



Esercizi di consolidamento

Sulla definizione di logaritmo e sulle proprietà

1 Determina i valori del parametro x nelle seguenti espressioni

a. $\log_2 x = 3$

b. $\log_{\sqrt{2}} 8 = x$

c. $\log_{\frac{1}{3}} 9 = x$

d. $\log_x 7 = -1$

[a. 8; b. 6; c. -2; d. $\frac{1}{7}$]

2 Determina la relazione che lega i parametri h e k affinché la seguente funzione sia crescente

$y = \log_{\frac{h-2}{k}} x$.

[$h > k + 2$]

3 Applicando le proprietà dei logaritmi calcola il valore della seguente espressione

$\log_3 16 + \log_3 \frac{1}{4} - 2\log_3 \frac{2}{3}$.

[2]

4 Applicando le proprietà dei logaritmi calcola il valore della seguente espressione $\log_7 \left(\sqrt[4]{\frac{\sqrt{7}}{49}} \cdot 49 \right)$.

[$\frac{13}{8}$]

5 Applicando le proprietà dei logaritmi calcola il valore della seguente espressione $\log \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9}$.

[$\log|x - 2| - \log|x + 3|$, con $x \neq 3$]

6 Applicando le proprietà dei logaritmi calcola il valore della seguente espressione

$\log_8 3 + \log_{\frac{1}{8}} 2 - \log_2 4$.

[$\frac{\log_2 3 - 7}{3}$]

Sulle equazioni

7 Le due equazioni logaritmiche $\log \frac{x+1}{x+2} = \log 2$ e $\log(x+1) - \log(x+2) = \log 2$ hanno le stesse soluzioni? Motiva la risposta.

[no; $x = -3$; \emptyset ; perché hanno diverso dominio]

Risolvi le seguenti equazioni logaritmiche.

8 $\log_3(x - 2) + \log_3 x = 1$

[$S = \{3\}$]

9 $\log_2(x + 1)^2 = \log_2(x^2 - 1)$

[$S = \emptyset$]

10 $\log_{\frac{1}{2}}|x + 1| = \log_{\frac{1}{2}}(2x - 1)$

[$S = \{2\}$]

11 $\log_3(2^x + 1) + 2 \cdot \log_3 2^x = \log_3(3 \cdot 2^x + 3)$

[$S = \left\{ \frac{1}{2} \log_2 3 \right\}$]

12 $\log_4(x + 3) + \log_{\frac{1}{4}}(x + 1) = \log_4 x$

[$S = \{\sqrt{3}\}$]

13 $2\log_5^2(x - 1) + \log_5(x - 1) - 3 = 0$

[$S = \left\{ 6, \frac{25 + \sqrt{5}}{25} \right\}$]

14 $2\log_3 x + \frac{1}{2\log_3 x} + 2 = 0$

[$S = \left\{ \frac{\sqrt{3}}{3} \right\}$]

$$15 \quad \log_3(2x) - \log_3(2+x) = 2 + \log_3 x$$

$$\left[s = \left\{ -\frac{16}{9} \right\} \right]$$

$$16 \quad \log_{\frac{1}{3}}(4x+5) = \log_{\frac{1}{3}}(x-3)$$

$$[s = \emptyset]$$

$$17 \quad \log_{\frac{1}{2}}(x-1) + \log_{\frac{1}{2}} 4 = \log_{\frac{1}{2}} 4x - 4$$

