

## DALLE POTENZE AI NUMERI BINARI

### LA POTENZA DI UN NUMERO

#### richiami della teoria

- La **potenza** di un numero è il prodotto di tanti fattori uguali a quel numero detto base, quanti ne indica l'esponente;
- I termini della potenza si chiamano **base** ed **esponente**; il risultato si chiama **valore della potenza**.

### COMPRESIONE DELLA TEORIA

- 1 Nell'operazione di elevamento a potenza:
- il fattore che si ripete si chiama .....
  - il numero di volte che tale fattore si ripete si chiama .....
  - il risultato dei vari prodotti si chiama .....

- 2 Stabilisci quale delle seguenti affermazioni è vera.  
Per calcolare il valore di una potenza basta:
- addizionare tra loro un numero di fattori (uguali alla base) pari all'esponente;
  - moltiplicare tra loro un numero di fattori (uguali alla base) pari all'esponente;
  - moltiplicare tra loro la base e l'esponente.

### APPLICAZIONE

*Scrivi in lettere e calcola il valore delle seguenti potenze scritte in cifre.*

#### 3 *Esercizio Solto*

- a.  $3^3 =$  tre alla terza  $\rightarrow 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$ ;  
b.  $2^4 =$  due alla quarta  $\rightarrow 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$ ;  
c.  $5^2 =$  cinque alla seconda  $\rightarrow 5 \cdot 5 = 25$ .

- 4 a.  $2^3$ ;                      b.  $5^4$ ;                      c.  $10^6$ ;                      d.  $6^3$ ;                      e.  $10^5$ .

- 5 a.  $7^4$ ;                      b.  $2^5$ ;                      c.  $5^3$ ;                      d.  $7^3$ ;                      e.  $2^7$ .

*Scrivi in cifre e calcola il valore delle seguenti potenze scritte in lettere.*

#### 6 *Esercizio Solto*

- a. tre alla quarta  $\rightarrow 3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$ ;

b. sette alla seconda  $\rightarrow 7^2 = 7 \cdot 7 = 49$ ;  
c. dieci alla quarta  $\rightarrow 10^4 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10000$ .

**7** a. quattro alla settima;      b. tre alla sesta;      c. sette alla seconda.

**8** a. sei alla quinta;      b. nove alla terza;      c. otto alla quarta.

**9** a. due alla quinta;      b. tre alla sesta;      c. cinque alla quarta.

**10** Qual è il valore della potenza  $3^4$ ?

a. 12;      b. 81;      c. 64.

*Calcola il valore delle seguenti potenze.*

**11** a.  $2^4$ ;      b.  $3^3$ ;      c.  $5^2$ ;      d.  $10^3$ .

**12** a.  $3^5$ ;      b.  $2^3$ ;      c.  $8^2$ ;      d.  $4^4$ .

## LE ESPRESSIONI CON LE POTENZE

### richiami della teoria

- Le espressioni con le potenze mantengono le stesse regole studiate a proposito delle espressioni con le quattro operazioni; l'unica avvertenza è che le potenze, essendo delle moltiplicazioni ripetute, si risolvono appena possibile.

### APPLICAZIONE

*Calcola il valore delle seguenti espressioni.*

**13**  $[(90 - 3^4 - 3^2) \cdot 3 \cdot 2^2 + 5^2] \cdot 2 - 7^2$ . [1]

**14**  $\{[(4 + 3^4 - 15) : 10 + 2^3]^2 : 45 + 3\}^2 + 1$ . [65]

**15**  $5 \cdot \{14 + [3^2 - 2 + (2^4 - 15 : 3) \cdot 3] : 10 + 2\} - 73$ . [27]

● **16**  $\{[(6 \cdot 2^2 - 3^2 \cdot 2) + 5 \cdot (2^2 \cdot 3 - 3^2)] : (7 \cdot 2 - 11) - 3 + 10\} : 7$ . [2]

● **17**  $2^2 \cdot 5^2 - [2^2 \cdot (10 + 5 \cdot 2) + 5] + [2^2 \cdot (5 \cdot 2^2 : 5) - 3 \cdot 2] : 10$ . [16]

● **18**  $3 - \{[(2^2 \cdot 5) : (2^2 \cdot 3 : 3 + 1)] - 1\} + 0 \cdot 7 + (2^2 \cdot 7 : 28)$ . [1]

● **19**  $\{5 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^2 \cdot [3 \cdot 7 \cdot 2 - (3 \cdot 5 + 5 \cdot 2^2 - 1)] - 5^2 \cdot 2\} : (6 \cdot 3^2 + 2 - 3^2 \cdot 5)$ . [6]

