angoli esterni e la bisettrice dell'angolo interno relativo al terzo vertice; vedi figura a lato)

