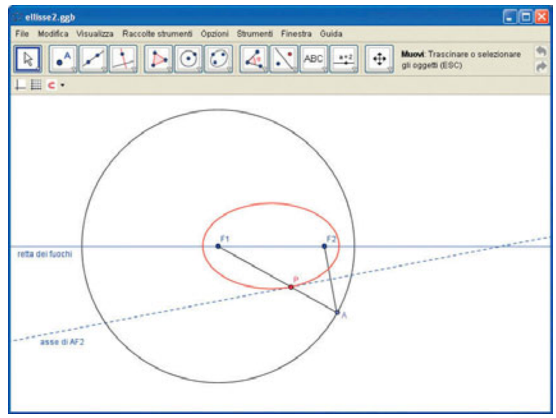
1. La costruzione dell'ellisse con GeoGebra

Ellisse conoscendo i fuochi e il valore della costante 2*a*

Costruiamo un'ellisse applicando la definizione; una possibile procedura è la seguente.

- Disegniamo una retta e prendiamo su di essa due punti F_1 e F_2 che costituiscono i fuochi dell'ellisse.
- Per definire la costante $2a$ che rappresenta la somma $PF_1 + PF_2$, costruiamo una circonferenza avente centro in $F1$ e un raggio maggiore della distanza focale; tale raggio rappresenta il valore di $2a$.
- Preso un punto A sulla circonferenza, tracciamo i segmenti AF_1 e AF_2.
- Con lo strumento 4-*Asse di un segmento* tracciamo l'asse di AF_2 e individuiamo il punto P di intersezione di tale asse con AF_1

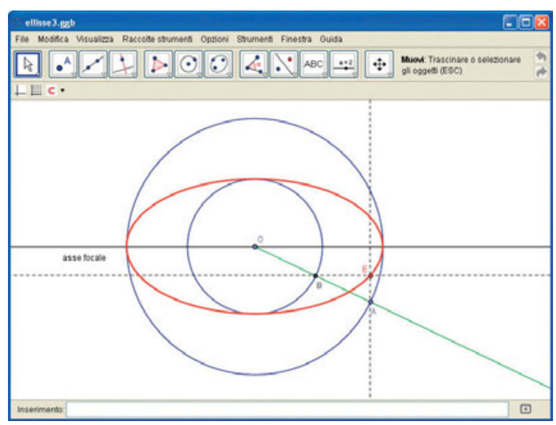
I punti che appartengono all'asse di un segmento hanno la caratteristica di essere equidistanti dagli estremi del segmento; nel nostro caso abbiamo che $PA \cong PF_2$.
Abbiamo quindi trovato un punto P per il quale $PF_2 + PF_1 = 2a$; tutti punti P che si possono individuare con questa costruzione appartegono quindi all'ellisse. Per individuarli apriamo il menu contestuale relativo al punto P (tasto destro del mouse) e attiviamo lo strumento *Traccia attiva*. Facendo variare il punto A sulla circonferenza il punto P descrive l'ellisse.
La curva può anche essere tracciata in modo permanente con lo strumento 4-*Luogo*: basta indicare come primo oggetto il punto P e come secondo oggetto il punto A.



Ellisse conoscendo i semiassi

Un'altra possibile costruzione è la seguente.

- Disegniamo una retta r che rappresenta l'asse focale e prendiamo su di essa un punto O che sia il centro dell'ellisse.
- Tracciamo due circonferenze aventi centro in O e per raggi i semiassi a e b dell'ellisse.
- Scelto un punto A su una delle due circonferenze, per esempio quella più esterna, tracciamo la semiretta OA (strumento 3-*Semiretta per due punti*).
- Troviamo il punto B di intersezione di OA con l'altra circonferenza (strumento 2-*Intersezione di due oggetti*).
- Da A tracciamo la perpendicolare e da B la parallela all'asse focale (strumenti dell'icona 4) e troviamo il loro punto d'intersezione E.



Attivando lo strumento *Traccia attiva* sul punto E e muovendo A sulla circonferenza esterna viene disegnata l'ellisse; se si usa lo strumento 4-*Luogo* il primo punto da indicare è E, il secondo è A.

2. Le caratteristiche dell'ellisse con Wiris

I comandi relativi alla costruzione di un'ellisse e all'individuazione delle sue caratteristiche sono i seguenti.

ellisse (a,b,centro)

Trova l'equazione dell'ellisse che ha semiassi a e b e centro nel punto indicato; per indicare il centro occorre usare il *comando punto(x,y).* Per esempio:

ellisse(4,2,punto(0,0))	*restituisce l'equazione*	$-\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{4}+1=0$

che corrisponde all'ellisse $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{4}=1$.

- **fuochi(ellisse)**

  Restituisce i fuochi dell'ellisse specificata come argomento.

- **semiasse_maggiore(ellisse)** **semiasse_minore(ellisse)**

  I due comandi restituiscono i parametri *a* e *b* dell'equazione dell'ellisse specificata come argomento.

