ESERCIZI

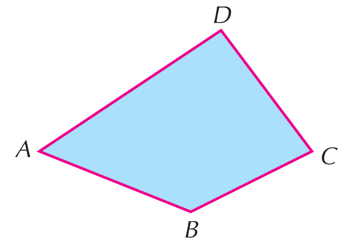
CAPITOLO

Parallelogrammi e trapezi

QUADRILATERI E PARALLELOGRAMMI

teoria a pagina 1

Comprensione



1 Del quadrilatero in figura si può dire che:

a. è concavo perché l'angolo di vertice B è ottuso V F

b. il lato AD è opposto al lato BC V F

c. l'angolo $\widehat{DAB}$ è adiacente solo all'angolo $\widehat{ADC}$ V F

d. i vertici A e C, B e D sono opposti. V F

2 Disegna un quadrilatero $ABCD$ nel quale $AB \cong BC$ e $CD \cong AD$ ma $AB \neq AD$. Rispondi alle domande.

a. Che cosa si ottiene tracciando la diagonale BD?

b. Che cosa si ottiene tracciando la diagonale AC?

c. Puoi dire che la diagonale BD è bisettrice degli angoli di vertici B e D?

d. Puoi dire che la diagonale AC è bisettrice degli angoli di vertici A e C?

3 Riferendoti alle proprietà dei parallelogrammi, spiega perché:

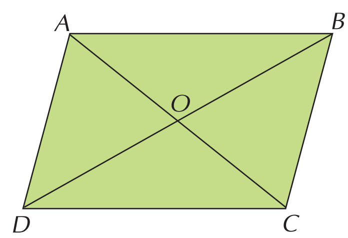
a. i lati opposti sono congruenti

b. gli angoli opposti sono congruenti

c. gli angoli adiacenti a ciascun lato sono supplementari

d. le diagonali si intersecano nel loro punto medio.

4 Dato il parallelogramma in figura, stabilisci quali delle seguenti relazioni sono vere:



a. $CD \cong AB$ V F

b. $AB \cong AD$ V F

c. $AC \cong DB$ V F

d. $DO \cong OB$ V F

e. $DO \cong AO$ V F

f. $\widehat{DAO} \cong \widehat{ACB}$ V F

g. AC è bisettrice dell'angolo di vertice A. V F

5 Di un quadrilatero si sa che:

a. ha due lati opposti congruenti

b. ha due lati opposti paralleli

c. ha due angoli opposti congruenti

d. ha due angoli adiacenti supplementari.

Spiega perché in nessuno di questi casi possiamo essere sicuri che il quadrilatero sia un parallelogramma.

6 Del quadrilatero *ABCD* in figura si sa che è verificata una delle ipotesi che seguono:

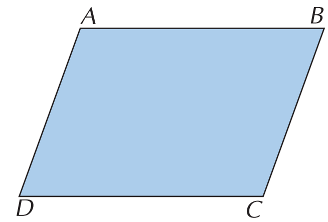
① $AB \parallel DC$ e $AD \cong BC$

② $\widehat{D} + \widehat{C} = \pi$

③ $\widehat{A} \cong \widehat{C}$ e $\widehat{B} \cong \widehat{D}$

④ $AB \parallel DC$ e $AB \cong DC$.

In quali casi si può affermare che *ABCD* è un parallelogramma?

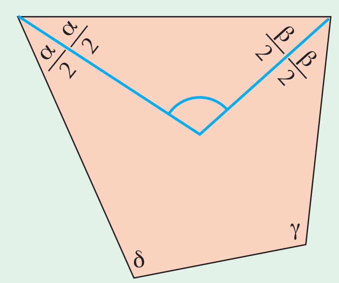


Applicazione

Sui quadrilateri

7 **ESERCIZIO GUIDATO**

Dato un quadrilatero qualunque, considera le bisettrici di due angoli consecutivi. Dimostra che l'angolo convesso che ha per vertice il loro punto di incontro è congruente a metà della somma degli altri due angoli del poligono.



Indica con α, β, γ, δ i quattro angoli del quadrilatero come in figura; le bisettrici degli angoli α e β, incontrandosi, formano un angolo che possiamo indicare con l'espressione $\pi - \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2}\right)$.

La somma degli angoli interni di un quadrilatero vale 2 angoli piatti, cioè $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 2\pi$.

Da quest'ultima relazione si ricava che $\alpha + \beta =$ ....

cioè $\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} =$ ....

Se ora sostituisci l'espressione trovata per $\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2}$ in quella dell'angolo formato dalle bisettrici ottieni ....

8 Dimostra che la somma di due angoli esterni di un quadrilatero è congruente alla somma degli angoli interni non adiacenti.

9 Due triangoli isosceli *ABC* e *ADC* hanno la base in comune e appartengono a semipiani opposti rispetto alla retta del lato comune. Dimostra che le diagonali del quadrilatero *ABCD* sono perpendicolari e che *BD* è asse di simmetria.

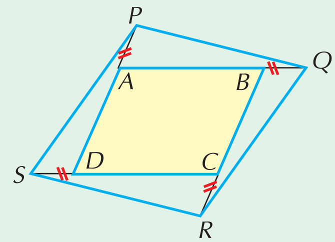
10 Dimostra che ciascuna diagonale di un quadrilatero è minore del semiperimetro.
(Suggerimento: ricorda le disuguaglianze triangolari)

Sui parallelogrammi

11 Disegna un parallelogramma e traccia una delle sue diagonali. Come sono i triangoli che si vengono a formare? È esatto dire che se un quadrilatero viene diviso da una sua diagonale in due triangoli congruenti allora è un parallelogramma?

12 ESERCIZIO GUIDATO

Dimostra che se si prolungano i lati di un parallelogramma nello stesso senso di quattro segmenti congruenti, gli estremi di questi segmenti costituiscono un nuovo parallelogramma.

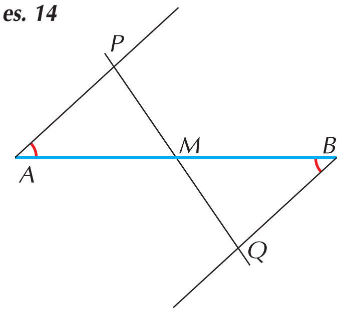


- Considera dapprima i triangoli *PAQ* e *RCS*: essi sono congruenti perché ....; in particolare $PQ \cong$ ....
- Considera poi i triangoli *SPD* e *QBR*: essi sono congruenti perché ....; in particolare $PS \cong$ ....

Allora il quadrilatero *PQRS* è un parallelogramma perché ....

13 Congiungi i punti medi di due lati opposti di un parallelogramma e dimostra che questo segmento è congruente e parallelo agli altri due lati. Esso si chiama **mediana** del parallelogramma.

es. 14

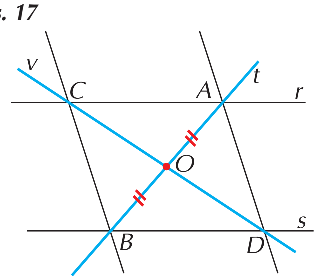


14 Disegna un segmento *AB* e traccia dai suoi estremi due semirette opposte che formano angoli congruenti con *AB*; traccia poi una retta qualunque che passa per il punto medio *M* di *AB* e che incontra tali semirette in *P* e in *Q*. Dimostra che il quadrilatero *APBQ* (traccia i segmenti *PB* e *AQ*) è un parallelogramma.

15 Dato un triangolo *ABC*, prolunga il lato *AC* di un segmento $AS \cong AC$ ed il lato *AB* di un segmento $AT \cong AB$. Che tipo di quadrilatero è *STCB*? Giustifica la tua risposta.

