

RAPPORTI E PROPORZIONI

PREREQUISITI

- conoscere le proprietà delle quattro operazioni ed operare con esse
- abilità di calcolo con le frazioni
- calcolare la radice quadrata di un numero

CONOSCENZE

1. i termini di un rapporto
2. le proprietà del rapporto
3. riduzioni ed ingrandimenti in scala
4. i termini di una proporzione
5. le proprietà di una proporzione

ABILITÀ

- A. calcolare il rapporto fra grandezze ed applicare la proprietà fondamentale
- B. operare ingrandimenti e riduzioni in scala
- C. applicare le proprietà delle proporzioni
- D. calcolare il termine incognito di una proporzione

PER RICORDARE

I rapporti:

1. il **rapporto** fra due valori numerici è costituito dal loro quoziente;
2. **moltiplicando** o **dividendo l'antecedente** e il **conseguente** per lo stesso numero, diverso da zero, si ottiene un rapporto equivalente a quello dato;
3. il **rapporto fra due grandezze omogenee** è il quoziente tra le loro misure espresse con la stessa unità di misura e dà origine ad un **numero puro**;
4. due grandezze **commensurabili** hanno per rapporto un numero intero o un numero razionale e quindi ammettono un sottomultiplo comune;
5. due grandezze **incommensurabili** hanno per rapporto un numero irrazionale e quindi non ammettono un sottomultiplo comune;
6. il **rapporto fra due grandezze non omogenee** dà origine ad una **grandezza derivata**, diversa cioè da quelle date, il cui valore dipende dalla scelta delle unità di misura delle due grandezze date;
7. la **scala di riduzione** rappresenta il rapporto tra la misura di una distanza sulla carta e la misura della stessa distanza nella realtà.

Le proporzioni e le loro proprietà:

8. una **proporzione** è un'uguaglianza tra due rapporti;
9. le **proporzioni continue** hanno i medi uguali;
10. in ogni proporzione il **prodotto dei medi è sempre uguale al prodotto degli estremi**;
11. **proprietà dell'invertire**: se in una proporzione si scambia ogni antecedente con il proprio conseguente si ha ancora una proporzione;
12. **proprietà del permutare**: se in una proporzione si scambiano di posto i due medi (o i due estremi oppure entrambi) si ha ancora una proporzione;
13. **proprietà del comporre**: in una proporzione la somma del primo e del secondo termine sta al primo (o al secondo termine) come la somma tra il terzo e il quarto termine sta al terzo (o al quarto termine);

- 14. proprietà dello scomporre:** in una proporzione la differenza del primo e del secondo termine sta al primo (o al secondo termine) come la differenza tra il terzo e il quarto termine sta al terzo (o al quarto termine);
- 15.** in una proporzione con un termine incognito, per calcolare il valore:
- a. di un estremo** bisogna moltiplicare i due medi e dividere il prodotto ottenuto per l'altro estremo;
 - b. di un medio** bisogna moltiplicare i due estremi e dividere il prodotto ottenuto per l'altro medio;
 - c. del medio proporzionale** (proporzione continua) bisogna moltiplicare i due estremi ed estrarre la radice quadrata del prodotto ottenuto;
- 16.** per calcolare i **due termini incogniti in una proporzione** di cui si conosce il **rapporto** e la **somma** bisogna applicare la proprietà del comporre e sostituire il valore della somma;
- 17.** per calcolare i **due termini incogniti in una proporzione** di cui si conosce il **rapporto** e la **differenza** bisogna applicare la proprietà dello scomporre e sostituire il valore della differenza.

ESERCIZI DI CONOSCENZA

1 Il rapporto fra due valori numerici è costituito:

- a.** dal loro prodotto;
- b.** dalla loro somma;
- c.** dal loro quoziente;
- d.** dalla loro differenza.

2 Completa le seguenti frasi:

- a.** il rapporto inverso tra due numeri è il quoziente tra il e il primo numero;
- b.** moltiplicando o dividendo l'antecedente per uno stesso numero, diverso da, si ottiene a quello dato;
- c.** due grandezze omogenee che hanno per rapporto un numero intero, e che quindi ammettono un comune, si dicono
- d.** il rapporto tra due grandezze non omogenee è il risultato della tra le loro misure e dà origine ad una grandezza

3 Indica quale delle seguenti affermazioni è falsa.

Due grandezze che hanno per rapporto un numero:

- a.** razionale, e che quindi ammettono un sottomultiplo comune, si dicono incommensurabili;
- b.** irrazionale, e che quindi non ammettono un sottomultiplo comune, si dicono incommensurabili;
- c.** intero o un numero razionale, e che quindi ammettono un sottomultiplo comune, si dicono commensurabili.

4 La scala di riduzione rappresenta:

- a.** il rapporto tra la misura di una distanza sulla carta e la misura della stessa distanza nella realtà;
- b.** il rapporto tra la misura di una distanza nella realtà e la misura della stessa distanza sulla carta;
- c.** la misura della distanza nella realtà divisa per 1000.

