

La logica

LE PROPOSIZIONI

teoria a pagina 1

Comprensione

- 1** Individua quali tra le seguenti rappresentano delle proposizioni.
- a. I poligoni hanno almeno tre lati. b. Domani probabilmente sarò interrogato in Matematica.
c. 12 è un numero intero. d. $\frac{3}{4} > 1$. e. Vuoi una caramella?

- 2** Completa distinguendo i predicati e gli argomenti.
- a. Francesco Totti è un calciatore. predicato:
argomenti:
- b. 28 è minore di 32. predicato:
argomenti:
- c. Angela dorme. predicato:
argomenti:
- d. Nevica. predicato:
argomenti:

- 3** «Verrò a casa tua domani» e «Egli mi disse: "verrò a casa tua domani"» sono entrambe proposizioni? Perché?

- 4** Durante un interrogatorio, il testimone oculare di un efferato delitto rivela al commissario Indagani: «Ho visto e non ho visto.»
Il commissario si gira verso l'attendente e commenta: «Metti a verbale che il testimone non è attendibile.»
Come si giustifica la reazione di Indagani?

Applicazione

- 5** Stabilisci quali delle seguenti frasi sono proposizioni:

- a. « $\frac{1}{3}$ è minore di $\frac{1}{2}$ ». SI NO
- b. «Quando sarai interrogato?». SI NO
- c. «Dante ha scritto *I Promessi Sposi*». SI NO
- d. «Il gatto è un mammifero». SI NO
- e. «Le galline sono animali da cortile». SI NO
- f. «Svegliatemi presto domani». SI NO
- g. «Ragioniamo con calma». SI NO
- h. «Gli extraterrestri esistono». SI NO
- i. «Gli angeli sono di sesso maschile». SI NO

6 Individua il predicato e gli argomenti delle seguenti proposizioni e determina poi il loro valore di verità.

- | | | |
|--|---|---|
| a. «I cani abbaiano». | V | F |
| b. «Caino è il fratello di Abele». | V | F |
| c. «90 è un numero primo». | V | F |
| d. «3 è un numero dispari». | V | F |
| e. «Il gatto mangia il topo». | V | F |
| f. «a, b, ..., z sono lettere dell'alfabeto italiano». | V | F |
| g. «Un insieme non vuoto ha almeno un elemento». | V | F |
| h. «3 è maggiore di 8». | V | F |
| i. « $4 + 8 \neq 3 + 5$ ». | V | F |

7 Stabilisci quali delle seguenti frasi sono proposizioni e di esse individua il predicato e gli argomenti:

- | | |
|-------------------------------------|---|
| a. «7 è un numero intero» | b. «Gli italiani pagano le tasse». |
| c. « $142 > 56$ ». | d. «Chiara e Andrea si sposano domani». |
| e. «Il coro ha cantato molto bene». | f. «Sandokan è un personaggio de <i>I Promessi Sposi</i> ». |

8 Dopo aver stabilito quali delle seguenti frasi sono proposizioni, individua il predicato e gli argomenti e determinane il valore di verità.

- | | |
|--|---|
| a. «Nel compito di matematica ho preso 6». | b. «Il libro che mi hai dato è bellissimo». |
| c. «Mia sorella si chiama Lucia». | d. «I libri di matematica sono interessanti». |
| e. « $13 \cdot 8 = 100$ ». | f. «3 è positivo». |
| g. «Spegni la televisione quando esci». | |

9 Individua fra le proposizioni che seguono quelle atomiche e quelle molecolari. Di queste ultime, stabilisci da quali proposizioni atomiche sono composte.

- | | |
|--|---|
| a. «Piove e fa freddo». | b. «Se $3 > 2$, anche $6 > 4$ ». |
| c. «Il treno parte». | d. «Sono arrivato tardi e non ho potuto entrare». |
| e. « $7 > 10$ e $8 > 4$ ma $5 < 9$ ». | f. « $3 + 2 = 5$ ma $3 + 7 \neq 5$ ». |
| g. «L'inverno è più freddo dell'estate». | h. «Agata Christie è una scrittrice di libri gialli». |
| i. «Questa sera alla televisione c'è un film di fantascienza». | |
| l. « <i>Gli uccelli</i> è un famoso film di Hitchcock che ha vinto molti premi». | |
| m. «Se nell'emisfero nord è inverno, in quello sud è estate». | |

LE OPERAZIONI CON LE PROPOSIZIONI

la teoria è a pag. 3

Comprensione

10 Completa la tabella:

OPERAZIONE	SIMBOLO LOGICO	RISULTATO
negazione	vera se
coniunzione	vera se
disgiunzione inclusiva	falsa se
disgiunzione esclusiva	vera se
implicazione	falsa se
coimplicazione	falsa se

11 Delle due proposizioni a e b si sa che a è V e b è F; indica il risultato delle seguenti operazioni logiche:

- a. $a \vee b$
- b. $a \wedge b$
- c. $b \rightarrow a$
- d. $\bar{a} \rightarrow b$
- e. $a \leftrightarrow \bar{b}$

- | | |
|---|---|
| V | F |
| V | F |
| V | F |
| V | F |
| V | F |

12 Stabilisci quali fra le seguenti proposizioni sono corrette.

- a. Una tavola di verità visualizza i risultati di un'operazione logica.
- b. Una tavola di verità è una tabella nella quale sono riportati i valori veri di una proposizione.
- c. Il valore di verità di una proposizione molecolare si determina analizzando i valori di verità delle proposizioni atomiche che la compongono.
- d. Se una proposizione è vera, in qualche caso particolare può anche essere falsa.

13 Si può dire che la negazione della proposizione «il gatto di Anna è nero» è «il gatto di Anna è bianco»? Motiva la tua risposta.

14 La negazione della proposizione «In Lombardia la nebbia è sempre fitta» è:

- a. «In Lombardia la nebbia è quasi sempre leggera»
- b. «In Lombardia non c'è mai nebbia fitta»
- c. «In Lombardia la nebbia non è sempre fitta»
- d. «In Lombardia qualche volta non c'è nebbia».

15 Componendo con un connettivo due proposizioni a e b si ottiene una terza proposizione c . Barra le caselle giuste scegliendo fra quelle elencate l'operazione logica che soddisfa le richieste.

- a. rende c vera solo se a e b sono entrambe vere
- b. rende c falsa solo se a e b sono entrambe false
- c. rende c falsa solo se a è vera e b è falsa
- d. rende c vera solo se a e b hanno valori di verità diversi
- e. rende c vera se almeno una delle proposizioni a e b è vera.

- | | | | |
|---|---|---|---|
| V | ∧ | ∨ | → |
| V | ∧ | ∨ | → |
| V | ∧ | ∨ | → |
| V | ∧ | ∨ | → |
| V | ∧ | ∨ | → |

16 Nella disgiunzione esclusiva $a \vee b$, si sa che b è vera; allora $a \vee b$ è vera:

- a. solo se a è vera
- b. solo se a è falsa
- c. qualunque sia il valore di verità di a
- d. mai

17 Nell'implicazione $a \rightarrow b$, si sa che b è vera; allora $a \rightarrow b$ è vera:

- a. solo se a è vera
- b. solo se a è falsa
- c. qualunque sia il valore di verità di a
- d. mai

18 Nella coimplicazione $a \leftrightarrow b$, si sa che b è falsa; allora $a \leftrightarrow b$ è vera:

- a. solo se a è vera
- b. solo se a è falsa
- c. qualunque sia il valore di verità di a
- d. mai

19 Si sa che $a \rightarrow b$ è una proposizione vera e che b è falsa; della proposizione $b \rightarrow a$ si può dire che:

- a. è vera
- b. è falsa
- c. non si può sapere se è vera o falsa

Applicazione

La negazione

20 ESERCIZIO GUIDATO

Scriviamo la **negazione** delle seguenti proposizioni.

a : «Il romanzo che sto leggendo ha 243 pagine»

b : «Il canarino è nella gabbia»

c : « $10 + 5$ è maggiore di 3»

d : « $\frac{1}{2}$ è minore di 1»

Ricordiamo che la negazione di una proposizione si esegue negando la forma verbale o antepo-
nendo la locuzione "non è vero che" alla proposizione; quindi:

la negazione della proposizione a è

\bar{a} : «Il romanzo che sto leggendo non ha 243 pagine»

la negazione della proposizione b è

\bar{b} : «Il canarino non è nella gabbia»

la negazione della proposizione c è

\bar{c} : « $10 + 5$ non è maggiore di 3»

la negazione della proposizione d è

\bar{d} : « $\frac{1}{2}$ non è minore di 1».