## LE PROPRIETÀ DELLE POTENZE

### richiami della teoria

- **Il prodotto di due o più potenze aventi la stessa base** è uguale ad una potenza che ha per base la stessa base e per esponente la somma degli esponenti;
- **il quoziente di due o più potenze aventi la stessa base** è uguale ad una potenza che ha per base la stessa base e per esponente la differenza degli esponenti;
- **la potenza di una potenza** è uguale ad una potenza che ha per base la stessa base e per esponente il prodotto degli esponenti;
- **il prodotto di due o più potenze aventi lo stesso esponente** è uguale ad una potenza che ha per base il prodotto delle basi e per esponente lo stesso esponente;
- **per elevare a potenza un prodotto** si possono elevare i singoli fattori al comune esponente e moltiplicare poi le potenze ottenute;
- **il quoziente di due potenze aventi lo stesso esponente** è uguale ad una potenza che ha per base il quoziente delle basi e per esponente lo stesso esponente;
- **per elevare a potenza un quoziente** si possono elevare dividendo e divisore al comune esponente e dividere poi le potenze ottenute.

### COMPRESIONE DELLA TEORIA

**20** Indica in quali delle seguenti uguaglianze è stata applicata correttamente la proprietà del prodotto di potenze con basi uguali:

a.  $2^3 \cdot 2^2 = 2^{3 \cdot 2}$ ;

b.  $2^3 \cdot 2^2 = 2^{3+2}$ ;

c.  $2^3 \cdot 2^2 = 2^{3-2}$ .

**21** Indica in quali delle seguenti uguaglianze è stata applicata correttamente la proprietà del quoziente di potenze con basi uguali:

a.  $3^5 : 3^2 = 3^{5 \cdot 2}$ ;

b.  $3^5 : 3^2 = 3^{5+2}$ ;

c.  $3^5 : 3^2 = 3^{5-2}$ .

**22** Indica in quale delle seguenti uguaglianze è stata applicata correttamente la proprietà della potenza di una potenza:

a.  $(3^5)^2 = 3^{5 \cdot 2}$ ;

b.  $(3^5)^2 = 3^{5+2}$ ;

c.  $(3^5)^2 = 3^{5-2}$ .

### APPLICAZIONE

Calcola il valore del prodotto delle seguenti potenze aventi la stessa base.

#### **23** *Esercizio Svolto*

a.  $5^2 \cdot 5^3 = 5^{2+3} = 5^5 = 3125$ ;

b.  $2^4 \cdot 2^2 = 2^{4+2} = 2^6 = 64$ .

**24** a.  $2^3 \cdot 2^3$ ;

b.  $3^3 \cdot 3^2$ ;

c.  $5^2 \cdot 5$ .

**25** a.  $2^2 \cdot 2^3 \cdot 2$ ;

b.  $3^2 \cdot 3^2 \cdot 3$ ;

c.  $5 \cdot 5^2 \cdot 5$ .

**26** a.  $5^2 \cdot 5 \cdot 5^3$ ;

b.  $10^2 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^4$ ;

c.  $7 \cdot 7^2 \cdot 7^3 \cdot 7^4$ .

Calcola il valore del quoziente delle seguenti potenze aventi la stessa base.

### 27 *Esercizio Guidato*

- a.  $9^4 : 9 = 9^{4-1} = 9^{\dots} = \dots$ ;  
 b.  $2^8 : 2^3 = 2^{\dots} = \dots$ ;  
 c.  $13^8 : 13^3 : 13^3 = \dots = \dots$

28 a.  $2^5 : 2^3$ ;                      b.  $3^6 : 3^4$ ;                      c.  $5^8 : 5^5$ .

29 a.  $6^5 : 6 : 6^2$ ;                      b.  $8^6 : 8^2 : 8$ ;                      c.  $10^8 : 10^3 : 10^2$ .

Calcola il valore delle seguenti potenze di potenze.

### 30 *Esercizio Guidato*

- a.  $(3^3)^3 = 3^{3 \cdot 3} = 3^{\dots} = \dots$ ;  
 b.  $[(4^2)^2]^2 = 4^{\dots} = \dots$ ;  
 c.  $\left\{ [(2^2)^2]^3 \right\}^4 = \dots = \dots$

31 a.  $(2^2)^2$ ;                      b.  $(3^2)^3$ ;                      c.  $(4^2)^4$ .

32 a.  $(3^2)^3$ ;                      b.  $[(2^2)^3]^2$ ;                      c.  $[(5^2)^3]^2$ .

Calcola il valore dei seguenti prodotti e quozienti di potenze aventi lo stesso esponente.