5 Indica come si definiscono i termini della proporzione $80 : 64 = 50 : 40$:

- a.** 80 e 40 si chiamano.....;
- b.** 64 e 50 si chiamano.....;
- c.** 80 e 50 si chiamano
- d.** 64 e 40 si chiamano

6 Una proporzione continua è una proporzione con:

- a.** gli estremi uguali;
- b.** i medi uguali;
- c.** gli antecedenti uguali;
- d.** i conseguenti uguali.

- 7** Completa la seguente proprietà:
in una proporzione il dei medi è sempre uguale al
- 8** Indica quali tra le seguenti proprietà sono corrette:
- se in una qualunque proporzione si scambia ogni antecedente con il proprio conseguente, si ha ancora una proporzione;
 - se in una qualunque proporzione si scambia un antecedente con il proprio conseguente, si ha ancora una proporzione;
 - se in una qualunque proporzione si scambiano tra loro i due medi, i due estremi o entrambi, si ha ancora una proporzione;
 - in una proporzione la somma tra il primo e il secondo termine sta al primo termine come la somma tra il terzo e il quarto termine sta al terzo termine;
 - in una proporzione la differenza tra il primo e il secondo termine sta al secondo termine come la differenza tra il terzo e il quarto termine sta al terzo termine.
- 9** Completa la seguente frase:
in una serie di rapporti uguali la degli antecedenti sta alla somma dei come ogni antecedente sta al proprio conseguente.
- 10** In una proporzione il valore di un estremo incognito si ricava:
- moltiplicando l'estremo noto per il primo medio e dividendo il prodotto ottenuto per l'altro medio;
 - moltiplicando i due medi e dividendo il prodotto ottenuto per l'estremo noto;
 - dividendo il valore dell'estremo noto per il prodotto dei due medi.
- 11** In una proporzione il valore di un medio incognito si ricava:
- moltiplicando i due estremi e dividendo il prodotto ottenuto per il medio noto;
 - moltiplicando il valore dell'estremo noto per il prodotto dei due medi;
 - dividendo il valore dell'estremo noto per il prodotto dei due medi.
- 12** Completa le seguenti regole:
- in una proporzione continua il valore del medio proporzionale si ottiene moltiplicando fra loro i due ed estraendo la del prodotto ottenuto;
 - in una proporzione il valore di uno dei due medi, che è anche una parte da aggiungere al corrispondente estremo, si ottiene applicando prima la proprietà dello e poi gli della proporzione ottenuta e il prodotto per l'altro medio.

ESERCIZI DI ABILITÀ ⇒ LIVELLO BASE *

1 *Esercizio Svolto*

Il rapporto tra due numeri

Calcola il rapporto nei seguenti gruppi di numeri: **a.** 21 e 7; **b.** 22 e 5; **c.** $\sqrt{5}$ e 3.

Svolgimento

Per calcolare il loro rapporto basta eseguire la divisione tra i due numeri:

- $21 : 7 = 3 \rightarrow$ numero intero
- $22 : 5 = 4,4 \rightarrow$ numero razionale
- $\sqrt{5} : 3 = 0,7453... \rightarrow$ numero irrazionale

- 2** Calcola il rapporto nei seguenti gruppi di numeri: **a.** 34 e 17; **b.** 15 e 4; **c.** $\sqrt{3}$ e 4.

3 *Esercizio Svolto*

Il rapporto inverso tra due numeri

Calcola il rapporto inverso tra le seguenti coppie di numeri: a. 25 e 4; b. $\frac{5}{6}$ e $\frac{1}{4}$.

Svolgimento

a. $25 : 4 = 6,25$ rapporto diretto; $4 : 25 = 0,16$ rapporto inverso;

b. $\frac{5}{6} : \frac{1}{4} = \frac{10}{3}$ rapporto diretto; $\frac{1}{4} : \frac{5}{6} = \frac{3}{10}$ rapporto inverso.

4 Calcola il rapporto inverso tra le seguenti coppie di numeri:

a. 13 e 25; b. $\frac{3}{4}$ e $\frac{2}{7}$; c. $\frac{5}{8}$ e $\frac{5}{4}$.

5 *Esercizio Svolto*

Il rapporto tra i termini espressi in forma di espressione aritmetica

Calcola il rapporto tra i seguenti termini consistenti in espressioni aritmetiche: $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$ e $\frac{5}{3} + \frac{1}{6}$.

Svolgimento

$$\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) : \left(\frac{5}{3} + \frac{1}{6}\right) = \left(\frac{3-2}{4}\right) : \left(\frac{10+1}{6}\right) = \frac{1}{4} : \frac{11}{6} = \frac{1}{4} \cdot \frac{6}{11} = \frac{3}{22}.$$

6 Calcola il rapporto tra i seguenti termini consistenti in espressioni aritmetiche:

a. $\frac{3}{7} + \frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$; b. $\frac{3}{5} - \frac{1}{4}$ e $\frac{3}{2} + \frac{1}{4}$; c. $\frac{5}{2} \cdot \frac{1}{5} - \frac{1}{2}$ e $\frac{3}{4} : \frac{1}{2} + \frac{3}{8}$.