21 Scrivi la negazione delle seguenti proposizioni e indica il loro valore di verità.

a : «7 è un numero primo»

b : «Un rettangolo ha quattro angoli retti»

c : « $2 + 3 = 7$ »

d : «la Terra è un pianeta del sistema solare»

22 Quali significati può avere la proposizione: «non è vero che non ho studiato nessuna pagina del capitolo di storia»?

a. Che ho studiato alcune pagine del capitolo.

b. Che ho studiato tutte le pagine del capitolo.

c. Che non ho studiato nessuna pagina del capitolo.

23 Considera la seguente proposizione p : «Maria e Franco verranno entrambi alla tua festa domani». Costruisci \bar{p} . Supponi che \bar{p} sia vera; quale dei seguenti casi può essere vero?

a. «Maria verrà da sola alla festa».

b. «Franco verrà da solo alla festa».

c. «Né Maria né Franco verranno alla festa».

d. «Maria e Franco verranno insieme alla festa».

La congiunzione e la disgiunzione

24 ESERCIZIO GUIDATO

Consideriamo le seguenti proposizioni:

a : «Luca ha comprato un iPod nano»

b : «Marco possiede un cellulare di ultima generazione»

Costruiamo le proposizioni $a \vee b$, $a \dot{\vee} b$ e $a \wedge b$ e stabiliamo in quali casi esse sono vere.

■ $a \vee b$: «Luca ha comprato un iPod nano oppure Marco possiede un cellulare di ultima generazione»

La tavola di verità della disgiunzione inclusiva ci dice che affinché $a \vee b$ sia V almeno una delle due proposizioni deve essere V; quindi potrebbe essere che:

- Luca abbia un iPod e Marco abbia un cellulare
- Luca abbia un iPod e Marco non abbia un cellulare
- Luca non abbia un iPod e Marco abbia un cellulare.

Non può capitare che Luca non abbia un iPod e Marco non abbia un cellulare.

- $a \vee b$ «o Luca ha comprato un iPod nano oppure Marco possiede un cellulare di ultima generazione»

La tavola di verità della disgiunzione esclusiva ci dice che affinché $a \vee b$ sia V una sola delle due proposizioni deve essere V; quindi potrebbe essere che:

- Luca abbia un iPod e Marco non abbia un cellulare
- Luca non abbia un iPod e Marco abbia un cellulare.

Non può capitare che Luca non abbia un iPod e Marco non abbia un cellulare o che entrambi abbiano l'oggetto dichiarato.

- $a \wedge b$: «Luca ha comprato un iPod nano e Marco possiede un cellulare di ultima generazione»
La tavola di verità della congiunzione ci dice che affinché $a \wedge b$ sia V entrambe le proposizioni devono essere V; il solo caso che può capitare è quindi che:

- Luca abbia un iPod e Marco abbia un cellulare.

25 Considera le proposizioni a : «Anna ha 15 anni» e b : «Flavia e Anna sono amiche». In quali casi $a \wedge b$ è vero? In quali è falso?

26 Date le proposizioni a : «3 è un numero dispari» e b : «3 è un numero primo» com'è $a \wedge b$? E $\overline{a \wedge b}$?

27 Considera le proposizioni a e b dei due esercizi precedenti, costruisci le proposizioni $a \vee b$ e determina il loro valore di verità.

28 Considera le proposizioni a : «Francesca è abbronzata» e b : «Maria ha i capelli lunghi», e supponi che siano entrambe vere. Scrivi in simboli le seguenti proposizioni e determinane il valore di verità:

- «Francesca è abbronzata e Maria non ha i capelli lunghi».
- «Francesca è abbronzata e Maria ha i capelli lunghi».
- «Francesca non è abbronzata e Maria ha i capelli lunghi».
- «Francesca non è abbronzata e Maria non ha i capelli lunghi».

29 Date le proposizioni a : «18 è multiplo di 2», b : «18 è multiplo di 3» e c : «18 è multiplo di 8» esprimi a parole le seguenti proposizioni e determinane il valore di verità:

- $a \wedge b$
- $b \vee \bar{c}$
- $\bar{a} \wedge c$
- $\bar{b} \vee \bar{c}$.

30 Date le seguenti proposizioni atomiche a : «Marta va al cinema», b : «Giovanni va a scuola», c : «Carlo va al mare», e supponendo che a sia V, b sia F e c sia V, esprimi a parole le seguenti proposizioni molecolari e determina il loro valore di verità:

- \bar{a}
- $a \wedge b$
- $b \vee c$
- $\bar{b} \wedge \bar{c}$
- $\bar{a} \wedge \bar{b}$
- $\overline{a \wedge c}$
- $\bar{b} \vee c$

31 Siano a : «sto navigando in Internet» (V), b : «sto scrivendo un sms con un cellulare» (F), c : «sto dormendo» (F). Esprimi a parole le seguenti proposizioni e determinane il valore di verità:

- $a \vee b$
- $b \wedge \bar{c}$
- $a \wedge \bar{b}$
- $(a \vee b) \wedge \bar{c}$.

32 Considera p : «Vado in auto» e q : «Vado in treno». Quando $p \vee q$ è falsa? Quando è vera?

33 Considera p : «Studio» e q : «Guardo la televisione». Supponi che $p \vee q$ sia vera. Che cosa si può dire di p e q ?

34 Date le proposizioni:

- «Mario ha gli occhi verdi» (V)
- «Mario ha i capelli rossi» (V)

scrivi in forma simbolica le seguenti proposizioni e determinane il valore di verità:

- «Mario ha gli occhi verdi e i capelli rossi».

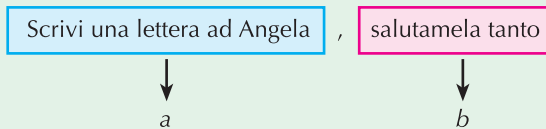
- b. «Mario non ha gli occhi verdi ma ha i capelli rossi».
- c. «Non è vero che Mario ha gli occhi verdi e i capelli rossi».
- d. «O Mario ha gli occhi verdi o non è vero che ha i capelli rossi».
- e. «Mario ha gli occhi verdi ma non ha i capelli rossi».

L'implicazione e la coimplicazione

35 ESERCIZIO GUIDATO

Consideriamo la seguente proposizione: «Se scrivi una lettera ad Angela, salutamela tanto»
 Individuiamo le proposizioni atomiche che la compongono e riscriviamola in forma simbolica.

Poiché ci sono due forme verbali, due sono anche le proposizioni atomiche:



L'operazione logica utilizza la particella *se*, si tratta quindi di una implicazione che, in forma simbolica, possiamo scrivere: $a \rightarrow b$.

