

CAP. 2: I POLIGONI INSCRITTI E CIRCOSCRITTI

LE CARATTERISTICHE DELLA CIRCONFERENZA E DEL CERCHIO

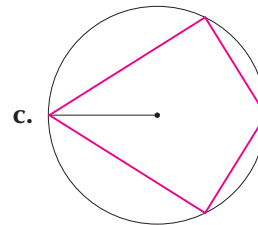
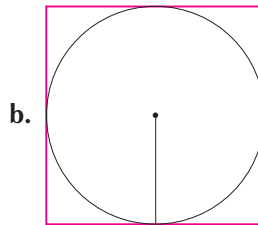
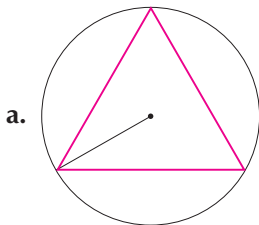
richiami della teoria

- Un poligono **inscritto** in una circonferenza ha tutti i suoi vertici appartenenti alla circonferenza;
- un poligono **circoscritto** ad una circonferenza ha tutti i suoi lati tangenti alla circonferenza;
- gli **assi** dei lati di un poligono inscritto si intersecano in uno stesso punto detto **circocentro**;
- le **bisettrici** degli angoli di un poligono circoscritto si intersecano in uno stesso punto detto **incentro**;
- un **quadrilatero inscritto** in una circonferenza ha gli angoli opposti supplementari;
- un **quadrilatero circoscritto** ad una circonferenza ha la somma di due lati opposti congruente alla somma degli altri due.

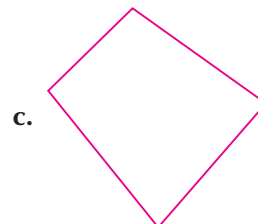
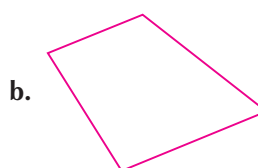
COMPRESIONE DELLA TEORIA

- 1** Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
- Un poligono inscritto in una circonferenza ha tutti i vertici che appartengono alla circonferenza;
 - un poligono è circoscrivibile ad una circonferenza se gli assi dei suoi lati si intersecano in uno stesso punto;
 - un poligono circoscritto ad una circonferenza ha tutti i lati che appartengono alla circonferenza;
 - un poligono è circoscrivibile ad una circonferenza se le bisettrici di tutti gli angoli si intersecano in uno stesso punto.

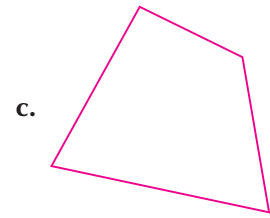
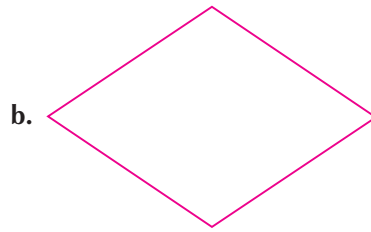
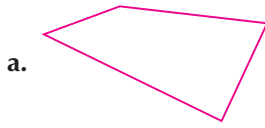
- 2** Nelle seguenti figure indica con la lettera C il circocentro e con r il raggio dei poligoni inscritti; con I l'incentro e con a l'apotema del poligono circoscritto:



- 3** Dopo aver misurato gli angoli dei seguenti quadrilateri, stabilisci quali di essi si possono inscrivere in una circonferenza:



- 4** Dopo aver misurato i lati dei seguenti quadrilateri, stabilisci quali di essi si possono circoscrivere ad una circonferenza.

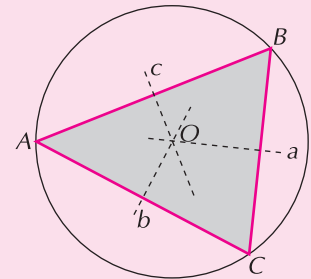


APPLICAZIONE

5 *Esercizio Suelto*

Inscrivi un triangolo acutangolo in una circonferenza.