7 *Esercizio Svolto*

Il calcolo dell'antecedente di un rapporto

Calcola l'antecedente sapendo che il conseguente è 4 e che il valore del rapporto è 12.

Svolgimento

Per calcolare l'antecedente, che indichiamo con x , dobbiamo chiederci qual è il numero che diviso per 4 dà come rapporto 12:

$$x : 4 = 12$$

In pratica basta moltiplicare il valore del rapporto per il conseguente cioè: $x = 12 \cdot 4 = 48$.

8 Calcola l'antecedente sapendo che:

- a. il conseguente è 3 e il valore del rapporto è 11;
 b. il conseguente è 5 e il valore del rapporto è 18;
 c. il conseguente è 8 e il valore del rapporto è 16.

9 *Esercizio Svolto*

Il calcolo del conseguente di un rapporto

Calcola il conseguente sapendo che l'antecedente è 15 e che il valore del rapporto è 3.

Svolgimento

Per calcolare il conseguente, che indichiamo con x , dobbiamo chiederci quale numero divide il numero 15 in 3 parti:

$$15 : x = 3$$

In pratica basta dividere l'antecedente per il valore del rapporto cioè: $x = 15 : 3 = 5$.

- 10** Calcola il conseguente sapendo che:
- l'antecedente è 20 e che il valore del rapporto è 4;
 - l'antecedente è 30 e che il valore del rapporto è 15;
 - l'antecedente è 9 e che il valore del rapporto è 18.

11 *Esercizio Svolto*

I rapporti equivalenti

Calcola un rapporto equivalente a $\frac{7}{2}$.

Svolgimento

Si presentano due possibilità.

- Possiamo applicare la proprietà fondamentale moltiplicando l'antecedente e il conseguente per lo stesso numero, purché diverso da 0, per esempio 3.
 - $7 \cdot 3 = 21$
 - $2 \cdot 3 = 6$ per cui il nuovo rapporto, equivalente al primo, sarà $\frac{21}{6}$.
- Possiamo applicare la proprietà fondamentale dividendo l'antecedente e il conseguente per lo stesso numero, purché diverso da 0, per esempio 2.
 - $7 : 2 = 3,5$
 - $2 : 2 = 1$ per cui il nuovo rapporto, equivalente al primo, sarà $3,5 : 1$.

- 12** Calcola un rapporto equivalente a $\frac{8}{9}$, prima moltiplicando e poi dividendo per uno stesso numero.

13 *Esercizio Svolto*

Il rapporto tra due grandezze omogenee

Calcola il rapporto tra le seguenti coppie di grandezze omogenee:

- a.** 5 l e 2 l; **b.** 4 m e 2 cm; **c.** 1 kg e 20 hg.

Svolgimento

- Le due grandezze sono espresse con la stessa unità di misura; calcoliamo quindi direttamente il valore del rapporto $5 \text{ l} : 2 \text{ l} = 2,5$;
- le due grandezze non sono espresse con la stessa unità di misura; in questo caso occorre prima effettuare un'equivalenza per portare le due grandezze alla stessa unità di misura: $4 \text{ m} = 400 \text{ cm}$, e poi calcolare il valore del rapporto $400 \text{ cm} : 2 \text{ cm} = 200$;
- le due grandezze non sono espresse con la stessa unità di misura; in questo caso occorre prima effettuare un'equivalenza per portare le due grandezze alla stessa unità di misura: $1 \text{ kg} = 10 \text{ hg}$, e poi calcolare il valore del rapporto $10 \text{ hg} : 20 \text{ hg} = 0,5$.

- 14** Calcola il valore del rapporto tra le seguenti coppie di grandezze omogenee:
- a.** 300 cm e 2 m; **b.** 7 l e 2 l; **c.** 1 g e 40 dg.

- 15** Calcola il valore del rapporto tra i seguenti due segmenti e stabilisci se le due grandezze sono commensurabili: $\overline{AB} = 10 \text{ cm}$; $\overline{CD} = 5 \text{ cm}$.

- 16** Calcola il valore del rapporto tra le superfici di due rettangoli aventi le dimensioni lunghe rispettivamente 20 cm e 5 cm il primo e 20 cm e 2 cm il secondo. Stabilisci se le due grandezze sono commensurabili.

- 17** Calcola il valore del rapporto tra la diagonale e la base di un rettangolo sapendo che la misura della base è 1 cm e quella dell'altezza è 2 cm. Stabilisci se le due grandezze sono commensurabili. (Suggerimento: devi applicare il teorema di Pitagora)

18 *Esercizio Svolto***Il calcolo della lunghezza reale conoscendo la lunghezza grafica**

Calcola a quanto corrisponde nella realtà la distanza di 10 cm misurata su una cartina geografica avente una scala di riduzione di 1 : 300000.