36 Date le seguenti proposizioni a : «9 è multiplo di 3» e b : «12 è un numero pari» esprimi a parole le seguenti proposizioni e determina il loro valore di verità:

- a. $a \rightarrow b$ b. $\bar{a} \rightarrow b$ c. $\overline{a \rightarrow b}$ d. $a \rightarrow \bar{b}$ e. $a \leftrightarrow b$

37 Siano a : «Titti è un canarino giallo», b : «Silvestro è un gatto nero», c : «Silvestro vuole mangiare Titti», esprimi a parole le seguenti proposizioni e determina il loro valore di verità supponendo che le tre proposizioni date siano vere:

- a. $a \rightarrow c$ b. $(a \wedge b) \rightarrow c$ c. $a \rightarrow b$ d. $c \leftrightarrow b$ e. $(a \wedge \bar{b}) \rightarrow \bar{c}$

38 Date le proposizioni tutte vere a : «gioco», b : «mi diverto», c : «studio», d : «imparo», esprimi a parole le seguenti proposizioni e determinane il valore di verità:

- a. $a \wedge \bar{d}$ b. $c \rightarrow d$ c. $\bar{c} \rightarrow a$ d. $a \vee c$ e. $(c \wedge \bar{b}) \rightarrow \bar{d}$

39 ESERCIZIO GUIDATO

Anna afferma: "Se $1 + 1 = 2$ allora io sono una strega". Anna è o non è una strega?

Siano a : « $1 + 1 = 2$ » e b : «io sono una strega»

La proposizione a è V e se Anna fa questa affermazione è convinta che sia vera; allora b , in base alla tavola di verità dell'implicazione deve essere vera. Quindi Anna è una strega.

a	b	$a \rightarrow b$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

40 Un politico afferma: "Se tutti fossero onesti e pagassero le tasse, si potrebbero ridurre le aliquote". Supposto che sia falso che tutti i cittadini sono onesti e pagano le tasse, che cosa si può dire della frase del politico?

- 41** Paperino dice allo zio Paperone: "Se mi presti il tuo cent portafortuna, anch'io diventerò ricco". Conoscendo lo zio Paperone, Paperino non avrà mai la moneta portafortuna. E' possibile che Paperino diventi ricco?
- 42** Pippo dice al suo cane Pluto: "Smetti di abbaiare o ti faccio scendere dalla macchina". Se Pluto non smette di abbaiare che cosa farà Pippo?
- 43** Quando Angelo era piccolo diceva sempre «Se da grande diventerò molto alto, farò il corazziere». Oggi Angelo fa l'avvocato. Che cosa si può dire della sua statura?

ESPRESSIONI LOGICHE ED EQUIVALENZE

la teoria è a pag. 6

Comprensione

- 44** Due proposizioni formate dalle stesse proposizioni sono logicamente equivalenti se:
- usano gli stessi connettivi
 - sono entrambe sempre vere
 - assumono lo stesso valore di verità in corrispondenza di uguali valori di verità delle proposizioni
 - le loro tavole di verità hanno lo stesso numero di casi V e F.
- 45** Per ogni coppia di proposizioni, enuncia per esteso le espressioni $\overline{a \vee b}$ e $\overline{a \wedge b}$ utilizzando anche le leggi di De Morgan.
- a : «Lucia ha i capelli neri» b : «Lucia ha gli occhi chiari»
 - a : «Luca è un autista prudente» b : «La patente di Luca ha ancora 20 punti»
 - a : «La squadra di pallavolo del mio Istituto partecipa ogni anno ai campionati regionali»
 b : «Nei campionati dello scorso anno, la squadra si è classificata terza»
- 46** Di un'espressione logica si sa che coinvolge 4 proposizioni e che la prima di esse è vera. I casi da rappresentare nella tavola di verità sono:
- 16
 - 4
 - 8
 - non è possibile determinarlo
- 47** Di un'espressione logica che coinvolge 3 proposizioni si sa che una è vera e un'altra è falsa mentre non si sa nulla della terza. Quanti sono i casi che si devono predisporre nella tavola di verità?
- 1
 - 2
 - 8
 - non è possibile determinarlo
- 48** In base alle proprietà delle operazioni logiche l'espressione $\overline{\overline{a \vee b}}$ è logicamente equivalente a:
- $a \wedge b$
 - $a \wedge \overline{b}$
 - $a \vee \overline{b}$
- 49** In base alle proprietà delle operazioni logiche l'espressione $\overline{a \wedge \overline{b}}$ è logicamente equivalente a:
- $a \vee \overline{b}$
 - $\overline{a} \wedge b$
 - $\overline{a} \vee b$
- 50** Scegli fra le seguenti proposizioni quelle che sono logicamente equivalenti a $a \rightarrow b$:
- $\overline{a} \rightarrow \overline{b}$
 - $\overline{b} \rightarrow \overline{a}$
 - $\overline{b} \rightarrow a$
 - $\overline{a} \vee b$

Applicazione

51 ESERCIZIO GUIDATO

Date le proposizioni a : «7 è un numero primo», b : «7 è dispari», c : « $7 < -7$ » e d : «7 è maggiore di qualsiasi numero negativo», scrivi per esteso le seguenti proposizioni composte e determinane il valore di verità.

- $(a \wedge d) \rightarrow \overline{c}$
- $b \vee \overline{a \wedge c}$
- $(\overline{a} \wedge \overline{b}) \rightarrow (c \vee d)$

- a. La proposizione si enuncia in questo modo: «se 7 è un numero primo ed è dispari, allora 7 non è minore di -7 ». Per valutare il suo valore di verità, costruiamo una tabella con una sola riga nella quale riportare il valore di verità di ogni proposizione e quello dell'espressione richiesta:

a	c	d	$a \wedge d$	\bar{c}	$(a \wedge d) \rightarrow \bar{c}$
V	F	V	V	V	V

L'espressione considerata è quindi vera.

- 52** Date le proposizioni:

a: «8 è multiplo di 2» b: «12 è multiplo di 8»

c: «12 è pari» d: «8 è dispari»

e: «12 > 8» f: «12 < 2»

scrivi per esteso le seguenti proposizioni composte e determinane il valore di verità:

- a. $a \rightarrow \bar{d}$ b. $a \wedge (\bar{b} \vee d)$ c. $(e \wedge c) \rightarrow \bar{f}$
d. $c \rightarrow b$ e. $d \rightarrow \bar{a}$ f. $(a \wedge b) \rightarrow e$

Dati gli enunciati a e b, costruisci la tavola di verità delle seguenti espressioni logiche.

53 ESERCIZIO GUIDATO

$$(a \rightarrow b) \wedge (a \wedge \bar{b})$$

a	b	$(a \rightarrow b)$	\bar{b}	$(a \wedge \bar{b})$	$(a \rightarrow b) \wedge (a \wedge \bar{b})$
V	V	V	F	F	F
V	F	F	V	V	F
F	V	V	F	F	F
F	F	V	V	F	F

54 $\overline{(a \vee b)} \wedge (\bar{a} \wedge \bar{b})$

55 $(a \rightarrow \bar{b}) \vee (\bar{a} \rightarrow b)$

56 $(a \vee \bar{b}) \rightarrow \bar{a}$

57 $\overline{(a \vee b)} \wedge (\bar{a} \vee \bar{b})$

58 $(a \wedge b) \rightarrow (\bar{a} \vee \bar{b})$

59 $\overline{(a \wedge b)} \leftrightarrow (\bar{a} \vee \bar{b})$

60 $(a \vee b) \leftrightarrow (a \wedge b)$

61 $\overline{a \leftrightarrow b} \vee \bar{b}$

Dati gli enunciati a, b, c, costruisci la tavola di verità delle seguenti espressioni logiche.

62 $(a \vee \bar{b}) \rightarrow (c \wedge b)$

63 $(a \rightarrow b) \vee (c \rightarrow \bar{b})$

64 $\overline{(a \wedge b)} \vee (b \rightarrow c) \wedge \bar{a}$

65 $(\bar{a} \wedge b) \rightarrow (a \vee \bar{c})$

66 $(a \rightarrow b) \leftrightarrow (\bar{a} \leftrightarrow c)$

67 $b \rightarrow [(a \leftrightarrow b) \wedge c]$

68 $a \rightarrow (b \wedge c) \vee (\bar{b} \vee a)$

69 $[a \vee \overline{(b \wedge c)}] \rightarrow \bar{a}$

Determina il valore di verità dei seguenti enunciati supponendo noto il valore di verità di alcuni di essi, come indicato in ogni esercizio.