### 33 *Esercizio Guidato*

- a.  $2^4 \cdot 5^4 = (2 \cdot \dots)^{\dots} = \dots = \dots$ ;  
 b.  $3^3 \cdot 2^3 \cdot 6^3 = \dots^3 = \dots = \dots$ ;  
 c.  $4^4 : 2^4 = (4 : 2)^4 = 2^4 = \dots$ ;  
 d.  $15^3 : 5^3 = (\dots : \dots)^3 = \dots = \dots$

34 a.  $2^3 \cdot 3^3$ ;                      b.  $5^2 \cdot 2^2$ ;                      c.  $10^2 \cdot 2^2 \cdot 3^2$ .

35 a.  $15^2 : 5^2$ ;                      b.  $100^4 : 20^4$ ;                      c.  $81^5 : 27^5 : 3^5$ .

36 a.  $100^4 : 5^4 \cdot 2^4$ ;                      b.  $24^2 : 6^2 : 2^2$ ;                      c.  $72^3 : 6^3 : 3^3$ .

Calcola il valore della seguente espressione applicando le proprietà delle potenze.

### 37 *Esercizio Svolto*

$$(12^8 : 4^8)^4 : \left\{ (2^8 \cdot 3^8)^3 \cdot (2^5 \cdot 2^4 \cdot 2^3)^2 : (4^{12} : 4^4)^3 \right\} =$$

↑	↑	↑	↑
quoziente di potenze di esponente uguale	prodotto di potenze di esponente uguale	prodotto di potenze di base uguale	quoziente di potenze di base uguale

$$\begin{aligned}
 &= (3^8)^4 : \left\{ (6^8)^3 \cdot (2^{12})^2 : (4^8)^3 \right\} = \\
 &\quad \uparrow \qquad \qquad \uparrow \qquad \qquad \uparrow \qquad \qquad \uparrow \\
 &\text{potenza di} \quad \text{potenza di} \quad \text{potenza di} \quad \text{potenza di} \\
 &\text{potenza} \qquad \text{potenza} \qquad \text{potenza} \qquad \text{potenza} \\
 \\
 &= 3^{32} : \left\{ 6^{24} \cdot 2^{24} : 4^{24} \right\} = 3^{32} : \left\{ 12^{24} : 4^{24} \right\} = 3^{32} : 3^{24} = 3^8 \\
 &\quad \qquad \qquad \uparrow \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \uparrow \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \uparrow \\
 &\qquad \qquad \text{prodotto di potenze} \qquad \qquad \text{quoziente di potenze} \qquad \qquad \text{quoziente di potenze} \\
 &\qquad \qquad \text{di esponente uguale} \qquad \qquad \text{di esponente uguale} \qquad \qquad \text{aventi la stessa base}
 \end{aligned}$$

$$38 \quad [(3^5 \cdot 3^2)^3 : (3^{10} : 3^6)^4] : 3^3. \quad [9]$$

$$39 \quad \{(4^6 : 4^4 + 2) : (2^5 : 2^4) \cdot 9^2\}^5 : (9^3)^4 : 9. \quad [81]$$

$$\bullet 40 \quad [(3^8 : 3^6) - 2^3] \cdot [(5^4 \cdot 5^5) : (5^4 \cdot 5^3)] : (2^2 + 1). \quad [5]$$

## LE POTENZE CON 0 E 1

### richiami della teoria

- Una potenza di un qualunque numero, diverso da zero, con **esponente 0** è sempre uguale a 1;
- una potenza con **esponente 1** è sempre uguale alla base;
- una potenza con **base 1** è sempre uguale a 1 qualunque sia l'esponente;
- una potenza con **base 0** è sempre uguale a 0 qualunque sia l'esponente purché diverso da 0;
- una potenza con **base 0** ed esponente 0 non ha significato.

### APPLICAZIONE

Calcola il valore delle seguenti potenze particolari.

#### 41 *Esercizio Svolto*

- a.  $7^0 = 1$ ;
- b.  $8^1 = 8$ ;
- c.  $0^3 = 0$ ;
- d.  $1^6 = 1$ ;
- e.  $0^0$  non ha significato.

- 42 a.  $3^0$ ;                      b.  $0^5$ ;                      c.  $1^5$ ;                      d.  $0^0$ ;                      e.  $1^1$ .

Metti al posto dei puntini i numeri che rendono vere le seguenti uguaglianze.

- 43 a.  $5^3 \cdot 5^{\dots} = 5^8$ ;                      b.  $7^{10} : 7^{\dots} = 7^3$ ;                      c.  $(3^3)^{\dots} = 3^9$ .

- 44 a.  $(10^{\dots} : 2^5 : 5^{\dots})^2 = 1$ ;                      b.  $(2^{\dots} \cdot 3^{\dots})^4 = 6^8$ ;                      c.  $\{[(2^5)^3]^{\dots}\}^2 = 1$ .