Svolgimento

Basta moltiplicare il valore della distanza "sulla carta" con il conseguente della scala di riduzione:
 distanza reale = $(10 \cdot 300000)$ cm = 3000000 cm = 30 km

- 19** Calcola a quanto corrisponde nella realtà la distanza di 7 cm misurata su una cartina geografica avente una scala di riduzione di 1 : 100000.

20 *Esercizio Svolto***Il calcolo della lunghezza grafica conoscendo la lunghezza reale**

Calcola a quanto corrisponde su una cartina geografica la distanza reale di 25 km, se la scala di riduzione è di 1 : 200000.

Svolgimento

Basta dividere la distanza reale per il conseguente della scala di riduzione:
 distanza grafica = $(25 : 200000)$ km = 0,000125 km = 12,5 cm

- 21** Calcola a quanto corrisponde su una cartina geografica la distanza reale di 12 km, se la scala di riduzione è di 1 : 300000.

22 *Esercizio Svolto***La proprietà fondamentale delle proporzioni**

Verifica se le seguenti scritte formano una proporzione:

- a.** $20 : 10 = 24 : 12$; **b.** $32 : 16 = 80 : 42$.

Svolgimento

- a.** $10 \cdot 24 = 240$ prodotto dei medi; $20 \cdot 12 = 240$ prodotto degli estremi.
 Siccome il prodotto dei medi è uguale al prodotto degli estremi puoi affermare che si tratta di una proporzione;
- b.** $16 \cdot 80 = 1280$ prodotto dei medi; $32 \cdot 42 = 1344$ prodotto degli estremi.
 In questo caso il prodotto dei medi non è uguale al prodotto degli estremi non si tratta pertanto di una proporzione.

- 23** Verifica, mediante l'applicazione della proprietà fondamentale, se le seguenti scritte formano una proporzione:

- a.** $15 : 45 = 12 : 36$; **b.** $22 : 15 = 56 : 40$; **c.** $32 : 50 = 48 : 75$.

24 *Esercizio Svolto***La proprietà fondamentale delle proporzioni**

Dall'uguaglianza $8 \cdot 5 = 2 \cdot 20$, ricava una delle possibili proporzioni.

Svolgimento

L'uguaglianza dei due prodotti può essere vista come l'uguaglianza del prodotto dei due medi e del prodotto dei due estremi, pertanto $2 : 8 = 5 : 20$.

25 Dalle seguenti uguaglianze ricava una delle possibili proporzioni:

a. $7 \cdot 10 = 35 \cdot 2$;

b. $25 \cdot 80 = 40 \cdot 50$;

c. $8 \cdot 4,5 = 9 \cdot 4$.

26 *Esercizio Svolto*

La proprietà dell'invertire

Applica la proprietà dell'invertire alla proporzione $3 : 7 = 9 : 21$.

Svolgimento

Scambiamo ogni antecedente con il proprio conseguente e verifichiamo se la scrittura ottenuta è ancora una proporzione.

La proporzione $3 : 7 = 9 : 21$ si trasforma in $7 : 3 = 21 : 9$.

Calcoliamo il prodotto dei medi $3 \cdot 21 = 63$ e il prodotto degli estremi $7 \cdot 9 = 63$.

Essendo i due prodotti uguali, i numeri formano una proporzione.

27 Applica la proprietà dell'invertire alle seguenti proporzioni:

a. $8 : 16 = 9 : 18$;

b. $12 : 5 = 24 : 10$;

c. $\frac{1}{4} : \frac{2}{3} = \frac{2}{3} : \frac{16}{9}$.

28 *Esercizio Svolto*

La proprietà del permutare

Applica la proprietà del permutare alla proporzione $8 : 24 = 3 : 9$.

Svolgimento

- *Primo caso* (permutare i medi).

La proporzione $8 : 24 = 3 : 9$ si trasforma in $8 : 3 = 24 : 9$

- *Secondo caso* (permutare gli estremi).

La proporzione $8 : 24 = 3 : 9$ si trasforma in $9 : 24 = 3 : 8$

- *Terzo caso* (permutare sia i medi sia gli estremi).

La proporzione $8 : 24 = 3 : 9$ si trasforma in $9 : 3 = 24 : 8$

In tutti i casi, applicando la proprietà fondamentale, è facile verificare che la nuova scrittura è ancora una proporzione (il prodotto dei medi è uguale al prodotto degli estremi: $3 \cdot 24 = 8 \cdot 9 = 72$).

29 Applica la proprietà del permutare alle seguenti proporzioni:

a. $20 : 26 = 30 : 39$ permuta i medi;

b. $15 : 18 = 20 : 24$ permuta gli estremi;

c. $\frac{1}{2} : \frac{3}{5} = \frac{3}{4} : \frac{9}{10}$ permuta sia i medi che gli estremi.