70 $(a \vee \bar{b}) \rightarrow \overline{(c \wedge b)}$

sapendo che a è V c è F

[V]

71 $\overline{(b \rightarrow c \vee a \rightarrow d)} \wedge a$

sapendo che b è F d è F

[quello di a]

72 $[\bar{a} \wedge (b \vee c)] \rightarrow (b \wedge d)$ sapendo che b è V c è V [F se a è F e d è F]

73 $(a \vee b \vee \bar{c}) \wedge (b \rightarrow a)$ sapendo che a è F b è V [F]

Date le proposizioni a : «neveca», b : «piove» e c : «esco», scrivi per esteso le seguenti espressioni logiche, costruisci le rispettive tavole di verità e stabilisci in quali casi esse sono vere.

74 $(a \vee b) \rightarrow c$

75 $(a \vee b) \wedge c$

76 $a \rightarrow (\bar{b} \wedge \bar{c})$

77 $(a \vee c) \rightarrow \bar{b}$

78 Completa la tavola di verità dell'espressione logica $(a \wedge b) \rightarrow (a \vee b)$ e verifica che si tratta di una tautologia.

a	b	$a \wedge b$	$a \vee b$	$(a \wedge b) \rightarrow (a \vee b)$
V	V
V	F
F	V
F	F

Dati gli enunciati a, b, c costruisci la tavola di verità delle seguenti espressioni logiche e stabilisci quali fra essi sono delle tautologie e quali delle contraddizioni.

79 a. $(a \wedge a) \rightarrow a$ b. $(a \wedge b) \leftrightarrow (\bar{a} \vee \bar{b})$ [T; C]

80 a. $(a \leftrightarrow \bar{b}) \leftrightarrow (b \rightarrow \bar{a})$ b. $(a \rightarrow b) \vee (b \rightarrow a)$ [né T, né C; T]

81 a. $[(a \leftrightarrow \bar{b}) \wedge (b \rightarrow a)] \wedge b$ b. $(\bar{a} \vee b) \rightarrow (a \wedge b)$ [C; né T, né C]

82 a. $[(a \rightarrow b) \wedge a] \rightarrow b$ b. $(a \wedge b) \wedge \overline{(a \wedge b)}$ [T; C]

83 a. $[(a \rightarrow b) \wedge \bar{b}] \rightarrow \bar{a}$ b. $[(a \vee \bar{b}) \wedge a] \leftrightarrow \overline{[(\bar{a} \wedge b) \vee \bar{a}]}$ [T; T]

Verifica che gli enunciati degli esercizi che seguono sono logicamente equivalenti costruendo la loro tavola di verità.

84 $(a \rightarrow b) \wedge a$; $(\bar{a} \vee b) \wedge a$ **85** $a \vee (\bar{a} \wedge b)$; $a \vee b$

86 $a \wedge \bar{b}$; $\overline{(\bar{a} \vee b)}$ **87** $a \vee \bar{b}$; $\overline{(\bar{a} \wedge b)}$

Applicando le proprietà delle operazioni logiche, in particolare le leggi di De Morgan, verifica l'equivalenza delle seguenti coppie di espressioni.

88 ESERCIZIO GUIDATO

$$(a \wedge \bar{b}) \wedge c \qquad \overline{(\bar{a} \vee b) \vee \bar{c}}$$

Consideriamo la seconda espressione logica e applichiamo le leggi di De Morgan:

$$\overline{(\bar{a} \vee b) \vee \bar{c}} = \overline{(\bar{a} \vee b)} \wedge c$$

Riapplichiamo la stessa legge alla prima negazione: $\overline{(\bar{a} \vee b)} \wedge c = (a \wedge \bar{b}) \wedge c$

Poiché abbiamo ottenuto la prima espressione, possiamo concludere che le proposizioni date sono logicamente equivalenti.

89 $\overline{(a \vee b) \vee (a \wedge \bar{b})}; \quad (\bar{a} \wedge \bar{b}) \wedge (\bar{a} \vee b)$

90 $\overline{(a \vee \bar{b}) \wedge (a \rightarrow b)}; \quad (\bar{a} \wedge b) \vee \overline{(a \rightarrow b)}$

91 $(a \vee b) \wedge (a \vee \bar{c}); \quad \overline{(\bar{a} \wedge \bar{b}) \vee (\bar{a} \wedge c)}$

Costruisci le contronominale delle seguenti proposizioni.

92 **ESERCIZIO GUIDATO**

Se conoscessi la musica potrei scrivere delle canzoni.

Ricordiamo che, data l'implicazione $a \rightarrow b$ la sua contronominale è $\bar{b} \rightarrow \bar{a}$.

Le due proposizioni a e b sono rispettivamente:

a : «conosco la musica» b : «posso scrivere canzoni»

quindi la contronominale è: se non posso scrivere canzoni, allora non conosco la musica.

93 Se Maria le scrivesse una lettera, Marta sarebbe felice.

94 Se i numeri fossero tutti positivi, le temperature non scenderebbero sotto lo zero.

95 Se l'aereo ritarda perderemo la coincidenza.

96 Se il regalo non ti piace allora lo cambiamo.

97 Se Luigi non andasse a scuola non potrebbe prendere il diploma.

98 Se sapessi sciare comprerei gli sci.

99 Se avessi una sorella o un fratello, non sarei figlio unico.

GLI ENUNCIATI APERTI

la teoria è a pag. 10

Comprensione

100 Completa la tabella inserendo i dati mancanti:

ENUNCIATO APERTO	DOMINIO	INSIEME DI VERITA'
« x è una vocale»	{.....}
« x è un multiplo di 3»	{.....}
« $x + y = 5$ »	$N \times N$	{.....}

Per quanto riguarda il terzo enunciato devi trovare le coppie di numeri naturali la cui somma è 5, per esempio (0,5), (1,4) e così via.

101 Dati i predicati $p(x)$ e $q(x)$ entrambi definiti in un insieme D , l'insieme di verità di $\overline{p(x) \wedge q(x)}$ è:

- a. $\mathcal{E}_D(P \cup Q)$ b. $\mathcal{E}_D(P \cap Q)$ c. $P \cup Q$ d. $P \cap Q$

102 Individua fra le seguenti le proposizioni aperte:

- a. « a, e, i, o, u sono vocali». b. « $2x + y = 6$ ».
 c. « x è un numero intero». d. « $3 > x$ ».
 e. « y è un'auto di marca straniera». f. « x è primo con y ».

g. « $7 + 3 = 10$ ».

h. «36 è multiplo di 3».

i. « $x + 1 = 5$ ».

l. « x è il complementare dell'angolo y ».

103 Di un enunciato aperto $p(x)$ si sa che ha come dominio A e come insieme di verità B . L'insieme di verità di $\overline{p(x)}$ è: a. $\mathcal{C}_A B$ b. $B - A$ c. A

104 Due enunciati aperti $p(x)$ e $q(x)$ hanno come insiemi di verità A e B . L'insieme di verità di:

a. $p(x) \vee q(x)$ è: ① $A \cap B$ ② $A \cup B$ ③ $A - B$

b. $p(x) \wedge q(x)$ è: ① $A \cap B$ ② $A \cup B$ ③ $B - A$

c. $\overline{p(x) \vee q(x)}$ è: ① $\overline{A \cap B}$ ② $\overline{A \cup B}$ ③ $\overline{A} \cup \overline{B}$

Applicazione

105 Completa la tabella come è indicato nell'esempio.

	Predicato	Argomenti	N. Variabili	Dominio
x è minore di 10	essere minore	$x, 10$	1	N (o Z, Q)
a è maggiore di b				
Maria è alta come y				
x è amico di y				
La frazione $\frac{a}{b}$ è equivalente alla frazione $\frac{3}{4}$				
m è la media tra a e b				
x è fratello di y				
$a + b + c = 8$				
$x \cdot y = 10$				
x è multiplo di 5				
x è un divisore di y				

Nelle proposizioni aperte degli esercizi che seguono, calcola il valore di verità di quanto richiesto.