Dopo aver disegnato un triangolo acutangolo ABC traccia gli assi a , b , c dei suoi lati e chiama O il loro punto di intersezione. Quest'ultimo è il circocentro del triangolo. Punta il compasso in O e aprilo fino a far coincidere la sua punta scrivente con uno dei vertici del triangolo. Traccia infine la circonferenza.



- 6** Inscrivi un triangolo ottusangolo in una circonferenza.

- 7** Inscrivi un rettangolo in una circonferenza.

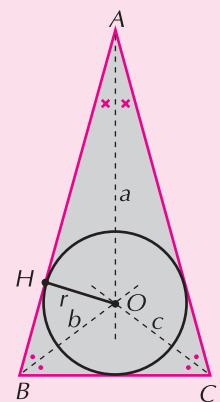
- 8** Inscrivi un triangolo rettangolo in una circonferenza. Che cosa puoi osservare?

- 9** Inscrivi un trapezio isoscele in una circonferenza.

10 *Esercizio Suelto*

Circoscrivi un triangolo isoscele ad una circonferenza.

Dopo aver disegnato il triangolo isoscele ABC , traccia le bisettrici a , b , c dei suoi angoli e chiama O il loro punto di intersezione. Quest'ultimo è l'incentro del triangolo. Punta il compasso in O e aprilo fino a far coincidere la sua punta scrivente con il punto H (OH è il raggio della circonferenza inscritta). Traccia infine la circonferenza.

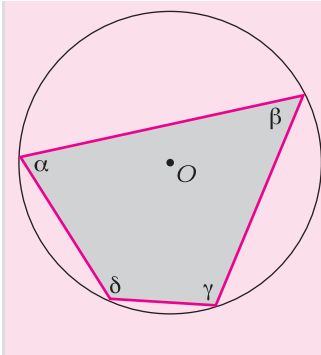


- 11** Circoscrivi un rombo ad una circonferenza.

- 12** Circoscrivi un trapezio rettangolo ad una circonferenza.

13 *Esercizio Suelto*

Un quadrilatero inscritto in una circonferenza ha due angoli consecutivi che misurano rispettivamente 70° e 125° . Calcola l'ampiezza di ciascuno degli altri due angoli.



Dati	Incognite
$\alpha = 70^\circ$	β
$\delta = 125^\circ$	γ

Poichè il quadrilatero $ABCD$ è inscritto nella circonferenza di centro O :

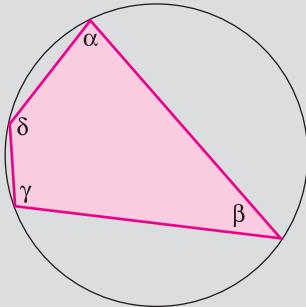
$\alpha + \gamma = 180^\circ$ e pertanto $\gamma = 180^\circ - \alpha = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$;
 $\beta + \delta = 180^\circ$ e pertanto $\beta = 180^\circ - \delta = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$.

14 Un quadrilatero inscritto in una circonferenza ha due angoli consecutivi che misurano rispettivamente 98° e 123° . Calcola l'ampiezza di ciascuno degli altri due angoli. [82°; 57°]

15 La somma e la differenza delle misure di una coppia di angoli consecutivi di un quadrilatero inscritto in una circonferenza sono rispettivamente 165° e 23° . Calcola l'ampiezza di ciascun angolo del quadrilatero. [71°; 94°; 109°; 86°]

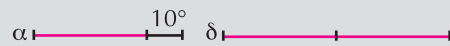
16 *Esercizio Guidato*

Due angoli consecutivi di un quadrilatero inscritto in una circonferenza sono tali che il minore dei due è ampio 10° in più della metà del maggiore e la loro somma è 217° . Calcola l'ampiezza degli angoli del quadrilatero.