30 *Esercizio Svolto*

La proprietà del comporre

Applica la proprietà del comporre alla proporzione $8 : 18 = 12 : 27$.

Svolgimento

La proporzione $8 : 18 = 12 : 27$ si può trasformare in:

- $(8 + 18) : 8 = (12 + 27) : 12$ cioè $26 : 8 = 39 : 12$

Verifica: $26 \cdot 12 = 312$ e $8 \cdot 39 = 312$

- $(8 + 18) : 18 = (12 + 27) : 27$ cioè $26 : 18 = 39 : 27$

Verifica: $26 \cdot 27 = 702$ e $18 \cdot 39 = 702$

31 Applica la proprietà del comporre alla proporzione $7 : 2 = 14 : 4$.

32 *Esercizio Suelto*

La proprietà dello scomporre

Applica la proprietà dello scomporre alla proporzione $10 : 2 = 35 : 7$.

Svolgimento

La proporzione $10 : 2 = 35 : 7$ si può trasformare in:

• $(10 - 2) : 10 = (35 - 7) : 35$ cioè $8 : 10 = 28 : 35$

Verifica: $8 \cdot 35 = 280$ e $10 \cdot 28 = 280$

• $(10 - 2) : 2 = (35 - 7) : 7$ cioè $8 : 2 = 28 : 7$

Verifica: $8 \cdot 7 = 56$ e $2 \cdot 28 = 56$

33 Applica la proprietà dello scomporre alla proporzione $5 : \frac{3}{2} = \frac{15}{2} : \frac{9}{4}$.

34 *Esercizio Suelto*

Il termine incognito in una proporzione

Calcola il valore del termine incognito nelle seguenti proporzioni:

a. $14 : x = 4 : 28$; b. $x : \frac{1}{3} = \frac{3}{2} : \frac{5}{4}$.

Svolgimento

a. Il termine incognito è un medio; applicando la proprietà fondamentale:

$$x \cdot 4 = 14 \cdot 28 \rightarrow x = 14 \cdot 28 : 4 \rightarrow x = 98.$$

La proporzione cercata è dunque $14 : 98 = 4 : 28$.

b. Il termine incognito è un estremo; applicando la proprietà fondamentale:

$$x \cdot \frac{5}{4} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2} \rightarrow x = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2} : \frac{5}{4} \rightarrow x = \frac{2}{5}.$$

La proporzione cercata è dunque $\frac{2}{5} : \frac{1}{3} = \frac{3}{2} : \frac{5}{4}$.

35 Calcola il valore del termine incognito nelle seguenti proporzioni:

a. $27 : 18 = x : 24$; b. $48 : 16 = 60 : x$; c. $\frac{3}{4} : \frac{2}{3} = \frac{1}{2} : x$.

36 *Esercizio Suelto*

Il termine incognito in una proporzione

Calcola il termine incognito delle seguenti proporzioni:

a. $x : (30 + x) = 3 : 4$; b. $x : (120 - x) = 21 : 35$.

Svolgimento

a. In questo caso non possiamo applicare direttamente la proprietà fondamentale; trasformiamo dunque la proporzione applicando le proprietà:

• dell'invertire $\rightarrow (30 + x) : x = 4 : 3$

• dello scomporre $\rightarrow (30 + \cancel{x} - \cancel{x}) : x = (4 - 3) : 3$ cioè $30 : x = 1 : 3$

• fondamentale $\rightarrow x = 30 \cdot 3 : 1 = 90$

Pertanto la proporzione è $90 : (30 + 90) = 3 : 4$ cioè $90 : 120 = 3 : 4$.

b. Analogamente applichiamo le proprietà:

- dell'invertire $\rightarrow (120 - x) : x = 35 : 21$
- del comporre $\rightarrow (120 - \cancel{x} + \cancel{x}) : x = (35 + 21) : 21$ cioè $120 : x = 56 : 21$
- fondamentale $\rightarrow x = 120 \cdot 21 : 56 = 45$

Pertanto la proporzione è $45 : (120 - 45) = 21 : 35$ cioè $45 : 75 = 21 : 35$.

Calcola il termine incognito delle seguenti proporzioni:

37 a. $(18 + x) : x = 14 : 2;$

b. $\frac{3}{4} : \frac{1}{14} = \left(\frac{5}{2} + x\right) : x.$

38 a. $(36 - x) : x = 7 : 11;$

b. $x : \left(\frac{1}{2} - x\right) = \frac{8}{11} : \frac{1}{2}.$

39 a. $\left(\frac{3}{4} + x\right) : x = \frac{3}{5} : \frac{1}{2};$

b. $\left(\frac{7}{15} - x\right) : x = \frac{1}{3} : \frac{4}{5}.$

40 *Esercizio Svolto*

Il medio proporzionale di una proporzione continua

Calcola il medio proporzionale nella proporzione $\frac{9}{4} : x = x : \frac{1}{4}.$

Svolgimento

$$\frac{9}{4} : x = x : \frac{1}{4} \rightarrow x^2 = \frac{9}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{9}{16} \rightarrow x = \sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$$

Pertanto la proporzione è $\frac{9}{4} : \frac{3}{4} = \frac{3}{4} : \frac{1}{4}.$

41 Calcola il medio proporzionale nelle seguenti proporzioni continue:

a. $25 : x = x : 16;$

b. $45 : x = x : 5;$

c. $\frac{2}{5} : x = x : \frac{8}{5}.$

42 *Esercizio Svolto*

Il calcolo di due numeri di cui si conosce la somma e il rapporto

Trova due numeri tali che la loro somma sia 39 e il loro rapporto sia 8 : 5.