16 Dato un parallelogramma *ABCD*, congiungi il vertice *A* con il punto medio *M* del lato *BC* e chiama *S* il punto in cui la semiretta *AM* interseca la retta *DC*. Dimostra che *C* è punto medio di *DS*.

es. 17



17 Date due rette parallele *r* ed *s*, considera una qualunque trasversale *t* che le incontra rispettivamente in *A* e *B*. Per *O*, punto medio di *AB*, traccia un'altra trasversale *v* che incontri *r* in *C* ed *s* in *D*. Dimostra che:

a. *O* è il punto medio del segmento *CD*

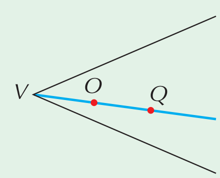
b. *AD* è congruente a *BC*.

18 Dimostra che il punto d'intersezione delle diagonali di un parallelogramma è il punto medio di ogni corda che passa per esso.

19 ESERCIZIO GUIDATO

Dato un angolo convesso di vertice *V* e un punto *O* ad esso interno, sfruttando le proprietà dei parallelogrammi, come procedi per condurre per *O* una corda che abbia centro in *O*?

Devi tracciare un segmento che intersechi i lati dell'angolo e che abbia *O* come punto medio. Puoi allora pensare che *O* sia il punto d'intersezione delle diagonali di un parallelogramma che ha un vertice in *V*; traccia allora la semiretta *VO* e individua il vertice *Q* opposto a *V*; da *Q* traccia ....



20 Dato un parallelogramma *ABCD*, prolunga la diagonale *AC* di due segmenti *AF* e *CE* fra loro congruenti e la diagonale *DB* di due segmenti *BT* e *DS* fra loro congruenti. Dimostra che *FTES* è un parallelogramma.

21 Dato un triangolo ABC, prolunga la mediana AO di un segmento $OD \cong OA$; siano poi E e F due punti di BC equidistanti dagli estremi di tale lato. Dimostra che il quadrilatero $AEDF$ è un parallelogramma.

22 Dato un parallelogramma $ABCD$, considera i punti medi M ed N di AD e BC. Dimostra che il segmento AN è congruente al segmento MC.
(Suggerimento: i segmenti AM e NC sono ...., quindi il quadrilatero $ANCM$ è ....)

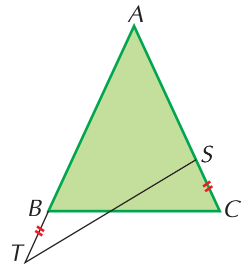
23 I parallelogrammi $ABCD$ e $DCSR$ hanno il lato DC in comune e si trovano da parte opposta rispetto a DC. Dimostra che il quadrilatero $ABSR$ è anch'esso un parallelogramma. Considera poi il caso in cui i due parallelogrammi si trovano dalla stessa parte rispetto a DC; il quadrilatero $ABSR$ è ancora un parallelogramma?

24 Dato il parallelogramma $ABCD$, dai vertici B e D traccia le perpendicolari BH e DK alla diagonale AC. Dimostra che il centro O del parallelogramma è equidistante dai punti H e K.

25 Dato un parallelogramma $ABCD$, prendi un punto E su AD e un punto F su BC in modo che sia $DE \cong BF$. Dimostra che AC ed EF si tagliano a metà.
(Suggerimento: dimostra dapprima che $AFCE$ è un parallelogramma)

26 In un parallelogramma $ABCD$, si ha che $AB \cong 2BC$. Indicato con M il punto medio del lato AB e con N il punto medio del lato DC, dimostra che
a. $MBND$ è un parallelogramma
b. DM è la bisettrice dell'angolo $\widehat{ADC}$ e BN è la bisettrice dell'angolo $\widehat{ABC}$.

es. 27

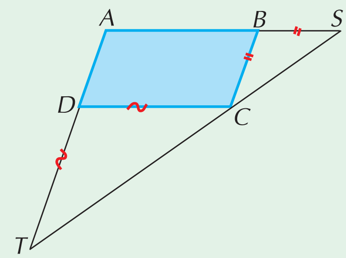


27 Dato un triangolo isoscele ABC di vertice A, prendi un punto S sul lato AC e un punto T sul prolungamento del lato AB, in modo che $SC \cong BT$. Dimostra che TS è diviso in due parti congruenti da BC.
(Suggerimento: traccia da S la parallela al lato AB che interseca BC in P)

28

ESERCIZIO GUIDATO

Dato un parallelogramma $ABCD$ prolunga il lato AB di un segmento $BS \cong BC$ ed il lato AD di un segmento $DT \cong DC$. Dimostra che T, C, S sono allineati.



Per dimostrare che i punti T, C, S sono allineati si può dimostrare che l'angolo $\widehat{TCS}$ è un angolo piatto. Completa allora la dimostrazione che segue.

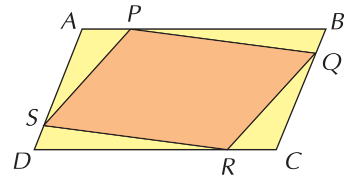
- Il triangolo DCT è isoscele perché .... quindi $\widehat{DCT} \cong$ ....
- Il triangolo BSC è isoscele perché .... quindi $\widehat{BCS} \cong$ ....
- Le rette AS e DC sono parallele perché .... quindi $\widehat{DCT} \cong \widehat{BSC}$ perché .... di conseguenza $\widehat{DCT} \cong \widehat{BSC} \cong \widehat{DTC} \cong \widehat{BCS}$; indichiamo con α tali angoli.
- $\widehat{ABC}$ è l'angolo esterno del triangolo BSC, quindi $\widehat{ABC} \cong \widehat{BCS} +$ .... e poiché questi angoli sono congruenti $\widehat{ABC} = 2\alpha$.
- $\widehat{ABC} + \widehat{BCD} =$ .... perché .... quindi $\widehat{DCB} = \pi - 2\alpha$

In conclusione: $\widehat{DCT} + \widehat{DCB} + \widehat{BCS} = \alpha + (\pi - 2\alpha) + \alpha =$ .... e perciò i punti T, C, S sono allineati.

29 Dato un parallelogramma $ABCD$, traccia la bisettrice dell'angolo $\widehat{BAD}$ e sia R la sua intersezione con la retta DC. Traccia quindi la bisettrice dell'angolo $\widehat{BCD}$ e sia S la sua intersezione con la retta AB. Dimostra che BD ed RS si bisecano e che i triangoli BRA e SCD sono congruenti.

30 Un quadrilatero che ha i vertici sui lati di un altro quadrilatero si dice in esso inscritto. Se $ABCD$ è un parallelogramma, come si devono scegliere i punti P, Q, R, S affinché $PQRS$ sia un parallelogramma inscritto in $ABCD$?

es. 30

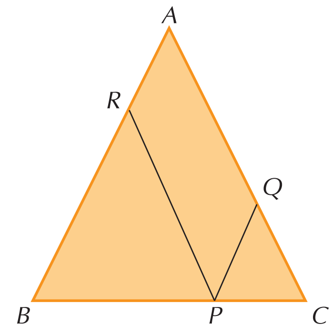


31 Disegna un parallelogramma $ABCD$ e traccia le sue diagonali; dai vertici A e C traccia poi le perpendicolari alla diagonale BD e dai vertici B e D le perpendicolari alla diagonale AC. Dimostra che il quadrilatero che ha i vertici nei piedi delle perpendicolari è un parallelogramma.

32 Un parallelogramma $ABCD$ ha il lato AB che è il doppio del lato BC; indicato con P il punto medio di AB, dimostra che il triangolo DPC è rettangolo in P.