Dati	Incognite
$\alpha = \delta : 2 + \dots\dots\dots$	$\alpha, \beta, \gamma, \delta$
$\alpha + \delta = \dots\dots\dots$	

Indichiamo con α e δ i due angoli noti (α è il minore fra i due). Rappresentiamo con i segmenti il rapporto esistente tra gli angoli α e δ :



$\delta = \{[(\alpha + \delta) - 10^\circ] : 3\} \cdot 2 = \dots\dots\dots = 138^\circ$

$\alpha = \delta : \dots + \dots\dots = \dots : \dots + \dots = 79^\circ$

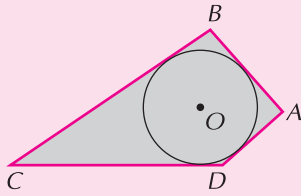
Poiché il quadrilatero $ABCD$ è inscritto nella circonferenza di centro O : $\alpha + \gamma = \beta + \delta = 180^\circ$, pertanto $\gamma = 180^\circ - \dots\dots = \dots\dots$ e $\beta = 180^\circ - \dots\dots = \dots\dots$

17 Due angoli consecutivi di un quadrilatero inscritto in una circonferenza sono tali che il minore dei due è ampio 15° in meno della metà del maggiore e la loro somma è 195° . Calcola l'ampiezza degli angoli del quadrilatero. [140°; 40°; 55°; 125°]

18 Due angoli consecutivi di un quadrilatero inscritto in una circonferenza sono tali che il maggiore dei due supera di 17° il doppio del minore e la loro somma è 206° . Calcola l'ampiezza degli angoli del quadrilatero. [63°; 117°; 143°; 37°]

19 *Esercizio Svolto*

Sia $ABCD$ un quadrilatero circoscritto ad una circonferenza di centro O tale che le misure di due lati opposti sono rispettivamente 23 cm e 45 cm, mentre gli altri due lati opposti sono l'uno il triplo dell'altro. Calcola la misura dei lati mancanti.



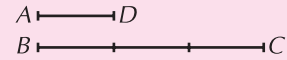
Dati	Incognite
$\overline{AB} = 23 \text{ cm}$	\overline{AD}
$\overline{CD} = 45 \text{ cm}$	\overline{BC}
$BC = 3 \cdot AD$	

Poiché il quadrilatero $ABCD$ è circoscritto alla circonferenza di centro O sappiamo che:

$$\overline{AD} + \overline{BC} = \overline{AB} + \overline{CD} = (23 + 45) \text{ cm} = 68 \text{ cm}$$

Rappresentiamo con i segmenti il rapporto esistente tra i lati AD e BC :

pertanto: $\overline{AD} = (68 : 4) \text{ cm} = 17 \text{ cm}$ e $\overline{BC} = (17 \cdot 3) \text{ cm} = 51 \text{ cm}$



- 20** Sia $ABCD$ un quadrilatero circoscritto ad una circonferenza di centro O tale che le misure di due lati opposti sono rispettivamente 46 cm e 24 cm, mentre gli altri due lati opposti differiscono di 10 cm. Calcola la misura dei lati mancanti. [30 cm; 40 cm]

- **21** Il perimetro di un trapezio isoscele circoscritto ad una circonferenza è 160 cm. Calcola la misura dei suoi lati sapendo che le basi differiscono di 22 cm. [40 cm; 51 cm; 40 cm; 29 cm]

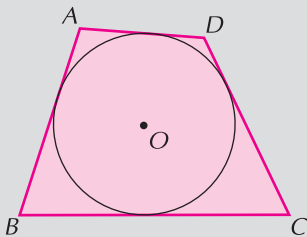
- **22** Il perimetro di un trapezio isoscele circoscritto ad una circonferenza è 300 cm. Calcola la misura dei suoi lati sapendo che le basi sono l'una il doppio dell'altra. [75 cm; 75 cm; 100 cm; 50 cm]

- **23** Calcola la misura delle basi e il perimetro di un trapezio isoscele circoscritto ad una circonferenza sapendo che un lato obliquo misura 35 cm e che le basi differiscono di 13 cm. [28,5 cm; 41,5 cm; 140 cm]

- **24** In un quadrilatero circoscritto ad una circonferenza di centro O un lato misura 27 cm, il suo opposto lo supera di 12 cm e gli altri due lati sono l'uno il doppio dell'altro. Calcola la misura dei lati del quadrilatero e il suo perimetro. [27 cm; 39 cm; 22 cm; 44 cm; 132 cm]

25 *Esercizio Guidato*

Sia $ABCD$ un quadrilatero circoscritto ad una circonferenza di centro O con due lati opposti congruenti. Calcola la misura dei lati del quadrilatero sapendo che gli altri due lati opposti differiscono di 30 cm e che l'uno supera di 5 cm il doppio dell'altro.