106 $p(x)$: « x è divisore di 20», calcola $p(3), p(7), p(10), p(5), p(20)$.

107 $p(x)$: « $2 < x < 5$ », calcola $p(1), p\left(\frac{3}{2}\right), p\left(\frac{8}{3}\right), p\left(\frac{11}{2}\right)$.

108 $p(x)$: « x è minore di 10», calcola $p(6), p(10), p(43)$.

109 $p(x, y)$: « $x - y = 3$ », calcola $p(1, 1), p(5, 2), p(2, 5), p(-7, -10)$.

110 $p(x, y)$: « $x + y^2 = 10$ », calcola $p(3, -2), p(6, 2), p(9, 1), p(3, 3), p(-15, 5), p(1, -3)$.

111 $p(a, b, c)$: « $a + b \cdot c > 10$ », calcola $p(0, 2, 3), p(1, 5, 2), p(3, 3, 3), p(8, 0, 65)$.

112 $p(x, y, z)$: « $x + y = 2z$ », calcola $p(1, 2, 3), p(7, -3, 2), p(1, 5, 3), p(2, -4, 1), p(8, -5, 3), p(-2, -8, -5)$.

113 $p(x, y, z)$: « $2x - y \geq z$ », calcola $p(3, -1, 2), p(0, -1, -1), p\left(0, 1, -\frac{1}{2}\right), p(1, -1, 1), p(6, 0, 8)$.

Determina, rappresentandolo nel modo che ritieni più opportuno, l'insieme di verità delle seguenti proposizioni aperte considerando come dominio l'insieme D segnato a fianco.

114 $p(a)$: «Fissata una retta r in un piano α , a è parallela a r », in $D = \{\text{rette di un piano } \alpha\}$.

115 $p(x)$: « x è un numero primo», in $D = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 100\}$.

116 $p(x)$: « x è un multiplo di 3», in $D = \{x \in \mathbb{N} \mid 10 \leq x \leq 20\}$. [$P = \{12, 15, 18\}$]

117 $p(x, y)$: « x è minore di y », in $D = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid x \leq 3 \wedge y \leq 4\}$.
[$P = \{(0, 1), (0, 2), (0, 3), (0, 4), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 4)\}$]

118 ESERCIZIO GUIDATO

$p(x, y)$: « $y = 4 - x$ », in $D = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid -5 \leq x \leq 3 \wedge 0 \leq y \leq 6\}$

Costruisci una tabella in cui calcolare il valore assunto da y in corrispondenza dei valori assunti da x che appartengono a D .

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	9	8	7	6	5				

Dopo aver completato la tabella, osserva che la coppia $(-5, 9)$ non appartiene a D , mentre ad esempio la $(-2, 6)$ appartiene a D . L'insieme di verità di $p(x, y)$ è dunque...

[$P = \{(-2, 6), (-1, 5), (0, 4), (1, 3), (2, 2), (3, 1)\}$]

119 $p(x, y)$: « $x \cdot y = 30$ », in $D = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid -10 \leq x \leq 10 \wedge -5 \leq y \leq 15\}$
[$P = \{(-10, -3), (10, 3), (6, 5), (-6, -5), (2, 15), (5, 6), (3, 10)\}$]

120 $p(x, y)$: « $y = x + 2$ », in $D = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid -5 \leq x \leq 8 \wedge 0 \leq y \leq 10\}$
[$P = \{(-2, 0), (-1, 1), (0, 2), (1, 3), (2, 4), (3, 5), (4, 6), (5, 7), (6, 8), (7, 9), (8, 10)\}$]

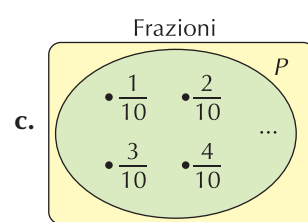
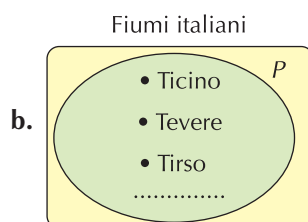
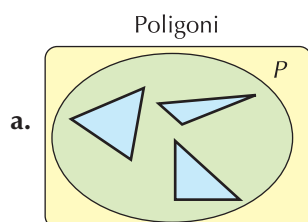
121 $p(x, y)$: « $y = 2x - 3$ », in $D = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid x \leq 6 \wedge y \leq 15\}$
[$P = \{(2, 1), (3, 3), (4, 5), (5, 7), (6, 9)\}$]

122 $p(x, y)$: « $y + x = 3$ », in $D = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid -3 \leq x \leq 1 \wedge -2 \leq y \leq 3\}$
 (Suggerimento: riscrivi la proposizione nella forma $y = 3 - x$) [$P = \{0, 3, (1, 2)\}$]

123 $p(x, y)$: « $y - 3x = 0$ », in $D = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid -5 \leq x < 3 \wedge y \geq -7\}$
[$P = \{(-2, -6), (-1, -3), (0, 0), (1, 3), (2, 6)\}$]

124 $p(a, b)$: « $a + b < 3$ », in $D = \{(a, b) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid a \leq 7 \wedge b \leq 2\}$
[$P = \{(0, 0), (0, 1), (0, 2), (1, 0), (1, 1), (2, 0)\}$]

125 Nei seguenti diagrammi sono dati il dominio e l'insieme di verità P di un enunciato aperto $p(x)$; trova un possibile $p(x)$.



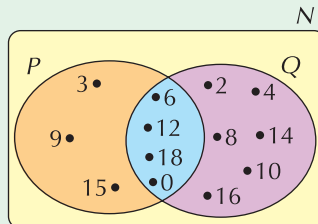
126 ESERCIZIO GUIDATO

Date le proposizioni $p(x)$: « x è multiplo di 3» e $q(x)$: « x è pari» entrambe di dominio N determina l'insieme di verità di $p(x) \wedge q(x)$ e di $\overline{p(x) \vee q(x)}$.

Indichiamo con P l'insieme di verità di $p(x)$ e con Q quello di $q(x)$:

$$P = \{0, 3, 6, 9, 12, \dots\} \quad Q = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots\}$$

Poiché i due insiemi hanno una intersezione non vuota, il diagramma di Eulero-Venn corrispondente è il seguente



Di conseguenza:

- l'insieme di verità di $p(x) \wedge q(x)$ è $P \cap Q = \{0, 6, 12, 18, \dots\}$ cioè i multipli di 6
- l'insieme di verità di $\overline{p(x) \vee q(x)}$ è $\overline{P \cup Q} = \{\text{numeri dispari che non sono multipli di 3}\}$

127 Dati gli enunciati aperti $p(x)$: « $x = 5n$ » e $q(x)$: « $x = 3n$ », con $n \in N$ ed entrambi definiti nell'insieme $A = \{x \in N \mid 10 \leq x < 100\}$, determina l'insieme di verità di $p(x) \wedge q(x)$. $[\{x \in A \mid x = 15n, n \in N\}]$

128 Sia D l'insieme dei poligoni di un piano e siano $a(x)$: « x è un rettangolo», $b(x)$: « x è un rombo» aventi per dominio D . Determina l'insieme di verità di:

- a. $a(x) \wedge b(x)$ b. $\overline{a(x) \wedge b(x)}$ c. $\overline{a(x)} \wedge \overline{b(x)}$

129 Dato l'insieme $D = \{x \in N \mid x < 10\}$, considera gli enunciati aperti $a(x, y)$: « $y = 3x$ » e $b(x, y)$: « $y - x = 6$ » definiti in $D \times D$. Dopo aver determinato gli insiemi di verità di $a(x, y)$ e $b(x, y)$, trova quelli di:

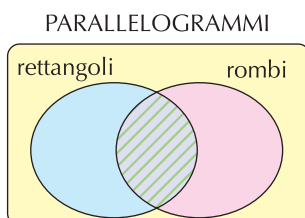
- a. $a(x, y) \vee b(x, y)$ b. $\overline{a(x, y)} \vee b(x, y)$ c. $\overline{a(x, y)} \vee \overline{b(x, y)}$

130 Indicati con P e Q gli insiemi di verità di due proposizioni aperte $p(x)$ e $q(x)$ determina, servendoti dei diagrammi di Eulero-Venn, gli insiemi di verità di:

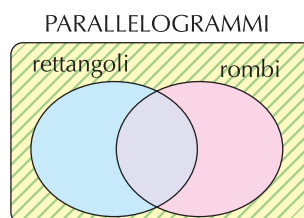
- a. $p(x) \wedge \overline{q(x)}$ b. $\overline{p(x)} \wedge \overline{q(x)}$ c. $\overline{p(x)} \vee \overline{q(x)}$

Nei seguenti diagrammi di Eulero-Venn, le parti evidenziate con un tratteggio rappresentano l'insieme di verità di una proposizione aperta ottenuta da operazioni su altre proposizioni atomiche $p(x)$ e $q(x)$. Individua:

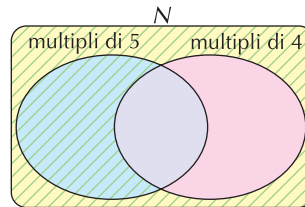
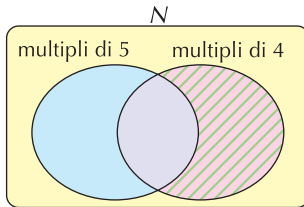
- le possibili proposizioni $p(x)$ e $q(x)$
- la proposizione composta che corrisponde all'insieme evidenziato.



131



132



I QUANTIFICATORI

la teoria è a pag. 13

Comprensione

135 La scrittura in forma simbolica della proposizione «c'è almeno un numero intero che sommato a 15 dà 8» è:

- a. $\forall x \in Z, x + 8 = 15$ b. $\exists x \in Z, x + 15 = 8$
 c. $\exists x \in N, x + 15 = 8$ d. $x \in N, x + 15 = 8.$

136 La scrittura in forma simbolica della proposizione «non tutti i numeri razionali sono positivi» è:

- a. non $\exists x \in Q, x > 0$ b. $\forall x \in Q, x \leq 0$
 c. non $\forall x \in Q, x > 0$ d. $\exists x \in Q, x \leq 0.$

137 Indicato con A l'insieme dei numeri interi maggiori di 3, la scrittura simbolica della proposizione «tutti i numeri maggiori di 3 sono positivi» è:

- a. $\exists x \in A, x > 0$ b. $x > 3 \rightarrow x > 0$ c. $\forall x \in A, x > 0$ d. $x \in A, x > 0$

138 Quali fra i seguenti enunciati sono veri:

- a. $\exists x \in N, x - 3 = 5$ b. $\nexists x \in Z, x < 0$
 c. $\forall x \in Q, \frac{1}{2}x < x$ d. $\forall x \in \{\text{triangoli isosceli}\}, x \text{ è un triangolo rettangolo.}$

Applicazione

Scrivi in linguaggio comune le seguenti proposizioni che usano i quantificatori.

139 $\exists x \in \{\text{italiani}\}, x \text{ è nato in Piemonte.}$

140 $\exists x \in Q, 3^x = 1$

141 $\nexists x \in N, \sqrt{x} = 5$

142 Se A è un insieme di persone: non $\forall x \in A, x \text{ è amico di Mario.}$

143 $\forall x \in \{\text{cittadini italiani che hanno più di 18 anni}\}, x \text{ ha diritto di voto.}$

144 $\nexists x \in Q, x^2 = 7.$

145 $\exists x \in \{\text{punti di una retta orientata}\}, x \text{ corrisponde ad un numero intero.}$

146 $\nexists x \in \{\text{triangoli isosceli}\}, x \text{ non ha due angoli congruenti.}$

147 $\exists x \in \{\text{parallelogrammi}\}, x \text{ ha le diagonali perpendicolari.}$

148 $\exists x \in \{\text{parallelogrammi}\}, x \text{ ha le diagonali congruenti.}$

Riscrivi in forma simbolica i seguenti enunciati usando l'appropriato quantificatore.

149 Tutti i multipli di 8 sono multipli di 2.

- 150** Esistono numeri dispari che sono multipli di 5.
- 151** C'è almeno un numero primo che è pari.
- 152** Non tutti i numeri primi sono dispari.
- 153** C'è almeno un numero naturale che sommato a 5 dà 13.
- 154** Non esistono gatti che abbaiano.
- 155** Fra i numeri naturali ce n'è qualcuno che è un quadrato perfetto.
- 156** Ogni numero elevato al quadrato è positivo.
- 157** Non tutti i numeri elevati al cubo sono positivi, ma ci sono dei numeri che elevati al cubo lo sono.
- 158** Fra tutti i poligoni di un piano ce n'è qualcuno che è equilatero.
- 159** Per ogni poligono di area assegnata, esistono altri poligoni che hanno la stessa area.
- 160** Ogni numero naturale ha il suo successivo.
- 161** Dato un punto su una retta orientata ce n'è sempre almeno uno che lo segue e almeno uno che lo precede.
- 162** Non esiste un numero naturale che sommato a 5 dia 2.
- 163** Non tutti i numeri interi sono positivi.
- 164** Ci sono dei numeri naturali che sono divisibili per 11.
- 165** Ogni numero naturale ha il suo successivo.
- 166** Tutti gli uomini sono maschi o femmine.
- 167** Ci sono numeri interi che non sono positivi.
- 168** Fra i numeri naturali ci sono dei quadrati perfetti.
- 169** Considera l'insieme N dei numeri naturali e determina il valore di verità delle seguenti proposizioni:
- a. $\forall x \in N, \exists y \in N : «x = 2y»$. V F
- b. $\exists x \in N, \forall y \in N : «x = 3y»$. V F
- c. $\forall x \in N$ e $\forall y \in N : «x = y»$. V F
- d. $\forall x \in N, \exists y \in N : «x < y»$. V F
- e. $\exists x \in N, \forall y \in N : «x = y^2»$. V F

[F, F, F, V, V]

Esercizi per lo sviluppo delle competenze

- 1** Considera p : «Fra i tuoi amici ci sono almeno due persone che hanno più di 18 anni». Considera \bar{p} e supponi che essa sia vera. Quali dei seguenti casi possono essere veri?
- a. Nessuno fra i tuoi amici ha più di 18 anni.
- b. Fra i tuoi amici ce ne sono 4 che hanno più di 18 anni.
- c. Uno solo fra i tuoi amici ha più di 18 anni.
- d. Tutti i tuoi amici hanno più di 18 anni.

2 Quattro amici, Antonio, Francesco, Marco e Luca, decidono di fare una escursione in montagna formando una cordata secondo queste regole:

1. Marco deve stare subito dietro ad Antonio e non può essere l'ultimo.
2. Luca non può stare dietro a Marco.

Qual è l'ordine della cordata?

