Concetti chiave e regole

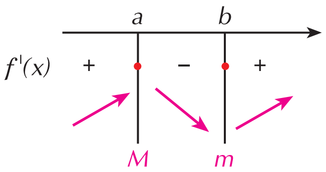
Massimi e minimi relativi

Considerata una funzione $f(x)$ definita in un intervallo $[a, b]$:

- un punto $x_0 \in [a, b]$ è un **punto di minimo relativo** per $f(x)$ se $f(x_0)$ è il valore più piccolo che la funzione assume in un intorno di tale punto, cioè se esiste un intorno di x_0 per tutti i punti x del quale $f(x) \geq f(x_0)$;
  in questo caso $f(x_0)$ è il minimo relativo della funzione;
- un punto $x_0 \in [a, b]$ è un **punto di massimo relativo** per $f(x)$ se $f(x_0)$ è il valore più grande che la funzione assume in un intorno di tale punto, cioè se esiste un intorno di x_0 per tutti i punti x del quale $f(x) \leq f(x_0)$;
  in questo caso $f(x_0)$ è il massimo relativo della funzione.

Criteri di individuazione

La derivata prima di una funzione rappresenta la pendenza della retta tangente alla curva; essa ci consente di conoscere quando una funzione è crescente (derivata positiva) e quando è decrescente (derivata negativa) ed inoltre ci è utile per calcolare i punti di massimo e di minimo relativi delle funzioni. In particolare, per individuare i punti estremanti si deve:



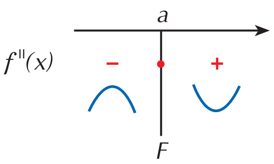
- trovare i punti che annullano la derivata prima o quelli in cui essa non esiste
- studiare il segno della derivata prima
- dedurre da esso quali punti sono di massimo o di minimo relativo.

Massimi e minimi assoluti

I **punti di massimo o di minimo assoluti** di una funzione $f(x)$ in un intervallo $[a, b]$ sono i punti in cui la funzione assume il valore più grande o il valore più piccolo rispetto a tutti gli altri punti dell'intervallo; essi, se esistono, vanno ricercati fra i massimi o i minimi relativi, oppure fra i valori assunti dalla funzione negli estremi dell'intervallo considerato.

Concavità e flessi

La derivata seconda di una funzione rappresenta la concavità della curva: se è negativa la concavità è rivolta verso il basso, se è positiva è rivolta verso l'alto. I punti di flesso sono i punti in cui cambia la concavità della curva; per individuarli si deve:



- trovare i punti che annullano la derivata seconda o quelli in cui essa non esiste
- studiare il segno della derivata seconda
- dedurre da esso quali punti rappresentano dei flessi.