Dati	Incognite
$\overline{AB} = \dots\dots$	$\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DA}$
$\overline{BC} - \overline{AD} = \dots\dots\dots$	
$\overline{BC} = \dots\dots \cdot \overline{AD} + \dots\dots$	

Rappresentiamo con i segmenti il rapporto esistente tra i lati AD e BC :

Il segmento \overline{HC} essendo la differenza dei due lati misura

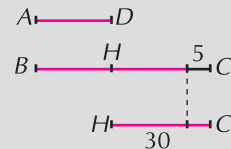
Quindi $\overline{AD} = \overline{HC} - \dots\dots = \dots\dots\dots = 25 \text{ cm}$

$$\overline{BC} = (\overline{AD} \cdot \dots\dots) + \dots\dots = \dots\dots\dots = 55 \text{ cm}$$

Poiché il quadrilatero $ABCD$ è circoscritto alla circonferenza di centro O sappiamo che:

$$\overline{AD} + \overline{BC} = \overline{AB} + \overline{CD} = (\dots\dots\dots) \text{ cm} = \dots\dots \text{ cm}$$

$$\overline{AB} = \overline{CD} = (\overline{AD} + \dots\dots) : 2 = \dots\dots : \dots\dots \text{ cm} = 40 \text{ cm}$$



- 26** Le basi di un trapezio isoscele circoscritto ad una circonferenza sono l'una il doppio dell'altra e la loro differenza è di 23 dm. Calcola le misure dei lati e il perimetro.
[23 dm; 46 dm; 34,5 dm; 34,5 dm; 138 dm]
- 27** Il lato obliquo di un trapezio isoscele circoscritto ad una circonferenza misura 45 cm. Determina il perimetro del trapezio.
[180 cm]
- 28** Il lato obliquo di un trapezio isoscele circoscritto ad una circonferenza misura 58 cm. Determina il perimetro e la misura delle basi sapendo che differiscono di 21 cm.
[232 cm; 68,5 cm; 47,5 cm]
- 29** Determina la lunghezza dei lati e il perimetro di un trapezio rettangolo circoscritto ad una circonferenza avente il raggio lungo 16 cm, sapendo che la base maggiore è il doppio della minore e che differiscono di 24 cm.
[32 cm; 24 cm; 48 cm; 40 cm; 144 cm]
- **30** Due angoli consecutivi di un quadrilatero inscritto in una circonferenza sono uno $\frac{3}{4}$ dell'altro e la somma delle loro misure è 203° . Calcola l'ampiezza dei quattro angoli del quadrilatero.
[87° ; 93° ; 116° ; 64°]
- **31** Due angoli consecutivi di un quadrilatero inscritto in una circonferenza sono uno $\frac{3}{7}$ dell'altro e la differenza delle loro misure è 44° . Calcola l'ampiezza dei quattro angoli del quadrilatero.
[33° ; 147° ; 77° ; 103°]
- **32** Due lati consecutivi di un quadrilatero circoscritto ad una circonferenza sono uno $\frac{1}{5}$ dell'altro e la loro somma misura 336 cm. Determina la misura di ciascun lato sapendo che il perimetro è 624 cm.
[280 cm; 32 cm; 56 cm; 256 cm]
- **33** Sia $ABCD$ un quadrilatero circoscritto ad una circonferenza di centro O con due lati opposti l'uno il doppio dell'altro. Calcola la misura dei lati del quadrilatero sapendo che gli altri due lati differiscono di 12 cm e che il maggiore dei due è 18 cm in meno del doppio dell'altro. [42 cm; 30 cm; 24 cm; 48 cm]
- **34** Calcola il perimetro di un quadrato il cui lato è $\frac{2}{5}$ del lato obliquo di un trapezio isoscele circoscritto ad una circonferenza. Si sa inoltre che le basi del trapezio sono una $\frac{2}{3}$ dell'altra e che la loro differenza misura 14 cm.
[56 cm]
- **35** Determina la misura dei lati di un trapezio isoscele circoscritto ad una circonferenza sapendo che le basi sono una $\frac{5}{4}$ dell'altra e che è isoperimetrico ad un rettangolo le cui dimensioni differiscono di 45 dm e sono una $\frac{2}{7}$ dell'altra.
[36 dm; 45 dm; 40,5 dm; 40,5 dm]
- **36** In un trapezio isoscele circoscritto ad una circonferenza la proiezione del suo lato obliquo sulla base maggiore è $\frac{2}{7}$ del lato obliquo stesso e la loro somma misura 108 cm; calcola il perimetro e la misura di ciascun lato del trapezio.
[336 cm; 60 cm; 84 cm; 84 cm; 108 cm]
- **37** Calcola il perimetro di un rombo il cui lato è $\frac{7}{10}$ del lato obliquo di un trapezio rettangolo circoscritto ad una circonferenza avente il raggio lungo 18 cm. Si sa inoltre che le basi del trapezio differiscono di 48 cm e sono una $\frac{1}{3}$ dell'altra.
[168 cm]
- **38** Determina il perimetro di un trapezio rettangolo circoscritto ad una circonferenza sapendo che il suo lato obliquo misura 38 cm e che il perimetro di un esagono regolare inscritto nella stessa circonferenza è 78 cm.
[128 cm]