[Luca, Antonio, Marco, Francesco]

3 In un gruppo di amici, alcuni giocano a tennis, altri giocano a calcio, alcuni sono abili velisti. Nella tabella che segue, in cui ogni persona è contraddistinta da una lettera maiuscola dell'alfabeto, il simbolo * in una casella sta a significare che la persona indicata nella colonna pratica quello sport.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	L	M	N	O
Tennis	*		*	*		*	*	*		*			
Calcio		*	*	*		*	*		*		*		*
Vela	*			*	*		*	*		*	*		

Determina:

- a. quante persone giocano a tennis e a calcio [4]
- b. quante persone giocano a calcio e non vanno a vela [5]
- c. quante persone non giocano a tennis o vanno a vela [11]
- d. quante persone non giocano a tennis o giocano a calcio e vanno a vela [4]
- e. quante persone non giocano a tennis e non vanno a vela e non giocano a calcio [1]
- f. quante persone o giocano a tennis o giocano a calcio [7]
- g. quante persone giocano a tennis o non vanno a vela. [11]

4 ESERCIZIO GUIDATO

Anna, Beatrice, Carla e Daniela sono state invitate ad una festa e ciascuna di esse decide se partecipare o meno in base alle seguenti considerazioni:

1. Carla partecipa alla festa se non partecipa Anna.
2. Beatrice partecipa alla festa se partecipa anche Anna.
3. Anna decide di andare sicuramente.
4. Daniela partecipa se e solo se partecipano anche Beatrice e Carla.

Quali fra le ragazze andranno alla festa?

Indichiamo con l'iniziale corrispondente al nome della ragazza la proposizione che indica che essa partecipa alla festa, con la stessa lettera soprassegnata la proposizione che indica che essa non partecipa alla festa. Ad esempio:

A: Anna partecipa alla festa \bar{A} : Anna non partecipa alla festa.

Con questa notazione, le condizioni precedenti possono essere così formulate:

1. $\bar{A} \rightarrow C$
2. $A \rightarrow B$
3. A
4. $D \leftrightarrow (B \wedge C)$

La **1.** è sempre vera perché \bar{A} è falsa; la **2.** è vera solo se anche B è vera; rimane allora da stabilire in quali casi la **4.** è vera con B vera. Ecco la tabella:

B	C	D	$D \leftrightarrow (B \wedge C)$
V	V	V	(V)
V	V	F	F
V	F	V	F
V	F	F	(V)

I casi in cui tutte le proposizioni sono verificate (valore di verità V) sono due e corrispondono alle seguenti possibilità:

- a. alla festa partecipano tutte e quattro le amiche
- b. alla festa partecipano Anna e Beatrice.

- 5** Tre fratelli Matteo, Luigi e Filippo decidono che ciascuno darà una somma in beneficenza se si verificano le seguenti condizioni:
1. Matteo darà in beneficenza la somma se non la darà Luigi.
 2. Filippo non darà in beneficenza la somma se e solo se Matteo non lo farà.
 3. Luigi darà in beneficenza la somma se la darà Matteo.
 4. Matteo non darà in beneficenza la somma se la daranno Luigi e Filippo.
- Quali fratelli offriranno qualcosa in beneficenza? [Luigi]

- 6** Quattro amici, Aldo, Francesco, Giuseppe e Marco, decidono che andranno in vacanza insieme se si verificheranno le seguenti situazioni:
1. Aldo andrà in vacanza se sarà promosso.
 2. Francesco andrà in vacanza se andrà anche Aldo.
 3. Giuseppe andrà in vacanza anche se non sarà promosso ma solo se andrà anche Francesco.
 4. Marco non andrà in vacanza se e solo se non andrà Giuseppe.
- In quali condizioni andranno in vacanza tutti insieme i nostri amici?
In quali condizioni potranno andare in vacanza anche solo tre di loro? E chi fra loro andrà in vacanza insieme?

[se A è promosso vanno tutti e quattro;
se A non è promosso 3 possibilità: F, G, M; G, M; nessuno va in vacanza]

- 7** Alberto, Bruno, Claudio e Dario vengono invitati ad un pic-nic in campagna ma accettano l'invito a queste condizioni:
- a. Claudio non vuole partecipare se non partecipa Alberto.
 - b. Bruno partecipa solamente se non è il solo.
 - c. Alberto non partecipa se non partecipano anche Bruno e Claudio.
 - d. Se Claudio non partecipa, allora partecipa Alberto ma non Dario.
- Il giorno della festa Claudio è presente al pic-nic. Sapresti dire quali altri ragazzi del gruppo sono sicuramente presenti? Fra le indicazioni date, ce n'è qualcuna superflua? [Alberto, Bruno; c.]

- 8** Marco e Andrea decidono di mettere alla prova il loro amico Umberto che si vanta di possedere una capacità logica a prova di qualsiasi tranello. Così mettono sul tavolo una moneta da 2€ e una da 1€ e dicono a Umberto:
- "Ora tu chiuderai gli occhi e ognuno di noi prenderà una moneta dichiarando quale ha preso. Sapendo che almeno uno di noi due mente, devi indovinare chi possiede la moneta da 2€".
- Dopo aver preso ciascuno una moneta, Marco dice: "Io ho la moneta da 2€" e Andrea dice: "Io ho la moneta da 1€".
- Umberto non si fa ingannare e, dopo averci pensato un po', dichiara: "Avete mentito tutti e due, quindi Marco ha la moneta da 1€ e Andrea ha quella da 2€".
- I due si guardano con aria sconfitta; anche questa volta Umberto è stato più in gamba di loro. Aiutandoti eventualmente con un'opportuna tavola di verità, illustra il ragionamento seguito da Umberto.

- 9** Marta e Roberta si avviano al guardaroba di un ristorante per ritirare i loro cappelli e cappotti. Nel guardaroba ci sono, fra le altre cose, due cappelli neri ed un cappello bianco. Ad un tratto l'erogazione di corrente elettrica si interrompe ed il locale rimane immerso nel buio. Allora le due ragazze prendono ciascuna un cappello a caso ed escono dal ristorante una dietro l'altra. Alla luce del lampione Marta, che esce per seconda e vede Roberta, dice «Non so proprio che cappello ho preso!». «Allora io so di che colore è il mio» risponde Roberta. Qual è il colore del cappello di Roberta ed in base a quale ragionamento lo ha potuto determinare? [nero]

- 10** Tre amici si affrontano in una gara ciclistica. Sappiamo che Mario non è arrivato primo, Riccardo non è arrivato secondo, Massimo non è arrivato terzo, chi ha il nome più corto non è arrivato prima di chi ha il nome più lungo. Qual è l'ordine di arrivo? [Riccardo, Massimo, Mario]

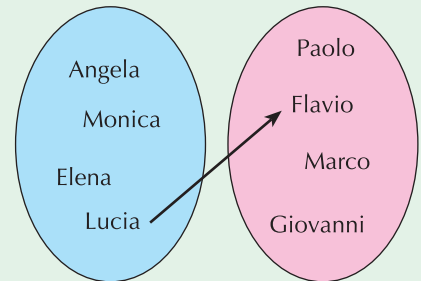
- 11** Un viandante si trova ad un bivio senza indicazioni e non sa quale strada deve scegliere per andare in una località A. Al bivio ci sono due persone, una delle quali è sicuramente bugiarda mentre l'altra dice sempre il vero. Il viandante pone ad entrambi la stessa domanda: «Se chiedessi al tuo compare qual è la direzione per andare ad A, cosa mi risponderebbe?» ottenendo da entrambi la stessa risposta: «A destra». Il viandante sceglie la direzione opposta alle indicazioni avute. Sai spiegare il ragionamento che ha compiuto per prendere questa decisione?

