Matematica in laboratorio

1. Le funzioni goniometriche inverse con GeoGebra

In questa esercitazione vogliamo costruire le funzioni inverse di quelle goniometriche fondamentali.
Disegniamo dapprima il grafico della funzione seno scrivendo nella riga di inserimento:

```
sin(x)
```

Apriamo adesso il menu contestuale e modifichiamo lo stile e il colore del tratto utilizzando la linea punteggiata e un colore grigio.
Si individua subito che un possibile intervallo dove la curva rappresenta una corrispondenza biunivoca è quello compreso tra $-\frac{\pi}{2}$ e $\frac{\pi}{2}$.

Per metterlo in evidenza usiamo un nuovo comando la cui sintassi è la seguente:

$$\textbf{funzione}\ [\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}),\ \boldsymbol{a},\ \boldsymbol{b}]$$

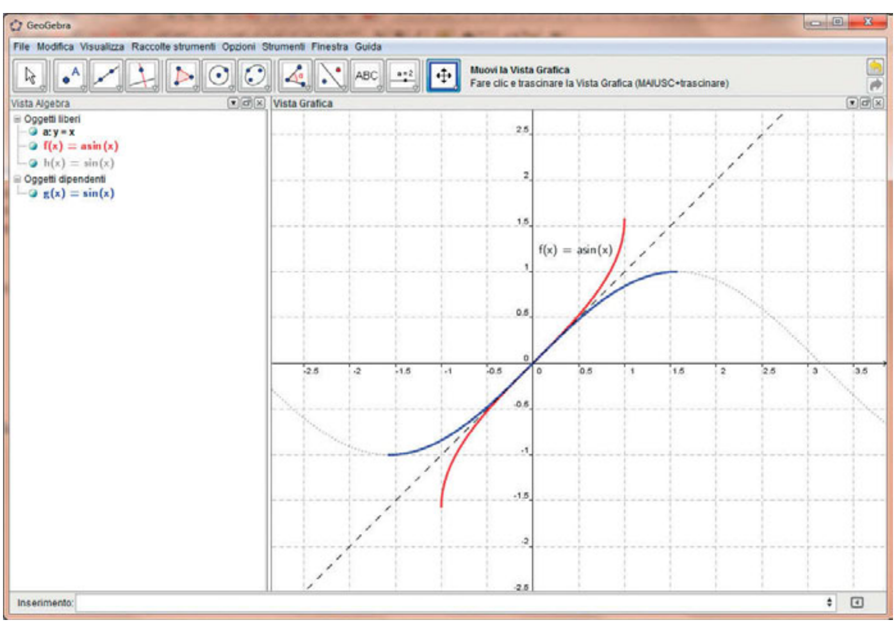
dove $f(x)$ è l'espressione della funzione, ***a*** e ***b*** sono gli estremi dell'intervallo in cui si vuole rappresentarla.
Scriviamo quindi nella riga di inserimento:

$$\text{funzione}\left[\sin(x),\ -\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$$

Evidenziamo adesso con un colore (in figura abbiamo usato il blu) questo tratto di curva.
Costruiamo adesso il grafico della funzione inversa $y = \arcsin x$ scrivendo:

```
asin(x)
```

Evidenziamo in colore la curva ottenuta (in figura è evidenziata in rosso).
Da ultimo tracciamo la bisettrice $y = x$ (in figura è la retta tratteggiata); la simmetria delle due curve appare evidente.
Puoi comunque verificarla con lo strumento 9 - *Simmetria assiale*.



Osserviamo che:

- il dominio della funzione sin x, cioè l'intervallo $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$, è il codominio della funzione arcsin x

mentre

- il codominio di sin x, cioè l'intervallo $[-1, 1]$ è il dominio di arcsin x.