33 Dato il triangolo isoscele ABC di vertice A, dimostra, utilizzando anche le proprietà dei parallelogrammi, che i segmenti paralleli ai lati, condotti da un qualunque punto P della base, hanno somma costante. Quanto vale tale costante?
(Suggerimento: devi dimostrare che, anche se PR e PQ cambiano al variare di P su BC, la somma $PR + PQ$ è sempre uguale a ....)

es. 33



34 Dimostra che due parallelogrammi che hanno due lati consecutivi ed un angolo ordinatamente congruenti, sono congruenti.

35 Dimostra che due parallelogrammi che hanno due lati consecutivi ed una diagonale ordinatamente congruenti, sono congruenti.

36 Due parallelogrammi hanno le diagonali e uno degli angoli da esse formato che sono ordinatamente congruenti. Dimostra che anche i due parallelogrammi sono congruenti.

37 In un triangolo isoscele ABC di vertice A conduci la bisettrice dell'angolo esterno adiacente a quello al vertice. Dopo aver dimostrato che la retta della bisettrice è parallela alla base, considera su di essa, da parte opposta rispetto ad A, due segmenti AD e AE entrambi congruenti alla base del triangolo. Dimostra che i quadrilateri $ABCD$ e $ACBE$ sono parallelogrammi congruenti.

38 Considera un parallelogramma $ABCD$ e prolunga il lato minore CB, dalla parte di B, di un segmento BP in modo che risulti $CP \cong DC$; traccia il segmento PD e indica con N il punto di intersezione con il lato AB. Dimostra che il triangolo ADN è isoscele e che DP è bisettrice dell'angolo $\widehat{ADC}$.

PARALLELOGRAMMI PARTICOLARI

teoria a pagina 4

Comprensione

39 Dopo aver definito un rettangolo e specificato quali sono le sue proprietà, indica quali fra le seguenti ipotesi consentono di affermare che un quadrilatero è un rettangolo:
a. avere almeno due angoli retti
b. essere un parallelogramma con un angolo retto
c. avere almeno tre angoli retti
d. avere le diagonali congruenti e che si bisecano
e. avere le diagonali congruenti
f. avere i lati opposti paralleli e i lati consecutivi perpendicolari.

40 Rappresenta con un diagramma di Eulero-Venn l'insieme A dei parallelogrammi e quello B dei rettangoli. In che relazione stanno tra loro?

41 Dopo aver definito un rombo e specificato quali sono le sue proprietà, indica quali fra le seguenti ipotesi consentono di affermare che un quadrilatero è un rombo:

a. avere i lati congruenti
b. essere un parallelogramma con i lati consecutivi congruenti
c. avere le diagonali perpendicolari
d. avere le diagonali perpendicolari e che si bisecano
e. essere un parallelogramma con le diagonali che sono bisettrici degli angoli.

42 Due rombi hanno i seguenti elementi rispettivamente congruenti:

a. una diagonale e l'angolo ad essa opposto
b. le due diagonali
c. un lato
d. un angolo.

In quali casi i due rombi sono congruenti?

43 Dopo aver definito un quadrato e specificato quali sono le sue proprietà, indica quali fra le seguenti ipotesi consentono di affermare che un quadrilatero è un quadrato:

a. avere almeno tre angoli retti e due lati consecutivi congruenti
b. avere le diagonali congruenti e perpendicolari
c. avere le diagonali congruenti, perpendicolari e che si bisecano
d. avere gli angoli retti e le diagonali perpendicolari
e. avere gli angoli retti e le diagonali congruenti
f. avere le diagonali congruenti, perpendicolari e bisettrici degli angoli.

44 Quali fra le seguenti proposizioni non individuano un quadrato?

a. Essere un rettangolo con i lati congruenti.
b. Essere un parallelogramma con due lati consecutivi congruenti.
c. Essere un quadrilatero con le diagonali congruenti e perpendicolari.
d. Essere un parallelogramma con le diagonali congruenti dove una di esse biseca gli angoli a cui è riferita.

45 Due segmenti AC e BD si intersecano nel punto medio; il quadrilatero $ABCD$:

a. è un rombo se $AC \perp BD$ V F
b. è un quadrato se $AC \cong BD$ V F
c. è un rettangolo se l'angolo $\widehat{ADC}$ è retto V F
d. è un rettangolo se $AC \cong BD$ V F
e. in nessun caso può essere un quadrato. V F

Applicazione

Il rettangolo

46 Disegna due segmenti congruenti che si intersecano e congiungi i loro estremi. Come devono esser disegnati tali segmenti per avere un rettangolo?

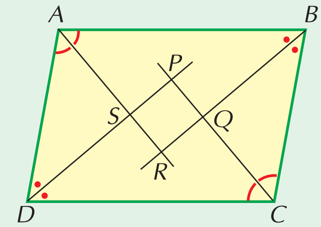
47 Due triangoli rettangoli congruenti hanno l'ipotenusa in comune e si trovano in semipiani opposti rispetto alla retta dell'ipotenusa. Spiega in quale caso si ottiene un rettangolo e perché.

48 Date due rette r ed s incidenti in O, prendi su r da parte opposta rispetto ad O due segmenti congruenti OA ed OB, ed analogamente su s prendi i segmenti OC ed OD congruenti fra loro e ad OA. Dimostra che $ADBC$ è un rettangolo.

49 Dal punto d'incontro delle diagonali di un rettangolo conduci la retta bisettrice di una coppia di angoli opposti al vertice che si formano. Dimostra che tale bisettrice divide il rettangolo in due rettangoli congruenti.

50 ## ESERCIZIO GUIDATO

Dimostra che il quadrilatero che ha per vertici i punti di intersezione delle bisettrici di un parallelogramma è un rettangolo.



Osserva che, poiché gli angoli opposti di un parallelogramma sono congruenti, le loro bisettrici li dividono in angoli a loro volta congruenti (nella figura abbiamo indicato con lo stesso simbolo gli angoli che sono congruenti) ed inoltre le bisettrici di due angoli opposti sono ...., quindi il quadrilatero *PQRS* è un ....
Gli angoli adiacenti a ciascun lato di un parallelogramma sono supplementari e quindi le loro metà sono ....; allora il triangolo *ARB* è .... e quindi ....

51 Dimostra che le bisettrici degli angoli esterni di un parallelogramma si incontrano formando un rettangolo.

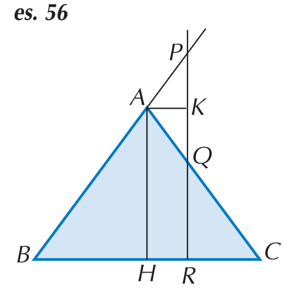
52 Considera un rettangolo *ABCD* e, a partire da *A* e nello stesso senso, prendi sui suoi lati i segmenti fra loro congruenti *AE, BF, CG, DH*. Di che natura è il quadrilatero *HEFG?*

53 Sfruttando le proprietà dei rettangoli, dimostra che la mediana relativa all'ipotenusa di un triangolo rettangolo è congruente a metà dell'ipotenusa stessa.

54 Dato un triangolo *ABC* isoscele sulla base *BC*, considera le distanze di un punto qualunque *P* del segmento *BC* dai lati congruenti. Dimostra che la loro somma è congruente all'altezza relativa ad uno dei lati congruenti del triangolo.
(Suggerimento: traccia l'altezza *BH* e da *P* la perpendicolare *PK* a questa altezza; ottieni un quadrilatero che è un .... ed il triangolo *PKB* che è congruente a ....)