I POLIGONI REGOLARI

richiami della teoria

- Un **poligono regolare** ha tutti i lati e tutti gli angoli congruenti;
- un **poligono regolare** è sempre inscrittibile e circoscrivibile ad una circonferenza;
- per calcolare il **numero dei lati** di un poligono regolare bisogna dividere 360° per l'ampiezza dell'angolo al centro del poligono stesso;
- In un poligono regolare, per calcolare:
 - a. **l'ampiezza dell'angolo al centro** bisogna dividere 360° per il numero dei lati;
 - b. **la misura di un angolo esterno** bisogna dividere 360° per il numero dei lati;
 - c. **il numero dei lati** conoscendo la misura dell'angolo esterno bisogna dividere 360° per l'ampiezza dell'angolo esterno;
- il **raggio della circonferenza circoscritta** ad un triangolo equilatero è il doppio del raggio di quella inscritta;
- l'**apotema di un triangolo equilatero** è un terzo dell'altezza del triangolo stesso;
- l'**apotema di un quadrato** è la metà del lato;
- il **lato di un esagono regolare** è congruente al raggio della circonferenza circoscritta.

COMPrensione della Teoria

39 Indica quali fra i seguenti poligoni sono regolari:

- a. quadrato;
- b. rombo;
- c. triangolo isoscele;
- d. triangolo equilatero;
- e. rettangolo;
- f. trapezio rettangolo.

40 Delle seguenti affermazioni indica quali sono vere e quali false:

- a. un poligono regolare è sempre inscrittibile in una circonferenza; ✓ F
- b. un poligono regolare non è sempre circoscrivibile ad una circonferenza; ✓ F
- c. il centro O di un poligono regolare è il centro sia della circonferenza circoscritta, che della circonferenza inscritta; ✓ F
- d. il raggio della circonferenza circoscritta ad un poligono regolare è l'apotema del poligono; ✓ F
- e. il raggio della circonferenza inscritta in un poligono regolare è l'apotema del poligono. ✓ F

41 Completa le seguenti proprietà. In un triangolo equilatero:

- a. il raggio della circonferenza circoscritta è del raggio di quella
- b. l'apotema è dell'altezza del triangolo.

APPLICAZIONE

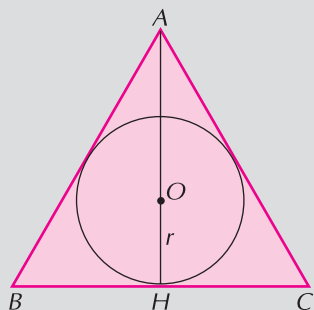
42 Calcola la misura del raggio della circonferenza inscritta in un triangolo equilatero avente la misura dell'altezza di 27 dm.