Svolgimento

Indicando con x e y i due numeri da calcolare, avremo: $x + y = 39$ e $x : y = 8 : 5$

Applichiamo la proprietà del comporre alla proporzione $x : y = 8 : 5$.

Otteniamo $(x + y) : x = (8 + 5) : 8$ cioè, sostituendo la prima relazione, $39 : x = 13 : 8$ che risolta dà $x = 39 \cdot 8 : 13 = 24$.

Per ricavare il valore della y basta sottrarre il valore della x alla somma $y = 39 - x = 39 - 24 = 15$.

I due numeri sono pertanto $x = 24$ e $y = 15$.

43 Trova due numeri tali che la loro somma sia 20 e il loro rapporto sia 7 : 3.

44 *Esercizio Svolto*

Il calcolo di due numeri di cui si conosce la differenza e il rapporto

Trova due numeri tali che la loro differenza sia 63 e il loro rapporto sia 9 : 2.

Svolgimento

Indicando con x e y i due numeri da calcolare, avremo: $x - y = 63$ e $x : y = 9 : 2$

Applichiamo la proprietà dello scomporre alla proporzione $x : y = 9 : 2$.

Otteniamo $(x - y) : x = (9 - 2) : 9$ cioè, sostituendo la prima relazione, $63 : x = 7 : 9$ che risolta dà $x = 63 \cdot 9 : 7 = 81$.

Per ricavare il valore della y basta sottrarre al valore della x la differenza data $y = x - 63 = 18$.

I due numeri sono pertanto $x = 81$ e $y = 18$.

- 45** Trova due numeri tali che la loro differenza sia 21 e il loro rapporto sia 3 : 4.
- 46** Calcola la misura di due segmenti sapendo che la loro somma è di 46 cm ed uno è $\frac{19}{4}$ dell'altro.
- 47** Calcola la misura di due segmenti sapendo che la loro differenza è 15 cm ed uno è $\frac{4}{5}$ dell'altro.
- 48** La somma delle ampiezze di due angoli misura 150° ed il loro rapporto è $\frac{2}{3}$. Calcola l'ampiezza di ciascun angolo.
- 49** La differenza delle ampiezze di due angoli misura 30° ed il loro rapporto è $\frac{4}{7}$. Calcola l'ampiezza di ciascun angolo.

ESERCIZI DI ABILITÀ \Rightarrow LIVELLO MEDIO **

1 *Esercizio Guidato*

Il rapporto fra due numeri

Calcola il rapporto nelle seguenti coppie di numeri **a.** 22 e 11; **b.** $0,\bar{3}$ e $0,2\bar{3}$; **c.** $\sqrt{5}$ e $\sqrt{7}$.

Svolgimento

a. $22 : 11 = \dots\dots\dots \rightarrow$ numero $\dots\dots\dots$

b. $0,\bar{3} : \dots\dots = \frac{3}{9} : \dots\dots = \dots\dots \rightarrow$ numero $\dots\dots\dots$

c. $\dots\dots : \dots\dots = \dots\dots\dots \rightarrow$ numero $\dots\dots\dots$

- 2** Calcola il rapporto nelle seguenti coppie di numeri: **a.** $\frac{4}{3}$ e $\frac{16}{5}$; **b.** $\sqrt{15}$ e $\sqrt{2}$; **c.** $0,\bar{2}$ e $1,\bar{3}$.

- 3** Calcola il rapporto tra i seguenti termini consistenti in espressioni aritmetiche:

$$\left[\frac{3}{5} + 2 : \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3} \right) \right] \quad \text{e} \quad \left(\frac{2}{5} \cdot \frac{53}{7} + 1 \right).$$

4 *Esercizio Guidato*

Il rapporto inverso

Calcola il rapporto inverso tra le seguenti coppie di numeri: **a.** 8 e 4; **b.** $\frac{4}{7}$ e $\frac{5}{2}$.

Svolgimento

a. $8 : 4 = \dots\dots$ rapporto diretto; $4 : 8 = \dots\dots$ rapporto $\dots\dots\dots$;

b. $\frac{4}{7} : \dots\dots = \dots\dots$ $\dots\dots\dots$;
 $\dots\dots : \dots\dots = \dots\dots$ $\dots\dots\dots$

5 Calcola il rapporto inverso tra le seguenti coppie di numeri: a. 7 e 14; b. $\frac{3}{2}$ e $\frac{4}{9}$; c. 1,2 e 4,2.