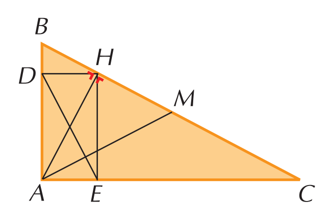
55 Disegna un triangolo equilatero e considera un suo punto interno *P*; da *P* traccia le distanze dai lati del triangolo. Dimostra che la somma di tali distanze è congruente all'altezza del triangolo.
(Suggerimento: traccia da *P* la parallela ad uno dei lati del triangolo e tieni presente quanto dimostrato all'esercizio precedente)

es. 56



56 In un triangolo isoscele *ABC* di vertice *A*, traccia la perpendicolare alla base da un punto qualunque *R* di essa fino ad incontrare le rette dei lati *AB* e *AC* rispettivamente in *P* e *Q*. Dimostra che la somma di *RP* e *RQ* è congruente al doppio dell'altezza relativa alla base nel triangolo dato.
(Suggerimento: traccia da *A* la parallela *AK* alla base *BC*; essendo $RP + RQ \cong RK + PK + RQ$, rimane da dimostrare che $RQ + PK \cong AH$)

es. 57



57 Nel triangolo rettangolo *ABC* di ipotenusa *BC*, traccia la mediana *AM* e l'altezza *AH* relative al lato *BC*. Da *H* traccia la parallela ad *AB* che taglia *AC* in *E* e la parallela ad *AC* che taglia *AB* in *D*. Dimostra che *AM* è perpendicolare ad *ED*.
(Suggerimento: ricorda che la mediana relativa all'ipotenusa di un triangolo rettangolo lo divide in due triangoli isosceli)

58 E' dato il rettangolo *ABCD* di centro *O*. Da un punto *P* di uno dei lati del rettangolo conduci le parallele alle diagonali che le incontrano nei punti *H* e *K*. Dimostra che il perimetro del quadrilatero *PHOK* è congruente alla diagonale del rettangolo.

59 Nel parallelogramma *ABCD* il lato *DC* è doppio del lato *AD* e *M* è il punto medio di *DC*. Dai vertici *A* e *B* conduci le rette perpendicolari rispettivamente ad *AM* e a *BM* che si incontrano in *E*. Dimostra che *AMBE* è un rettangolo.

Il rombo

60 Dimostra che ogni diagonale divide un rombo in due triangoli isosceli congruenti.

61 Dimostra che, se da un punto della bisettrice di un angolo convesso si tracciano le parallele ai suoi lati, si ottiene un rombo.

62 Prolunga il lato AB di un rombo $ABCD$, dalla parte di B, di un segmento $BS \cong AB$. Congiungi S con C e dimostra che $BSCD$ è un parallelogramma e che il triangolo ACS è rettangolo.

63 Dato un rettangolo $ABCD$ unisci il punto medio M del lato DC con i vertici A e B. Com'è il triangolo AMB? Se consideri il suo simmetrico rispetto alla retta AB, che tipo di quadrilatero si viene a formare?

64 Disegna un rombo $ABCD$ e prolunga la diagonale BD di due segmenti congruenti BS e DT. Di che natura è il quadrilatero $ASCT$?

65 Per i vertici di un rombo $ABCD$ traccia le parallele alle diagonali. Che quadrilatero ottieni? Quali sono i suoi assi di simmetria?

66 Dato un triangolo ABC prendi un punto D su uno dei lati, ad esempio su AB, e da questo traccia le parallele agli altri due lati. Come deve essere preso il punto D affinché il parallelogramma ottenuto sia un rombo?
(Suggerimento: il segmento DC deve essere una diagonale del rombo, quindi ....)

67 Dimostra che se si costruiscono sui lati di un rettangolo quattro triangoli equilateri e si congiungono i quattro vertici ottenuti si forma un rombo.

68 Considera un rettangolo e dagli estremi di ciascuna delle diagonali traccia le perpendicolari alle diagonali stesse. Dimostra che il quadrilatero ottenuto è un rombo.

69 Dimostra che se un quadrilatero ha le diagonali che sono entrambe bisettrici dei rispettivi angoli, allora è un rombo.

Il quadrato

70 Dimostra che tracciando le bisettrici degli angoli di un rettangolo si forma un quadrato.

71 Dato un quadrato $ABCD$, prolunga i suoi lati, nello stesso verso, di quattro segmenti congruenti fra loro: $AE \cong BF \cong CG \cong DH$. Dimostra che $EFGH$ è anch'esso un quadrato.

72 Dimostra che le bisettrici degli angoli formati dalle diagonali di un rombo tagliano i lati del rombo in punti che sono vertici di un quadrato.

73 Sui lati di un quadrato, ed esternamente ad esso, costruisci quattro triangoli equilateri. Dimostra che il quadrilatero che si ottiene congiungendo i loro vertici è ancora un quadrato.

74 E' dato un quadrato $ABCD$; per il punto O di intersezione delle diagonali conduci due rette fra loro perpendicolari. Dimostra che i punti in cui tali rette incontrano i lati del quadrato sono i vertici di un altro quadrato.

75 Dato il quadrato $ABCD$, prendi un punto P sul prolungamento di DC dalla parte di C; prolunga poi BC, dalla parte di B, di un segmento $BQ \cong DP$ e dimostra che il triangolo APQ è rettangolo e isoscele.

76 Sui lati del rettangolo $ABCD$, presi come ipotenusa, ed esternamente ad esso si costruiscono quattro triangoli rettangoli isosceli. Dimostra che i vertici di tali triangoli formano un quadrato.

77 È dato un quadrato $ABCD$; sul lato DC ed internamente al quadrato costruisci un triangolo equilatero

DCE; sul lato *AD* ed esternamente al quadrato costruisci un triangolo equilatero *ADF*. Dimostra che i punti *F*, *E*, *B* sono allineati.

78 Date due rette parallele *r* e *s*, tagliate in *A* e *B* da una trasversale *t*, traccia le bisettrici di ciascuna delle coppie degli angoli alterni interni. Queste si incontrano nei due punti *C* e *D*. Dimostra che:

a. il quadrilatero *ACBD* ottenuto è un rettangolo

b. la retta *DC* è parallela ad *r*.

79 Dal punto *O* di intersezione delle diagonali di un rombo traccia le perpendicolari ai lati. Dimostra che:

a. i segmenti di perpendicolare sono congruenti

b. i piedi delle perpendicolari che si trovano su lati opposti sono allineati con *O*

c. le diagonali sono bisettrici degli angoli formati dalle perpendicolari

d. il quadrilatero che ha per vertici i piedi delle perpendicolari è un rettangolo.

80 Nel triangolo *ABC* l'angolo di vertice *C* è la metà di quello di vertice *B*; siano: *AH* l'altezza uscente dal vertice *A*, *BN* la bisettrice dell'angolo di vertice *B*, *HM* la mediana relativa al lato *AC* del triangolo *AHC* che incontra la retta del lato *AB* in *D*. Tenendo anche presente quanto dimostrato all'esercizio 53, verifica che:

a. le rette *BN* e *DM* sono parallele

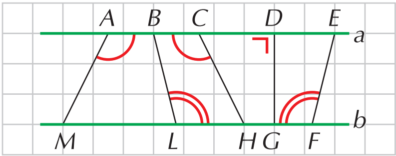
b. il triangolo *BHD* è isoscele.

IL TRAPEZIO

teoria a pagina 6

Comprensione

81 Le rette *a* e *b* della figura sono parallele; individua tutti i possibili trapezi e, tenendo presenti le congruenze evidenziate, indica quali sono scaleni, isosceli o rettangoli.