(Suggerimento: l'altezza del triangolo è il triplo del raggio, pertanto)

[9 dm]

43 *Esercizio Guidato*

Calcola il perimetro di un triangolo equilatero sapendo che il raggio della circonferenza inscritta misura 44 cm e che il lato supera di 20,42 cm la misura dell'altezza.



Dati	Incognita
$\overline{OH} = \dots\dots\dots$	$2p_{(ABC)}$
$\overline{AC} = \overline{AH} + \dots\dots\dots$	

Poiché AH (altezza) è tre volte OH (apotema):

$$\overline{AH} = \overline{OH} \cdot \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \cdot \dots\dots\dots \text{ cm} = 132 \text{ cm}$$

$$\overline{AC} = \overline{AH} + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots \text{ cm} = 152,42 \text{ cm}$$

$$2p_{(ABC)} = \overline{AC} \cdot \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \cdot \dots\dots\dots \text{ cm} = \dots\dots\dots \text{ cm}$$

44 Calcola il perimetro di un triangolo equilatero sapendo che il raggio della circonferenza inscritta misura 16 cm e che il lato supera di 7,42 cm la misura dell'altezza. [166,26 cm]

45 Calcola il perimetro di un quadrato circoscritto ad una circonferenza avente il raggio lungo 14 cm. (Suggerimento: il raggio della circonferenza inscritta è la metà del lato, pertanto) [112 cm]

46 Calcola il perimetro di un quadrato circoscritto ad una circonferenza avente il diametro lungo 33 cm. [132 cm]

47 Calcola la misura del raggio della circonferenza inscritta in un quadrato di perimetro 144 cm. [18 cm]

48 Calcola il perimetro di un quadrato circoscritto ad una circonferenza di raggio congruente a $\frac{1}{3}$ del lato di un rombo di perimetro 72 cm. [48 cm]

49 Calcola la misura del raggio della circonferenza inscritta in un quadrato il cui perimetro è il doppio di quello di un rettangolo avente la base e l'altezza che misurano rispettivamente 21 cm e 11 cm. [16 cm]

50 Calcola il perimetro di un esagono regolare inscritto in una circonferenza avente il raggio che misura 18 cm. (Suggerimento: poiché il raggio è congruente al lato dell'esagono) [108 cm]

51 Calcola la misura del raggio della circonferenza circoscritta ad un esagono regolare di perimetro 74,4 cm. [12,4 cm]

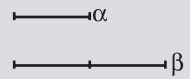
52 Calcola la misura del raggio della circonferenza circoscritta ad un esagono regolare di perimetro 21,6 cm. [3,6 cm]

● **53** Calcola il perimetro di un esagono regolare inscritto in una circonferenza il cui raggio è $\frac{1}{5}$ del perimetro di un rombo avente il lato lungo 35 cm. (Suggerimento: il raggio della circonferenza circoscritta è congruente al lato dell'esagono) [168 cm]

54 *Esercizio Guidato*

L'angolo al centro di un poligono regolare è la metà del suo complementare. Calcola il numero dei lati del poligono regolare.

Rappresentiamo con una figura il rapporto fra l'angolo al centro del poligono regolare (α) e il suo complementare (β):



Poiché $\alpha + \beta = 90^\circ$ si ha che $\alpha = 90^\circ : \dots = \dots$

quindi n° lati del poligono = $\dots : 30^\circ = \dots$

- 55** L'angolo al centro di un poligono regolare è di 10° inferiore al suo complementare. Calcola il numero dei lati del poligono regolare. [9]
- **56** Il perimetro di un poligono regolare è il doppio di quello di un rombo il cui lato misura 22 cm. Sapendo che il lato del poligono è congruente al lato di un quadrato di perimetro 44 cm, calcola l'ampiezza dell'angolo al centro del poligono regolare. [22° 30']
- **57** Il perimetro di un poligono regolare è il doppio di quello di un quadrato il cui lato misura 36 cm. Sapendo che il lato del poligono è congruente alla dimensione minore di un rettangolo di perimetro 108 cm, calcola l'ampiezza dell'angolo al centro del poligono regolare, sapendo che le due dimensioni del rettangolo differiscono di 6 cm. [30°]