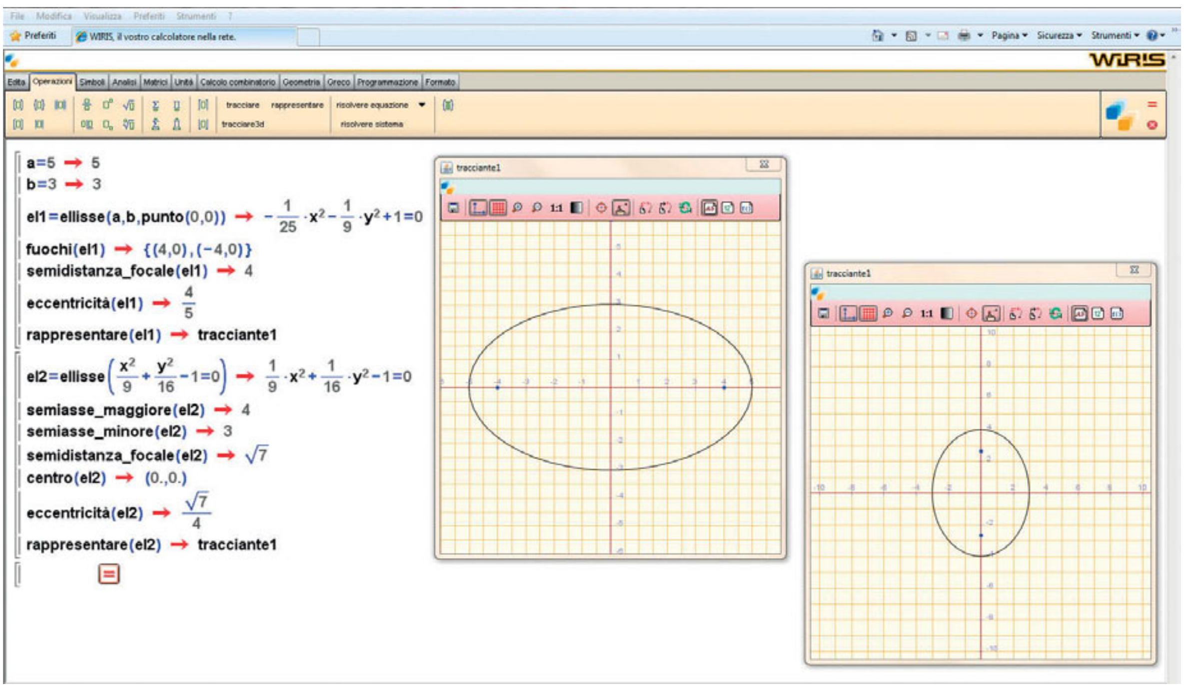
- **semidistanza_focale(ellisse)**

  Restituisce il valore di *c* dell'equazione dell'ellisse specificata come argomento.

- **eccentricità(ellisse)**

  Restituisce il valore di *e* dell'ellisse specificata come argomento.

Se il parametro *ellisse* di questi comandi è l'equazione dell'ellisse occorre scrivere come nella prima istruzione del secondo blocco dell'immagine che segue (riferimento el2).

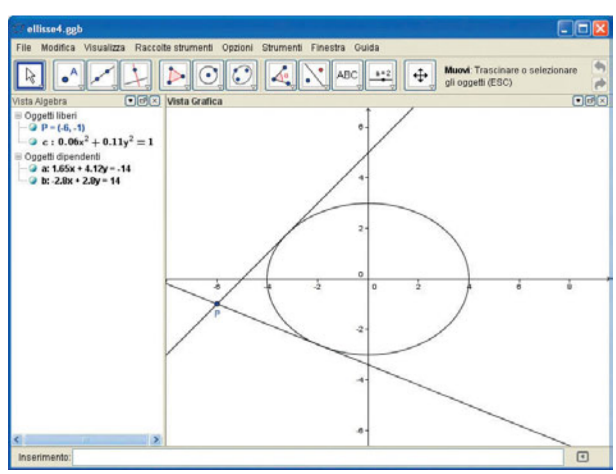


3. Le rette tangenti

Usiamo GeoGebra

La procedura per trovare le rette tangenti ad una ellisse con **GeoGebra** sono analoghe a quelle usate per la circonferenza: dopo aver scritto l'equazione dell'ellisse e aver indicato le coordinate del punto *P* da cui devono uscire le tangenti, si usa il comando 4-*Tangenti* cliccando prima sul punto *P* e poi sull'ellisse.

Nella figura puoi vedere un esempio.



Usiamo Wiris

Con **Wiris** la procedura è più complessa.
Scriviamo l'equazione dell'ellisse e prendiamo un punto P. Per esempio:

el=*ellisse*$((3,5),$*punto*$(0,0))$

P=*punto*$(-4,0)$

Scriviamo l'equazione del fascio di rette per P di coefficiente angolare variabile m; per farlo dobbiamo definire la retta in funzione del coefficiente angolare m, assegnare il punto P e indicare m tramite il vettore di componenti $(1, m)$ (le componenti di un vettore si indicano all'interno di una coppia di parentesi quadre).

$r(m) :=$ *retta*$(P, [1, m])$

equazione$(r(m))$

Dobbiamo adesso risolvere il sistema delle equazioni dell'ellisse e del fascio di rette al fine di trovare il discriminante:

risolvere(*equazione*(el), *equazione*($r(m)$), (x, y))

In alternativa, per determinare le coordinate dei punti di intersezione di due curve si può usare il comando *intersezione* (simbolo $\cap$ della tabella **simboli**) seguito dalle equazioni del sistema.
Si vede così che il discriminante è uguale a $-7m^2 + 25$; risolviamo questa equazione assegnando le soluzioni ad una variabile che chiamiamo ca e scriviamo le equazioni delle due tangenti:

ca = *risolvere*$(-7m^2 + 25 = 0)$

$r1$=*retta*$(P, ca_1(m))$ l'indicazione della variabile m come argomento della lista ca è indispensabile per poter usare il valore della soluzione

$r2$=*retta*$(P, ca_2(m))$

A questo punto basta tracciare i grafici dell'ellisse e delle rette tangenti nonché il punto P.