82 Di un trapezio si può dire che:

a. gli angoli adiacenti a ciascun lato obliquo sono supplementari V F

b. gli angoli opposti sono supplementari V F

c. se c'è un angolo retto, anche quello ad esso opposto è retto V F

d. non può esserci un solo angolo retto V F

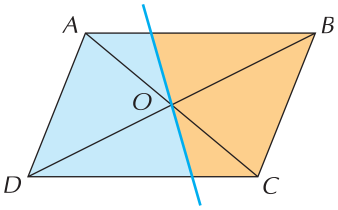
e. se gli angoli adiacenti ad una base sono congruenti, anche gli altri due angoli lo sono. V F

Applicazione

83 Dimostra che in un trapezio isoscele gli angoli opposti sono supplementari.

84 Sia *O* il punto d'intersezione delle diagonali di un parallelogramma *ABCD*; dimostra che ogni retta passante per *O* lo divide in due trapezi congruenti.

es. 84



85 Disegna un triangolo isoscele *ABC* di vertice *A* e traccia le mediane *BM* e *CN*. Dimostra che il quadrilatero *BNMC* è un trapezio isoscele.

86 Dato un triangolo *ABC*, conduci le bisettrici degli angoli di vertici *A* e *B* che incontrano i lati opposti in *D* e in *E*. Dimostra che se il quadrilatero *ABDE* è un trapezio, allora *ABC* è isoscele di base *AB*.

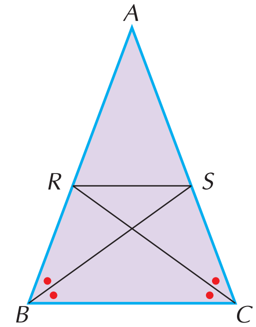
87 In un trapezio rettangolo *ABCD* (*A* e *D* vertici degli angoli retti), la base minore *AB* è la metà della base maggiore *DC* che, a sua volta, è congruente alla diagonale *BD*. Dimostra che il triangolo *DBC* è equilatero.

88 Due trapezi sono congruenti se hanno tre lati e un angolo ordinatamente congruenti. In quali casi è vera questa proposizione?

89 Dimostra che in un trapezio ciascun lato obliquo è minore della somma fra la differenza delle basi e l'altro lato obliquo.
(Suggerimento: traccia da uno dei vertici della base minore la parallela all'altro lato obliquo)

90 Dato un triangolo isoscele *ABC* di vertice *A*, traccia le bisettrici *CR* e *BS* degli angoli alla base. Dimostra che *RSCB* è un trapezio isoscele che ha la base minore congruente ai lati obliqui.
(Suggerimento: dimostra dapprima che $RB \cong SC$, quindi che il triangolo *ARS* è isoscele e deduci la tesi da queste considerazioni)

es. 90



91 Dato un triangolo rettangolo *ABC* di ipotenusa *BC*, sui cateti costruisci, esternamente al triangolo dato, i due quadrati *ASTC* e *ABQP*. Dimostra che:

a. i vertici *Q*, *A*, *T* sono allineati

b. le rette *PB* ed *SC* sono parallele

c. il quadrilatero *PSCB* è un trapezio isoscele.

92 Dato il triangolo rettangolo isoscele *ABC* retto in *A*, prendi un punto *R* sull'ipotenusa *BC* e da tale punto conduci la perpendicolare all'ipotenusa stessa che incontra le rette sostegno dei lati *AC* e *AB* in *S* e *T*. Detto *M* il punto medio del segmento *ST*, dimostra che:

a. $AM \parallel BC$

b. i quadrilateri convessi che hanno due vertici in *A* e *M* e gli altri vertici in *B* e *C* oppure in *B* e *R*, oppure in *R* e *C* sono trapezi specificandone la natura.

Dove deve essere preso il punto *R* affinché il quadrilatero di vertici *A*, *R*, *C*, *M* sia un parallelogramma?

93 Dato il triangolo isoscele *ABC* di base *BC*, traccia la bisettrice dell'angolo $\widehat{A}$ e prendi su di essa, esternamente al triangolo, un punto *D*; tracciati i segmenti *BD* e *CD*, fissa un punto *P* su *AB*, un punto *Q* su *AC*, un punto *R* su *CD* e un punto *S* su *BD* in modo che $AP \cong AQ$, $DS \cong DR$. Dimostra che il quadrilatero *PQRS* è un trapezio isoscele.

94 Dimostra che se in un trapezio le bisettrici degli angoli adiacenti alla base maggiore si incontrano in un punto della base minore, questa è congruente alla somma dei lati non paralleli. Di questo teorema vale anche l'inverso?

95 In un parallelogramma *ABCD* di centro *S*, la diagonale *BD* è perpendicolare ad *AB*. Prolunga il lato *DC*, dalla parte di *D*, di un segmento $DE \cong DC$ e congiungi *A* con *E*.
Dimostra che:

a. il quadrilatero *ABCE* è un trapezio rettangolo

b. *BE* e *AD* hanno lo stesso centro *O*

c. *OS* è parallelo alla base minore e congruente alla sua metà.

Comprensione

96 Un fascio di rette parallele è tagliato da due trasversali come nella figura a lato.
Si può dire che:

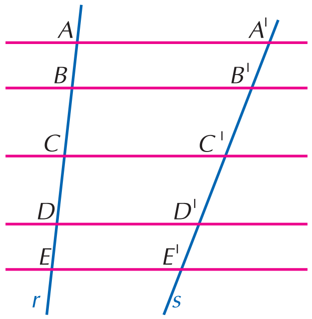
a. $AB \cong A'B'$ V F

b. se $AB \cong DE$ allora $A'B' \cong D'E'$ V F

c. se $C'D' \cong B'C'$ allora $CD \cong BC$ V F

d. se $BC \cong B'C'$ allora r e s formano angoli congruenti con le rette del fascio. V F

es. 96



97 Relativamente ai segmenti della figura a lato, si può dire che:

a. se $AB \cong CB$ allora $A'B' \cong C'B'$ V F

b. se $BC \cong EF$ allora $B'C' \cong E'F'$ V F

c. se $EF \cong GF$ allora $E'F' \cong G'F'$ V F

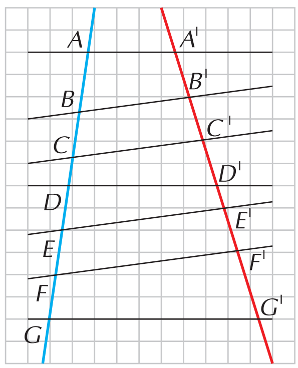
d. se $AD \cong DG$ allora $A'D' \cong D'G'$ V F

e. $CE \cong C'E'$ V F

f. se $AD \cong 2BC$ allora $A'D' \cong 2B'C'$ V F

g. se $CE \cong 2EF$ allora $C'E' \cong 2E'F'$ V F

es. 97



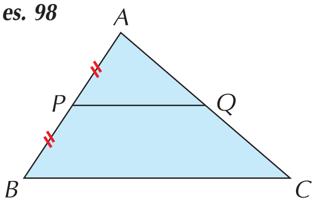
98 Completa le seguenti proposizioni riferendoti alla figura a lato nella quale si sa che $AP \cong PB$:

a. se $PQ \parallel BC$, allora AQ ....

b. se $AQ \cong QC$, allora PQ ....

c. se $PQ \parallel BC$, allora PQ ....

es. 98



99 Con riferimento alla figura, completa le relazioni che seguono:

a. $NR \parallel$ .....

b. $AC \parallel$ .....