- 45 Semplifica le seguenti potenze applicando le relative proprietà (lascia il risultato nella forma base-esponente):

a.  $\{(9^5)^4 : [(9^3)^2]^2 : (9^2)^3\}^4$ ;                      b.  $\{[(2^4)^3]^2 : (2^4)^5 \cdot 2^3\}^2 : \{[(2^2)^3]\}^0$ ;                      c.  $[(5^2)^3 \cdot (5^5)^2]^2 : [(5^3)^4 : (5^2)^2]^4$ .

Calcola il valore delle seguenti espressioni con le potenze applicando, dove è necessario le relative proprietà.

46  $[(6 \cdot 3 - 4^2) : (3^2 + 11 + 3 \cdot 2 - 5^2 + 1)]^3$ . [1]

47  $\{[(3 \cdot 2^3 + 1^3 - 2^2 \cdot 5) + 3 \cdot 2^4] : 53 + 7\} \cdot 3 - 4^2 - 1^5$ . [7]

48  $[1^3 + (2^5 - 3^3)^2 - (4^3 : 4^2) \cdot 3] : 7$ . [2]

49  $(2^2 + 3^2 - 1^6) : (2^2 \cdot 3 + 2 \cdot 2^2 - 2^6 : 2^2)$ . [3]

50  $\{[(3^3 - 3 + 5) + (4^2 + 2^2 \cdot 3 + 15^0)] - 18\} : 2^3 + 0^3$ . [5]

$$\mathbf{51} \quad \{2 \cdot 3^3 - [3^2 - (7^2 - 7) : 7 - 7^0 + 2]\} : (5^3 : 5^2)^2. \quad [2]$$

$$\mathbf{52} \quad (2^2 \cdot 3 - 5^4 : 5^3) \cdot 2^4 : 2^3 + 3 + [(2^5 : 2^4)^2 + 6^3 : 6 + 2] : 7. \quad [23]$$

$$\mathbf{53} \quad [(2^3 \cdot 3^3)^8 \cdot (2^6 \cdot 2^4 \cdot 2^2)^2] : (4^{10} : 4^4)^4 : [(15^6 : 5^6)]^4. \quad [1]$$

$$\bullet \mathbf{54} \quad [(5 + 10 - 3^2) : 2 + 3^2 \cdot 5 - (6^2 - 5^2) : (3^0 \cdot 11) + 9 : 3^2] : [3 \cdot (2^2)^2] + (13^2)^0. \quad [2]$$

$$\bullet \mathbf{55} \quad \{[20 + 0^5 : (2^2 + 3 \cdot 2 + 10 \cdot 2^2 : 2^3) - (2 + 4 \cdot 0 + 3^5 \cdot 3^2 \cdot 0^2)] - 2 \cdot 3^2\} : 2 \cdot 3. \quad [0]$$

$$\bullet \mathbf{56} \quad \{[(3^3 \cdot 3^2)^3 : 3^7] : 3^5 - 3^2 \cdot 2\} : (3^8 : 3^5 : 3^2) + \{[(25 \cdot 2^2 - 5 \cdot 2^2) : 10]^2 - 1\} : 3. \quad [24]$$



## LA NOTAZIONE SCIENTIFICA E L'ORDINE DI GRANDEZZA

### richiami della teoria

- È possibile scrivere un numero con molti zeri trasformandolo in un prodotto tra due fattori dei quali uno è la potenza di 10 con esponente corrispondente alla quantità di zeri, e l'altro è formato dalla cifra o dalle cifre che non sono zero;
- un numero è in **notazione scientifica** quando è scritto nella forma  $a \cdot 10^n$  dove  $a$  è un numero decimale con una sola cifra diversa da zero prima della virgola ed  $n$  è un numero naturale;
- l'ordine di grandezza di un numero è la potenza di 10 più vicina al numero stesso.

### APPLICAZIONE

Scrivi in notazione scientifica i seguenti numeri molto grandi.

#### 57 *Esercizio Svolto*

$$\underbrace{5\ 2000000}_{\substack{\uparrow \\ \text{sette cifre}}} \rightarrow 5,2 \cdot 10^{\substack{\uparrow \\ \text{dieci alla settima}}}$$

- 58 a. 53600;                      b. 33700000;                      c. 45000000000.

Trasforma i seguenti numeri dalla notazione scientifica alla forma normale.

#### 59 *Esercizio Guidato*

$$2,6 \cdot 10^7 \rightarrow \text{esponente } 7 \rightarrow \dots\dots\dots$$

- 60 a.  $4 \cdot 10^5$ ;                      b.  $2,5 \cdot 10^4$ .

61 Quale delle seguenti scritture relative all'ordine di grandezza è corretta?

- a. 321200  $\Rightarrow$  l'ordine di grandezza è  $10^5$ ;  
 b. 4464000000  $\Rightarrow$  l'ordine di grandezza è  $10^{10}$ .

62 Determina l'ordine di grandezza del seguente numero: 234000000.