APPROFONDIMENTO

La dimostrazione del teorema sulla simmetria assiale

Teorema. La simmetria assiale è un'isometria.

Hp. σ_r è una simmetria assiale **Th.** σ_r è una isometria

Dimostrazione.

Consideriamo allora un segmento AB e una retta r (***figura 1***). Sia $A' = \sigma_r(A)$, $B' = \sigma_r(B)$ e siano K e H i punti di intersezione di AA' e BB' con r; allora $A'B' = \sigma_r(AB)$. Dobbiamo dimostrare che segmenti simmetrici sono congruenti, cioè che $AB \cong A'B'$. Tracciamo allora il segmento BK che ha come simmetrico $B'K$ e consideriamo i triangoli rettangoli BHK e $B'HK$.

Di essi sappiamo che:

$BH \cong HB'$ perché B' è simmetrico di B;

$KH \cong KH$ per la proprietà riflessiva della congruenza.

Quindi $\overset{\triangle}{BHK} \cong \overset{\triangle}{B'HK}$ ed in particolare avremo che $BK \cong B'K$ e $\widehat{BKH} \cong \widehat{B'KH}$.

Consideriamo ora i triangoli ABK e $A'B'K$. Di essi sappiamo che:

$BK \cong B'K$ per la dimostrazione precedente;

$AK \cong A'K$ perché A e A' sono punti simmetrici;

$\widehat{AKB} \cong \widehat{A'KB'}$ perché complementari degli angoli congruenti $\widehat{BKH}$ e $\widehat{B'KH}$.

Quindi $\overset{\triangle}{ABK} \cong \overset{\triangle}{A'B'K}$ per il primo criterio di congruenza dei triangoli ed in particolare $AB \cong A'B'$.

Figura 1