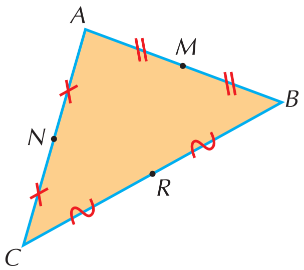
c. $NM \cong$ .....

d. $RM \cong$ .....

e. perimetro$(\widehat{MNR}) \cong$ ..... perimetro$(\widehat{ABC})$

f. $NMRC$ è un ....

es. 99



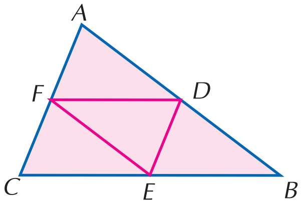
100 Il triangolo DEF della figura a lato è stato ottenuto congiungendo i punti medi dei lati del triangolo ABC.
Si può dire che:

a. il perimetro di DEF è la metà del perimetro di ABC V F

b. i lati di DEF sono paralleli ai lati di ABC V F

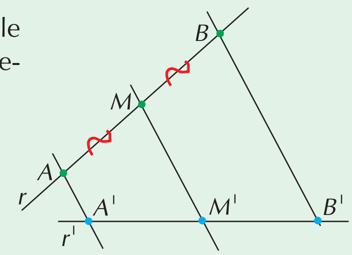
c. se ABC è isoscele di base AC, DEF è isoscele di base DF. V F

es. 100



Applicazione

101 **ESERCIZIO GUIDATO**



Stabilita una corrispondenza parallela di Talete fra due rette r ed r', tale che associ al segmento AB il segmento $A'B'$, dimostra che al punto medio M di AB corrisponde un punto M' che è il punto medio di $A'B'$.

Hp. $AA' \parallel BB'$ **Th.** $M'A' \cong M'B'$

$AM \cong MB$

Traccia da M la parallela ad AA' che incontra la retta r' in M'.

Per il teorema della corrispondenza di Talete, poiché per ipotesi $AM \cong MB$, anche.........

Quindi M' è il punto medio di $A'B'$.

102 Dimostra che in un triangolo qualunque il segmento che unisce i punti medi di due lati biseca ogni segmento che congiunge un punto qualunque del terzo lato con il vertice opposto a questo.

103 E' dato un trapezio; dopo aver spiegato perché la congiungente i punti medi dei lati obliqui è parallela alle basi, dimostra che tale retta divide a metà ciascuna diagonale.

104 Dimostra che, unendo i punti medi dei lati di un quadrilatero qualunque, si ottiene un parallelogramma.
(Suggerimento: traccia una delle diagonali del quadrilatero)

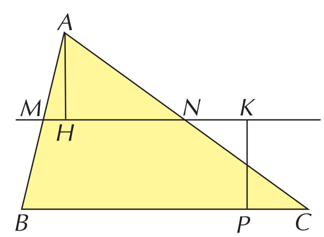
105 Disegna un triangolo rettangolo e traccia gli assi dei suoi cateti. Dimostra che il loro punto di intersezione appartiene all'ipotenusa.

106 Dimostra che se conduci le perpendicolari alla base di un triangolo isoscele dai punti medi dei lati congruenti e tracci l'altezza relativa alla base, questa viene divisa in quattro segmenti fra loro congruenti.

107 Disegna un triangolo ABC qualsiasi e traccia la mediana AM; indica poi con P il punto medio del lato AC e con Q il punto medio del lato AB. Dimostra che AM e PQ si incontrano nel loro punto medio. (Suggerimento: indicato con O il punto di intersezione di AM con PQ, PQ è .... a BC e, sfruttando il teorema di Talete, ...)

108 Dimostra che in ogni triangolo un vertice ed un punto qualunque del lato opposto hanno la stessa distanza dalla retta che unisce i punti medi degli altri due lati.

es. 108



109 E' dato un triangolo ABC; dal punto medio M del lato AB traccia la parallela al lato BC che incontra AC in N e prolungala di un segmento $ND \cong MN$. Dimostra che $MDCB$ è un parallelogramma il cui perimetro è la somma del lato AB con il doppio del lato BC.

110 Dato un parallelogramma $ABCD$, siano M e N i punti medi dei lati opposti AB e CD. Dimostra che la diagonale AC è divisa in tre parti fra loro congruenti dai segmenti DM e BN.

111 Disegna un triangolo ABC qualsiasi e traccia la retta r che passa per i punti medi di due lati. Dimostra che i tre vertici del triangolo sono equidistanti da r.

112 Dimostra che se congiungi i punti medi dei lati di un rombo si ottiene un rettangolo.

113 Unisci i punti medi dei lati di un rettangolo. Che quadrilatero ottieni? Perché?

114 Nel quadrilatero $ABCD$ le diagonali sono perpendicolari; dimostra che i punti medi dei suoi lati sono i vertici di un rettangolo.

115 Dato un parallelogramma $ABCD$, congiungi il vertice D con il punto medio M del lato AB, quindi congiungi A con il punto medio N del segmento DM. Dimostra che la retta AN divide la diagonale DB in due parti di cui una è doppia dell'altra.
(Suggerimento: da M traccia la parallela ad AN. Per il teorema della corrispondenza di Talete ....)

116 In un trapezio isoscele $ABCD$, considera i punti medi M, N, P, Q dei lati del trapezio. Dimostra che il quadrilatero $MNPQ$ è un rombo che ha una diagonale parallela alle basi del trapezio e l'altra perpendicolare.

117 Riferendoti alla costruzione dell'esercizio precedente, se le diagonali del trapezio isoscele sono fra loro perpendicolari, che quadrilatero ottieni?

118 In un trapezio la base minore è la metà della maggiore. Dimostra che la congiungente i punti medi dei lati obliqui è divisa dalle diagonali del trapezio in tre segmenti congruenti.

119 Dimostra che se in un trapezio congiungi i punti medi dei lati non paralleli, ottieni un segmento congruente alla semisomma delle basi.
(Suggerimento: traccia una diagonale e considera i due triangoli ottenuti ....)

120 Dimostra che in un trapezio il segmento che unisce i punti medi delle diagonali è congruente alla semidifferenza delle basi.

121 Dato il triangolo ABC, traccia la mediana AM e indica con P il suo punto medio; la semiretta BP interseca il lato AC in Q. Dimostra che $CQ \cong 2AQ$.
(Suggerimento: traccia da M la parallela a BQ)

122 Dato un triangolo ABC, traccia la mediana AQ e, dal punto medio P del lato AB, la parallela ad AQ che incontra in N il lato BC e in M il prolungamento del lato AC. Dimostra che $CM \cong \frac{3}{2}AC$.

123 Dato il triangolo ABC, sia BM la mediana relativa al lato AC e sia P il punto medio di tale mediana; conduci da P le parallele ai lati BC e AB che incontrano AC rispettivamente in E e in F. Dimostra che:
a. M è il punto medio anche del segmento FE
b. il perimetro del triangolo PFE è congruente alla metà del perimetro del triangolo ABC.

PARALLELOGRAMMI, TRAPEZI E ISOMETRIE

teoria a pagina 9

Comprensione

124 Barra vero o falso.
In un parallelogramma:
a. le diagonali sono bisettrici degli angoli V F
b. le diagonali sono assi di simmetria V F
c. le rette passanti per i punti medi dei lati opposti sono assi di simmetria V F
d. i lati opposti si corrispondono in una traslazione che ha come vettore uno degli altri due lati. V F

125 Completa le seguenti proposizioni.
a. Un parallelogramma ha ...... assi di simmetria.
b. Un rettangolo ha ...... assi di simmetria che sono ....
c. Un rombo ha ...... assi di simmetria che sono ....