6 Calcola il rapporto inverso tra i seguenti termini consistenti in espressioni aritmetiche:

$$\left[\left(\frac{3}{2} - \frac{3}{5} \right) \cdot \frac{1}{3} + \frac{5}{2} : \frac{10}{2} \right] \quad \text{e} \quad \left(\frac{7}{4} \cdot \frac{1}{3} : \frac{14}{9} + \frac{1}{2} + 1 \right)^0.$$

7 *Esercizio Guidato*

Il calcolo dell'antecedente e del conseguente

a. Calcola l'antecedente conoscendo il valore del rapporto e del conseguente: $x : \frac{7}{3} = 2$.

b. Calcola il conseguente conoscendo il valore del rapporto e l'antecedente: $\frac{4}{3} : x = \frac{8}{5}$.

Svolgimento

a. $x : \frac{7}{3} = 2 \quad \rightarrow \quad x = 2 \cdot \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

b. $\frac{4}{3} : x = \frac{8}{5} \quad \rightarrow \quad x = \frac{4}{3} : \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

8 Calcola l'antecedente nei seguenti gruppi di numeri conoscendo il valore del rapporto e del conseguente:

a. $x : \frac{3}{2} = \frac{5}{7}$;

b. $x : 0,4 = 2,3$;

c. $x : 1,\overline{6} = 2,5$.

9 Calcola il conseguente nei seguenti gruppi di numeri, conoscendo il valore del rapporto e l'antecedente:

a. $12 : x = 4$;

b. $\frac{1}{4} : x = \frac{3}{8}$;

c. $0,2 : x = 1,\overline{3}$.

10 *Esercizio Guidato*

Il rapporto fra grandezze omogenee

Calcola il valore del rapporto tra le seguenti coppie di grandezze omogenee:

a. 7 kg e 5 kg;

b. 125 l e 10 dal.

Svolgimento

a. 7 kg : = 1,4

b. 125 l : dal = 125 l : l =

11 Calcola il rapporto tra le seguenti coppie di grandezze omogenee:

a. 7 km e 10000 m;

b. 3 l e 5 cl;

c. 14 g e 9 g.

12 Calcola il valore del rapporto tra le superfici del rettangolo di dimensioni lunghe 5 cm e 6 cm e del rombo avente le diagonali lunghe 16 cm e 8 cm e stabilisci se le due grandezze sono commensurabili.

13 Il lato e la diagonale di un quadrato sono lunghi rispettivamente $\sqrt{15}$ cm e $\sqrt{30}$ cm. Calcola il valore del loro rapporto e stabilisci se le due grandezze sono commensurabili.

14 *Esercizio Guidato*

Il rapporto fra grandezze non omogenee

Calcola il valore del rapporto tra le seguenti grandezze:

peso di un oggetto di rame $P = 178$ g; volume dello stesso oggetto di rame $V = 20$ cm³.

Svolgimento

Il rapporto tra le due grandezze non omogenee è una grandezza e prende il nome di; $P_s = \text{Peso} : \text{Volume} = \dots\dots\dots : \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{g/cm}^3$.

15 Calcola la velocità media di un corpo che percorre 10 km in 2 h.

16 *Esercizio Guidato***Il calcolo della lunghezza reale conoscendo la lunghezza grafica**

Calcola a quanto corrisponde nella realtà la distanza di 0,2 dm misurata su una cartina geografica avente una scala di riduzione di 1 : 200000.

Svolgimento

Basta moltiplicare il valore della distanza misurata con il della
 distanza reale = (..... ·) dm = dm = km

17 Calcola a quanto corrisponde nella realtà la distanza di 15 cm misurata su una cartina geografica avente una scala di riduzione di 1 : 100000.

18 Calcola a quanto corrisponde su una mappa la distanza reale di 4 km, se la scala di riduzione è 1 : 20000.

19 *Esercizio Guidato***Le proprietà delle proporzioni**

Verifica, mediante l'applicazione della proprietà fondamentale, che la scrittura $22 : 34 = 33 : 51$ forma una proporzione. In caso di risposta positiva applica:

- la proprietà dell'invertire;
- la proprietà del permutare (prima i medi, poi gli estremi, poi entrambi);
- la proprietà del comporre;
- la proprietà dello scomporre.