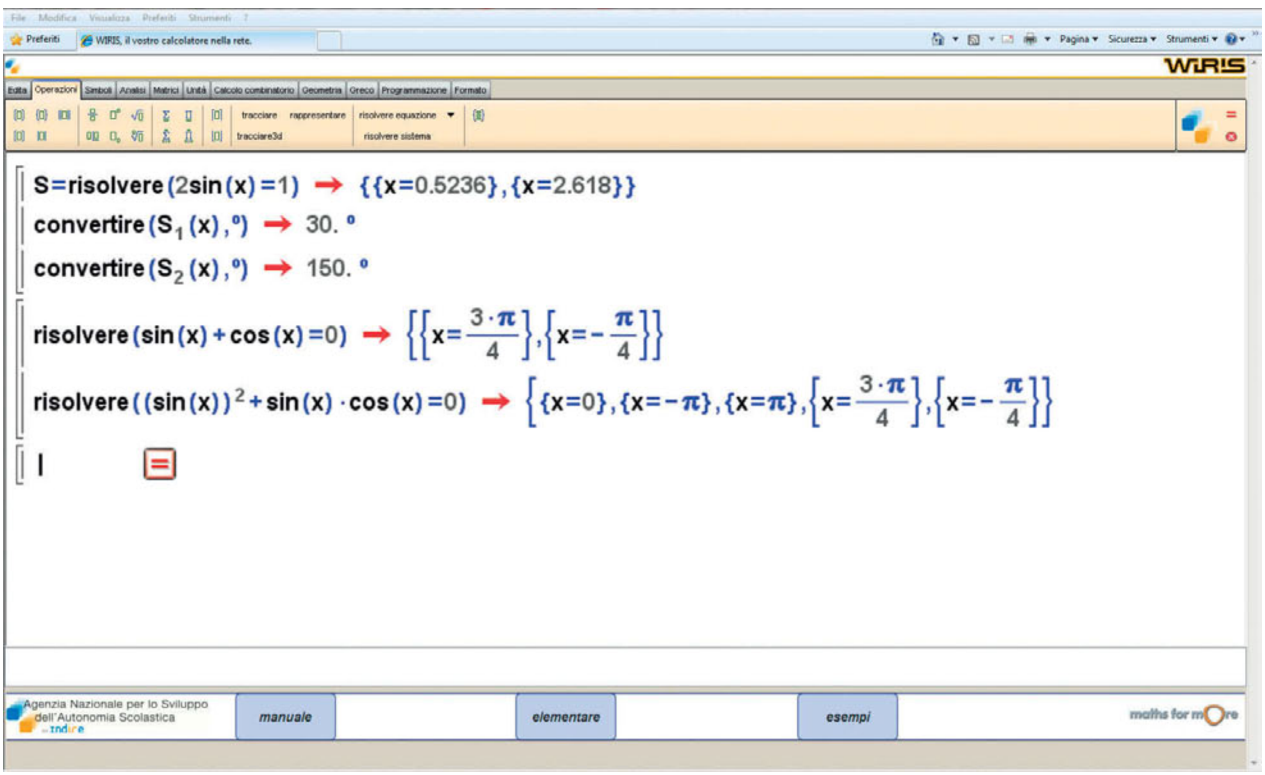
Allo stesso modo puoi ora costruire i grafici delle funzioni inverse del coseno e della tangente.

2. Le equazioni goniometriche con Wiris

Con Wiris si possono trovare le soluzioni della maggior parte delle equazioni goniometriche e nel foglio di lavoro di pagina seguente puoi vedere alcuni esempi.
Le soluzioni trovate appartengono di solito all'intervallo $[0, 2\pi]$ oppure$[-\pi, \pi]$; in ogni caso vengono trovate le soluzioni principali in un arco di ampiezza 2π.
Osserva che le soluzioni vengono sempre restituite in radianti; per convertire in gradi si usa il comando

convertire $(n,°)$

dove n rappresenta il valore da convertire.



3. Le disequazioni goniometriche con Geogebra e con Wiris

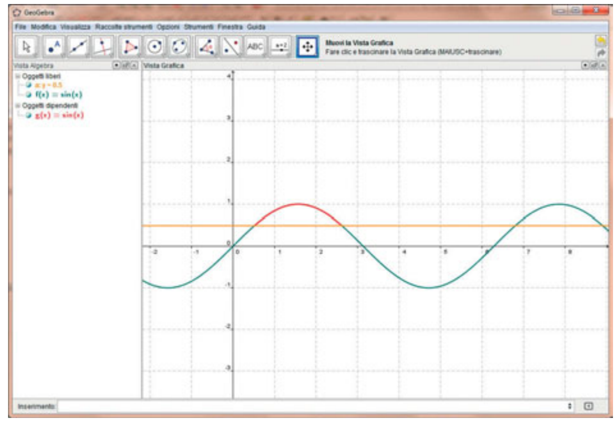
Usiamo Geogebra

Non esistono comandi specifici di GeoGebra per risolvere equazioni o disequazioni. Possiamo usare questo software solo per verificare la correttezza delle soluzioni che abbiamo trovato.
Consideriamo, per esempio, la disequazione

$$\sin x > \frac{1}{2} \qquad \text{e diciamo che le soluzioni sono} \qquad \frac{\pi}{6} + 2k\pi < x < \frac{5}{6}\pi + 2k\pi$$