12 ESERCIZIO GUIDATO

In un gruppo ci sono quattro coppie di fidanzati. Le ragazze si chiamano Angela, Monica, Elena e Lucia. I ragazzi si chiamano Paolo, Flavio, Marco e Giovanni e di essi si sa che Paolo ha i baffi e non porta la cravatta, Flavio e Marco hanno i baffi e portano la cravatta, Giovanni non ha i baffi ma porta la cravatta. Delle quattro ragazze, due portano una camicia a fiori e le altre due portano una maglietta bianca. Una delle ragazze con la maglietta bianca dice: «Monica e Angela hanno la camicia a fiori», e l'altra dice: «Lucia è fidanzata con Flavio ed io sono fidanzata con uno con la cravatta». Una delle ragazze con la camicia a fiori dice: «I fidanzati di Angela ed Elena hanno i baffi». Sapresti individuare con queste informazioni quali sono le coppie del gruppo?

Per risolvere l'esercizio aiutati con la figura a fianco, collegando con un arco le coppie di fidanzati. Riassumiamo i dati:

Angela: camicia fiori	Paolo: si baffi, no cravatta
Monica: camicia fiori	Flavio: si baffi, si cravatta
Elena:	Marco: si baffi, si cravatta
Lucia:	Giovanni: no baffi, si cravatta



Allora le ragazze con la maglietta bianca sono

A parlare per prima fra le ragazze è

A parlare per seconda è

Allora Elena può essere fidanzata con oppure con La terza ragazza dice però che il fidanzato di Elena ha i baffi, quindi

Le coppie allora sono

[Lucia-Flavio, Elena-Marco, Monica-Giovanni, Angela-Paolo]

- 13** Sei amici, che indicheremo con A, B, C, D, E, F, vanno in un ristorante e chiedono al cameriere di distribuire i posti a tavola secondo alcune esigenze che essi esprimono.

A: «Al mio fianco non devono esserci né Carlo né Gino che ha i baffi».

B: «Enzo ha gli occhiali».

C: «Al mio fianco non ci devono essere né Carlo né Alberto che ha la barba».

D ed E: «Noi non siamo né Marco né Enzo».

F: «Al mio fianco non ci devono essere né Alberto né Paolo che ha i baffi».

Il cameriere, nota subito che:

A ed E hanno la barba ma non i baffi e portano gli occhiali;

B e D non hanno né barba né baffi;

C ed F hanno i baffi ma non la barba.

In che modo il cameriere distribuirà i commensali a tavola?

[A – Enzo, B – Marco, C – Paolo, D – Carlo, E – Alberto, F – Gino]
Distribuzione dei posti: Alberto, Enzo, Paolo, Marco, Gino, Carlo

- 14** In occasione del Natale cinque amiche, Anna, Beatrice, Claudia, Daria ed Emanuela si scambiano dei regali. Ognuna di esse ne manda uno a due amiche e ne riceve uno da quelle a cui lei non ha regalato nulla. Sappiamo che Anna manda un regalo a Beatrice e a Daria e ne riceve uno da Claudia; Beatrice non riceve l'altro regalo né da Daria né da Emanuela; quest'ultima manda un regalo ad Anna e a nessuna di quelle a cui li ha mandati Anna; Daria ne riceve uno dalla stessa persona a cui l'ha mandato Anna e ne manda uno a Claudia. Da chi riceve i suoi regali Emanuela? [Beatrice e Daria]

Soluzioni esercizi di comprensione

- 1.** a., c., d.
2. a. essere; Totti, calciatore; b. essere minore; 28, 32; c. dormire; Angela; d. nevicare; non ci sono argomenti
4 contraddice il primo principio
11 a. V, b. F, c. V, d. V, e. V
12 a., c.
13 no
14 c.
15 a. \wedge , b. \vee , c. \rightarrow , d. $\dot{\vee}$, e. \vee
16 b.
17 c.
18 b.
19 a.
44 c.
46 c.
47 b.
48 b.
49 c.
50 b., d.
101 b.
102 b., c., d., e., f., i., l.
103 a.
104 a. ②, b. ①, c. ②
135 b.
136 c.
137 c.
138 a.

1 Date le proposizioni a : «Giulia è iscritta alla facoltà di legge» (V); b : «Giulia studia molto» (F), costruisci nel linguaggio comune le seguenti proposizioni e determina il loro valore di verità:

- a. $a \wedge \bar{b}$ b. $\overline{a \vee b}$ c. $a \rightarrow b$ d. $\bar{b} \rightarrow \bar{a}$.

0,25 punti per
ogni esercizio

2 Individua le proposizioni atomiche che compongono le seguenti proposizioni molecolari; dopo averle indicate con opportune lettere, scrivi tali proposizioni in forma simbolica e determina il loro valore di verità:

- a. $3 + 7 = 10$ e $9 - 4 = 6$
b. 5 è positivo se e solo se 5 è maggiore di 0
c. se 3 è maggiore di -2 e 5 è maggiore di -4 , allora 3 è maggiore di 5
d. se f precede b in ordine alfabetico e b precede a , allora f precede a .

0,25 punti per
ogni esercizio

3 Verifica che:

- a. l'espressione $[(a \wedge b) \vee (a \leftrightarrow b)] \rightarrow (a \vee \bar{b})$ è una tautologia
b. l'espressione $a \rightarrow b \wedge (a \wedge \bar{b})$ è una contraddizione.

1 punto per
ogni esercizio

4 L'insieme di verità dell'enunciato aperto $p(x)$: « $x = 2n + 5$, $n \in N$ » è:

- a. l'insieme dei numeri pari
b. l'insieme dei numeri dispari
c. l'insieme dei numeri dispari maggiori di 3
d. l'insieme dei numeri dispari maggiori di 5.

1 punto

5 Siano $p(x)$ e $q(x)$ due enunciati aperti entrambi definiti in un insieme U , rappresenta con un diagramma di Eulero-Venn gli insiemi di verità di:

- a. $p(x) \vee \overline{q(x)}$; b. $\overline{p(x)} \wedge q(x)$

1 punto per
ogni esercizio

6 Indicando con P l'insieme dei numeri primi e con A l'insieme dei numeri pari, stabilisci quale fra le seguenti scritture è equivalente alla proposizione: «Nessun numero primo che non sia 2 è pari»:

- a. non $\forall x \in P - \{2\} : x \in A$
b. $\exists x \in P - \{2\} : x \in A$
c. $\exists x \in P : x \in A$
d. $\exists x \in P : x \in A$.

1 punto

7 Ambrogio, Luigi, Nicola e Paolo sono quattro amici che si ritrovano tutti i venerdì sera per una partita a carte. Qualche volta, fra una partita e l'altra, bevono una birra. La situazione di solito è questa:

- ① Ambrogio beve la sua birra se e solo se la beve anche Luigi.
② Se Luigi beve la sua birra, Nicola non la beve mai; ma se Luigi non la beve, allora Nicola beve la sua birra.
③ Paolo beve la sua birra se e solo se la beve anche Nicola.

Chi fra i quattro amici beve la birra?

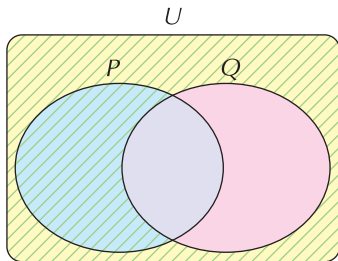
2 punti

Soluzioni

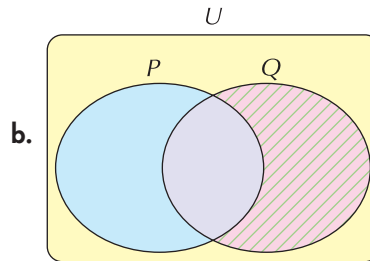
1 a. V; b. F; c. F; d. F; e. V

2 a. F; b. V; c. F; d. V

4 c.



5 a.



b.

6 b.

7 Ambrogio e Luigi oppure Paolo e Nicola

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	
Punteggio								

Valutazione
in decimi