$$[s = \emptyset]$$

$$18 \quad \log\left(\frac{3x+1}{2}\right) - \log(x-1) = \log 5$$

$$\left[s = \left\{ \frac{11}{7} \right\} \right]$$

$$19 \quad \frac{\log(x-3)}{\log\sqrt{3x-5}} = 2$$

$$[s = \emptyset]$$

$$20 \quad \frac{\log(x^2+1) - \log(1-3x)}{\log(x+5)} = 0$$

$$[s = \{-3, 0\}]$$

$$21 \quad \frac{\log(4x^2-3x) \cdot \log(1-x)}{\log(x+7)} = 0$$

$$\left[s = \left\{ -\frac{1}{4} \right\} \right]$$

$$22 \quad 3\log_3^2 x - 8\log_3 x - 3 = 0$$

$$\left[s = \left\{ \frac{\sqrt[3]{9}}{3}, 27 \right\} \right]$$

$$23 \quad 3\log^2 x - 9\log x = 0$$

$$[s = \{1, 10^3\}]$$

$$24 \quad 2 + 4\log_2 x \cdot (1 + \log_2 x) = 5$$

$$\left[s = \left\{ \frac{\sqrt{2}}{4}, \sqrt{2} \right\} \right]$$

Sulle disequazioni

Risolvi le seguenti disequazioni logaritmiche.

$$25 \quad 3\log_{\frac{1}{4}}(x+1) > 6$$

$$\left[-1 < x < -\frac{15}{16} \right]$$

$$26 \quad \ln(x-3) > 3$$

$$[x > e^3 + 3]$$

$$27 \quad \log_2(x-1) + \log_2 x \leq 1$$

$$[1 < x \leq 2]$$

$$28 \quad \log_{\frac{3}{4}}(x-1) + \log_{\frac{3}{4}} x \leq \log_{\frac{3}{4}} 2$$

$$[x \geq 2]$$

$$29 \quad \log_{\frac{1}{2}} x + \log_2(x+1) > 1$$

$$[0 < x < 1]$$

$$30 \quad \log_3(x-1) < \log_3|2x+1|$$

$$[x > 1]$$

$$31 \quad \log_2^3(x+4) + \log_2^2(x+4) - \log_2(x+4) - 1 > 0$$

$$[x > -2]$$

$$32 \quad \log_3[\log_4(3x-2)] > 1$$

$$[x > 22]$$

$$33 \quad \log_2(3-x) > \log_2(36+2x) - 4$$

$$\left[-18 < x < \frac{2}{3} \right]$$

Sulle equazioni esponenziali con i logaritmi

Risolvi le seguenti equazioni esponenziali.

$$34 \quad 3^{2x+1} - 2 \cdot 2^x = 0$$

$$\left[x = \frac{\log 2 - \log 3}{2\log 3 - \log 2} \right]$$

$$35 \quad \frac{3}{3^x+9} = \frac{1}{3^x-9}$$

$$\left[\frac{\log 2 + 2\log 3}{\log 3} \right]$$

Sulle disequazioni esponenziali con i logaritmi

Risolvi le seguenti disequazioni esponenziali.

36 $3^x > 5^{x-1}$

$$\left[x < \frac{\log 5}{\log 5 - \log 3} \right]$$

37 $2^{x+1} < 3^x$

$$\left[x > \frac{\log 2}{\log 3 - \log 2} \right]$$

38 $4^x - 8 \cdot 2^x + 15 > 0$

$$[x < \log_2 3 \vee x > \log_2 5]$$

39 $\frac{7^{x+1} - 14}{e^{5x} - 1} \leq 0$

$$[0 < x \leq \log_7 2]$$

40 $(3^x - 27)(2 - 3^{2x}) > 0$

$$\left[\frac{\log 2}{2 \log 3} < x < 3 \right]$$

41 $\frac{1}{2(2 - 3^x)} - \frac{1}{3^x + 1} > 0$

$$\left[0 < x < \frac{\log 2}{\log 3} \right]$$

42 $\frac{1}{8 - 2^x} > \frac{1}{2^x - 1}$

$$\left[x < 0 \vee \frac{2 \log 3 - \log 2}{\log 2} < x < 3 \right]$$

43 $\frac{1}{4 - 2^x} \geq \frac{2}{1 - 2^x}$

$$\left[0 < x < 2 \vee x \geq \frac{\log 7}{\log 2} \right]$$