Per verificare se abbiamo risposto esattamente seguiamo questa procedura:

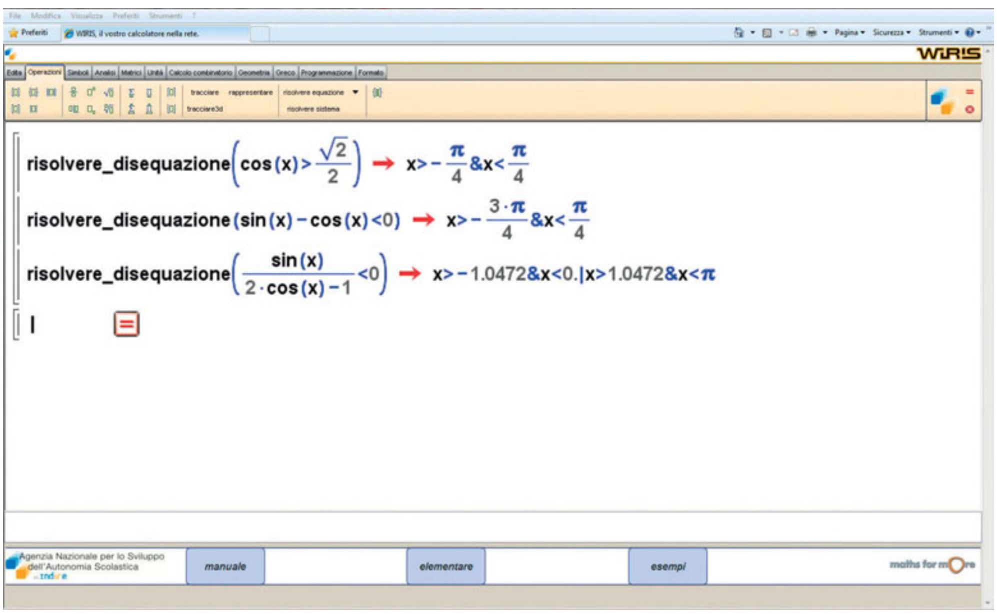
- disegniamo la funzione $\sin x$
- disegniamo la retta $y = \dfrac{1}{2}$
- disegniamo la funzione $\sin x$ nell'intervallo base $\left[\dfrac{\pi}{6}, \dfrac{5}{6}\pi\right]$ e, agendo attraverso il menu contestuale, evidenziamo in rosso questo tratto di curva.



Il grafico conferma che le soluzioni che abbiamo trovato sono corrette.

Usiamo Wiris

Con Wiris possiamo risolvere una disequazione con il comando **risolvi_disequazione** che già conosciamo.
Se la disequazione è goniometrica, le soluzioni non vengono però presentate nel modo in cui siamo abituati a scriverle e occorre analizzare la scrittura. In figura puoi vedere qualche esempio.



Il simbolo & corrisponde al nostro $\wedge$, mentre il simbolo | corrisponde al nostro $\vee$. Le soluzioni della prima disequazione ci dicono che deve essere:

$$x > -\frac{\pi}{4} \quad \wedge \quad x < \frac{\pi}{4} \qquad \text{cioè} \qquad -\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4}$$

Analogamente, le soluzioni della seconda sono $-\dfrac{3}{4}\pi < x < \dfrac{\pi}{4}$.

Quelle della terza: $\quad -1{,}0472 < x < 0 \quad \vee \quad 1{,}0472 < x < \pi$

Il numero 1,0472 corrisponde a $\dfrac{\pi}{3}$, quindi le soluzioni sono $-\dfrac{\pi}{3} < x < 0 \quad \vee \quad \dfrac{\pi}{3} < x < \pi$