126 Di un rettangolo si può dire che:

a. ha più di due assi di simmetria
b. ha due assi di simmetria ai quali appartengono i vertici
c. non ha assi di simmetria
d. ha due assi di simmetria perpendicolari fra loro.

127 In un quadrato si ha che:

a. gli assi dei lati sono assi di simmetria V F
b. tutte le rette che passano per il suo centro sono assi di simmetria V F
c. le diagonali e gli assi dei lati sono assi di simmetria V F
d. nella simmetria rispetto a una diagonale tutti i vertici sono punti uniti. V F

128 Un parallelogramma ha solo due assi di simmetria *r* e *s*. Completa scegliendo, fra quelle indicate, la frase corretta:

a. se *r* e *s* sono le rette delle diagonali, il parallelogramma è:
① un quadrato ② un rettangolo ③ un rombo

b. se *r* e *s* passano per i punti medi dei lati opposti, il parallelogramma è:
① un quadrato ② un rettangolo ③ un rombo

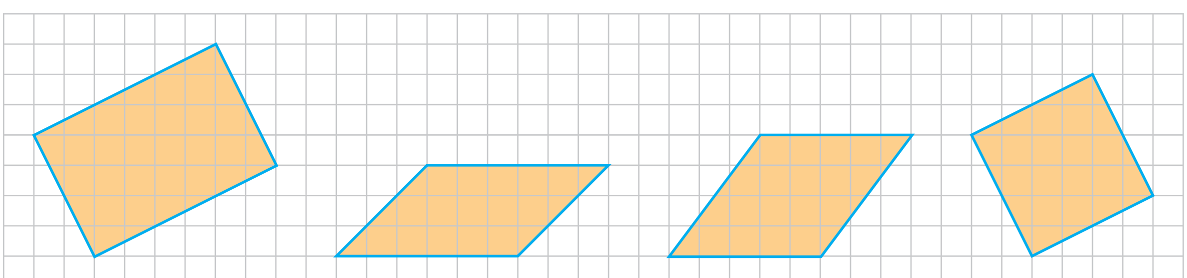
c. qualunque siano *r* e *s*, il parallelogramma non può mai essere:
① un quadrato ② un rettangolo ③ un rombo

129 In un trapezio:

a. il punto di intersezione delle diagonali è centro di simmetria V F
b. la retta che congiunge i punti medi delle basi è asse di simmetria solo se il trapezio è isoscele V F
c. non esistono centri di simmetria V F
d. la retta che congiunge i punti medi dei lati obliqui è asse di simmetria solo se il trapezio è rettangolo. V F

Applicazione

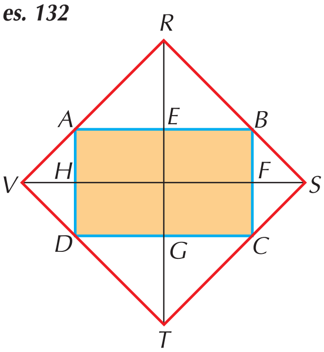
130 Disegna, se esistono, gli assi di simmetria dei seguenti parallelogrammi:



131 Considerando il simmetrico di un triangolo equilatero rispetto alla retta di uno dei suoi lati ottieni un parallelogramma particolare. Quale? In che relazione sono i suoi angoli?

132 Considera il rettangolo *ABCD* e traccia i suoi assi di simmetria che incontrano i lati *AB*, *BC*, *CD*, *DA* rispettivamente nei punti *E*, *F*, *G*, *H*. Su tali assi, esternamente al rettangolo prendi quattro segmenti in modo che sia $ER \cong GT \cong \frac{1}{2}AB$, $FS \cong HV \cong \frac{1}{2}BC$. Dimostra che il quadrilatero *RSTV* è un quadrato.

es. 132



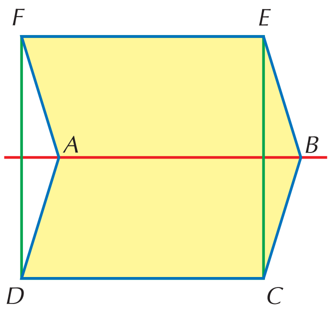
133 Dal vertice C di un triangolo ABC conduci la parallela r al lato AB; traccia da un punto D di AB le parallele ai lati AC e BC che incontrano r rispettivamente in D e in E. Il quadrilatero $ABDE$ ha un centro di simmetria? Se sì, quale?

134 Esternamente al triangolo ABC rettangolo in A si costruiscono sui cateti AB e AC i due quadrati $ACDE$ e $ABPQ$. Dopo aver dimostrato che i punti P, A, D sono allineati, sai dire se la figura così ottenuta ha un asse di simmetria?

135 Sui lati di un parallelogramma $ABCD$ ed esternamente ad esso si costruiscono quattro quadrati. Dimostra che il centro del parallelogramma è anche centro di simmetria della figura ottenuta. Che tipo di quadrilatero si ottiene congiungendo i centri dei quadrati costruiti?

136 Sia $ABCD$ un parallelogramma e sia $ABEF$ il suo simmetrico rispetto alla retta del lato AB; sfruttando la simmetria della figura, dimostra che il quadrilatero $DCEF$ è un rettangolo. Quali caratteristiche deve avere il parallelogramma $ABCD$ affinché il quadrilatero $DCEF$ sia un quadrato?

es. 136



Esercizi per lo sviluppo delle competenze

1 Dato il parallelogramma $ABCD$, conduci per il vertice A ed esternamente al quadrilatero una retta r. Tracciate da B, C, D, le perpendicolari a r e detti rispettivamente R, S, T i piedi delle perpendicolari, dimostra che:

a. $TPCD$ è un parallelogramma, essendo P il piede della perpendicolare condotta da B su CS

b. $TD + RB \cong SC$.

2 Dato un parallelogramma $ABCD$, prolunga il lato DC di un segmento CE tale che $CE \cong CB$. Dimostra che:

a. il triangolo DEF, dove F è il punto intersezione delle rette AD e BE, è isoscele

b. le bisettrici degli angoli $\widehat{FAB}$, $\widehat{ADC}$, $\widehat{BCE}$ sono parallele fra loro e perpendicolari alla retta FE.

3 Prolunga il lato DC del parallelogramma $ABCD$ di un segmento $CE \cong CD$ e traccia AE. Nell'ipotesi in cui AE sia perpendicolare al lato BC, dimostra che $AC \cong AB$.

4 Sui lati di un quadrato $ABCD$ prendi quattro segmenti tra loro congruenti $AR \cong SC \cong CT \cong AV$. Dimostra che:

a. $RSTV$ è un rettangolo

b. la diagonale del quadrato è congruente a metà perimetro del rettangolo.

5 E' dato un angolo convesso $\widehat{ab}$ di vertice V; prendi un punto A su a e un punto B su b in modo che sia $VA \cong VB$. Esegui la seguente costruzione:

- dal punto A traccia la perpendicolare alla semiretta b e dal punto B la perpendicolare alla semiretta a che si incontrano in C
- dal punto A traccia la perpendicolare alla semiretta a e dal punto B la perpendicolare alla semiretta b che si incontrano in D.

Dimostra che il quadrilatero $ACBD$ è un rombo.

6 Considera due triangoli equilateri ABC e ABD uniti lungo il lato AB. Di che natura è il quadrilatero $ADBC$?
Traccia le altezze AM ed AN relative rispettivamente ai lati CB e BD, e le altezze BR e BV relative rispettivamente ai lati AC e AD. Sia $\{S\} = BR \cap AM$ e sia $\{T\} = AN \cap BV$. Dimostra che:

a. i triangoli AMN e BRV sono equilateri

b. S appartiene alla retta CD

c. il quadrilatero $SBTA$ è un parallelogramma particolare. Quale?

7 Dato un quadrato $ABCD$ considera il suo centro O e per O traccia una retta che tagli i lati opposti AB e CD in M e N. Dai vertici B e D conduci due rette fra loro parallele e siano rispettivamente S e T i loro punti di intersezione con MN. Dimostra che:

a. $OS \cong OT$

b. il quadrilatero $SBTD$ è un parallelogramma.

Traccia da O la parallela ad AB e chiama P e Q le sue intersezioni rispettivamente con le rette SB e TD. Che quadrilatero è $SPTQ$?

8 Dato un triangolo qualunque, dimostra che i punti medi dei suoi lati e il piede di una delle altezze sono vertici di un trapezio isoscele.

9 Dimostra che tutti i parallelogrammi inscritti in un rettangolo che hanno i lati paralleli alle diagonali hanno lo stesso perimetro.

10 Sia $ABCD$ un quadrilatero qualsiasi; i due segmenti che uniscono i punti medi dei lati opposti si intersecano in O. Siano P e Q i punti medi delle diagonali del quadrilatero. Dimostra che:

a. O appartiene al segmento PQ

b. O è il punto medio di PQ.

Soluzione esercizi di comprensione

1 **a.** F, **b.** V, **c.** F, **d.** V

2 **a.** due triangoli congruenti, **b.** due triangoli isosceli non congruenti, **c.** si, **d.** no

4 **a.** V, **b.** F, **c.** F, **d.** V, **e.** F, **f.** V, **g.** F

6 ③ e ④

39 **b.**, **c.**, **d.**, **f.**

41 **a.**, **b.**, **d.**, **e.**

42 **a.**, **b.**

43 **a.**, **c.**, **d.**, **f.**

44 **b.**, **c.**

45 **a.** V, **b.** F, **c.** V, **d.** V, **e.** F

82 **a.** V, **b.** F, **c.** F, **d.** V, **e.** V

96 **a.** F, **b.** V, **c.** V, **d.** V

97 **a.** F, **b.** V, **c.** F, **d.** V, **e.** F, **f.** F, **g.** V

98 **a.** $AQ \cong QC$, **b.** $PQ \parallel BC$, **c.** $\overline{PQ} \cong \frac{1}{2}\overline{BC}$

99 **a.** $NR \parallel AB$, **b.** $AC \parallel MR$, **c.** $NM \cong \frac{1}{2}BC$, **d.** $RM \cong \frac{1}{2}AC$, **e.** perimetro $(\widehat{MNR}) \cong \frac{1}{2}$ perimetro$(\widehat{ABC})$, **f.** parallelogramma

100 **a.** V, **b.** V, **c.** F

124 **a.** F, **b.** F, **c.** F, **d.** V

126 **d.**

127 **a.** V, **b.** F, **c.** V, **d.** F

128 **a.** ③, **b.** ②, **c.** ①

129 **a.** F, **b.** V, **c.** V, **d.** F

Test Finale

1 Le rette r e s sono parallele; siano A e B due punti di r, C e D due punti di s, presi nello stesso ordine. Completa le seguenti proposizioni.

Il quadrilatero $ABDC$ è:

a. un parallelogramma se ....

b. un trapezio isoscele se ....

c. un trapezio rettangolo se ....

d. un rettangolo se ....

e. un quadrato se ....

1,25 punti

2 Un quadrilatero che ha:

a. una coppia di lati opposti paralleli e congruenti è

① un parallelogramma ② un trapezio isoscele ③ nessuno dei precedenti

b. le diagonali che si bisecano e sono congruenti è

① un parallelogramma qualsiasi ② un rettangolo ③ un rombo

c. le diagonali congruenti e perpendicolari è

① un parallelogramma qualsiasi ② un rombo ③ un quadrato

0,75 punti

3 Sul lato AC del triangolo ABC fissa il punto P in modo che sia $\frac{PC}{AP} = \frac{1}{4}$; traccia da P la parallela al lato AB che interseca il lato BC in Q. Si può dire che:

a. $\frac{QC}{BC} = \frac{1}{4}$ V F

b. $BQ \cong 4QC$ V F

c. $BC \cong \frac{5}{4} BQ$ V F

d. $AP \cong BQ$ se ABC è isoscele di base AB V F

e. $PC \cong \frac{1}{4} QC$ V F

f. $\frac{BQ}{QC} = \frac{1}{4}$ V F

1,5 punti

4 In un triangolo ABC :

a. il segmento che unisce i punti medi dei lati AB e AC è parallelo a BC V F

b. il segmento che congiunge i punti medi dei lati AC e BC è congruente alla metà di AB V F

c. la retta che passa per i punti medi dei lati AB e AC è parallela ad AC V F

d. la retta che passa per il punto medio di AC e per un punto di AB è sempre parallela a BC V F

1 punto

5 Per ciascuna delle seguenti proposizioni completa scegliendo la proposta esatta (sono possibili più risposte):

a. le diagonali non sono assi di simmetria nel

① rettangolo ② rombo ③ parallelogramma qualsiasi

b. le diagonali sono assi di simmetria nel

① rettangolo ② rombo ③ parallelogramma qualsiasi

c. la retta che congiunge i punti medi di due lati paralleli ed opposti è asse di simmetria nel

① trapezio isoscele ② rettangolo ③ rombo

d. il parallelogramma che ha quattro assi di simmetria è

① il rombo ② il rettangolo ③ il quadrato

1 punto

6 Dato il trapezio $ABCD$, prendi un punto E sulla base maggiore BC in modo che sia $BE \cong AD$. Quale caratteristica deve avere la diagonale BD affinchè il quadrilatero $ABED$ sia un rombo?

1,5 punti

7 Dato il triangolo ABC, sia BM la mediana relativa al lato AC e sia P il punto medio di tale mediana; conduci da P le parallele ai lati BC e AB che incontrano AC rispettivamente in E e in F. Dimostra che:

a. M è il punto medio anche del segmento FE

b. il perimetro del triangolo PFE è congruente alla metà del perimetro del triangolo ABC.

3 punti

Soluzioni

1 **a.** $AB \cong CD$, **b.** $AC \cong BD \ \wedge \ AB \neq CD$, **c.** $AC \perp s \ \vee \ BD \perp s$, **d.** $AC \perp s \ \wedge \ BD \perp s$, **e.** $AC \perp s \ \wedge \ BD \perp s \ \wedge \ AB \cong AC$

2 **a.** ①, **b.** ②, **c.** ③

3 **a.** F, **b.** V, **c.** V, **d.** V, **e.** F, **f.** F

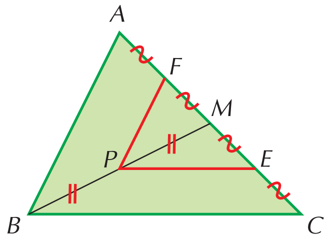
4 **a.** V, **b.** V, **c.** F, **d.** F

5 **a.** ① ③, **b.** ②, **c.** ① ②, **d.** ③

6 Deve essere bisettrice di $\widehat{ABC}$

7 **a.** Per il teorema del fascio di rette parallele applicato ai triangoli ABM e BCM, si ha subito che $AF \cong FM$ e $ME \cong EC$, e tenendo presente che M è punto medio di AC, si ha che $FM \cong ME$.

b. $PE \cong \frac{1}{2}BC$, $PF \cong \frac{1}{2}AB$, $FE \cong \frac{1}{2}AC$, da cui segue la tesi



Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	
Punteggio								

Valutazione in decimi