Svolgimento

Il prodotto dei medi è $33 \cdot 34 = \dots$; il prodotto degli estremi è $\dots \cdot \dots = \dots$ pertanto la scrittura data

- In ogni scambiamo fra loro il con: $34 : 22 = 51 : \dots$
- Permutando i medi si ottiene $22 : \dots = \dots : 51$
 Permutando gli estremi si ottiene $\dots : 34 = \dots : \dots$
 Permutando entrambi si ottiene $\dots : \dots = \dots : \dots$
- Si ottengono le proporzioni:
 - $(22 + \dots) : 22 = (33 + \dots) : \dots$ cioè $56 : \dots = 84 : 33$
 - $(22 + \dots) : 34 = (33 + \dots) : \dots$ cioè $\dots : 34 = 84 : \dots$
- In entrambi i rapporti il conseguente è maggiore dell'antecedente pertanto applicare la proprietà dello scomporre. Possiamo però applicarla alla proporzione ottenuta nel passaggio **a.** ottenendo le due proporzioni:
 - $(34 - \dots) : 34 = (51 - 33) : \dots$ cioè $12 : 34 = 18 : \dots$
 - $(\dots - \dots) : 22 = (\dots - 33) : \dots$ cioè $\dots : 22 = \dots : 33$.

20 Date le proporzioni: **a.** $\frac{2}{7} : \frac{1}{3} = \frac{3}{5} : \frac{7}{10}$; **b.** $1,2 : 0,3 = 5,1 : 1,275$

- verifica, mediante l'applicazione della proprietà fondamentale, se la **a.** forma una proporzione;
- applica la proprietà dell'invertire alla scrittura **b.** e verifica se la scrittura ottenuta è ancora una proporzione;
- applica la proprietà del permutare, permutando prima i medi, poi gli estremi e poi entrambi, alla scrittura **a.**;
- applica la proprietà del comporre alla scrittura **b.**;
- applica la proprietà dello scomporre alla scrittura **b.**.

21 Applica la proprietà del comporre alle seguenti proporzioni:
a. $11 : 121 = 7 : 77$; **b.** $15 : 6 = 20 : 8$.

22 Applica la proprietà dello scomporre alle seguenti proporzioni:
a. $49 : 35 = 14 : 10$; **b.** $123 : 75 = 82 : 50$.

23 *Esercizio Guidato*

Il termine incognito in una proporzione

Calcola il valore del termine incognito nelle seguenti proporzioni:

a. $7 : x = 10 : 80$; **b.** $\frac{3}{2} : \frac{1}{3} = \frac{2}{3} : x$.

Svolgimento

a. Il valore incognito è un;
 applicando la proprietà fondamentale $x = \dots \cdot 80 : \dots = \dots$

b. Il valore incognito è un;
 applicando la proprietà fondamentale $x = \dots \cdot \dots : \frac{3}{2} = \dots$

24 Calcola il valore del termine incognito nelle seguenti proporzioni:

a. $5 : 15 = x : 20$; **b.** $x : \frac{7}{2} = \frac{1}{6} : \frac{1}{3}$; **c.** $0,6 : x = 1,3 : 0,83$.

25 *Esercizio Guidato*

Il termine incognito in una proporzione

Calcola il termine incognito nelle seguenti proporzioni:

a. $(12 + x) : x = 32 : 8$; **b.** $\left(\frac{3}{4} - x\right) : x = \frac{3}{4} : \frac{1}{2}$

Svolgimento

a. Applichiamo la proprietà: $(12 + x - x) : \dots = (32 - \dots) : \dots \rightarrow$
 $\dots : x = \dots : \dots \rightarrow x = \dots \cdot \dots : \dots = \dots$

b. Applichiamo la proprietà: $\left(\frac{3}{4} - x + \dots\right) : x = (\dots + \dots) : \dots \rightarrow$
 $\frac{3}{4} : x = \dots : \dots \rightarrow x = \dots \cdot \dots : \dots = \dots$

26 Calcola il termine incognito nelle seguenti proporzioni:

a. $x : (2 + x) = 2 : 7$; **b.** $\left(\frac{1}{2} - x\right) : x = \frac{7}{4} : \frac{1}{2}$.

27 *Esercizio Guidato*

Il medio proporzionale di una proporzione continua

Calcola il medio proporzionale nelle seguenti proporzioni continue:

a. $0,3 : x = x : 1,2$; **b.** $1,3 : x = x : 0,3$; **c.** $\frac{5}{4} : x = x : 5$.

Svolgimento

a. $x^2 = 0,3 \cdot \dots = \dots \rightarrow x = \sqrt{\dots} = \dots$

b. $x^2 = \dots \cdot \dots = \dots \rightarrow x = \sqrt{\dots} = \dots$

c. $x^2 = \dots \cdot \dots = \dots \rightarrow x = \sqrt{\dots} = \dots$

28 Calcola il medio proporzionale nelle seguenti proporzioni continue:

a. $50 : x = x : 32$;

b. $\frac{1}{2} : x = x : \frac{25}{2}$;

c. $2,3 : x = x : 9,3$.

29 *Esercizio Guidato*

Il calcolo di due numeri di cui si conosce somma e rapporto

Trova due numeri tali che la loro somma sia 56 e il loro rapporto sia 5 : 3.

Svolgimento

Indicando con x e y i due numeri che dobbiamo calcolare, avremo le due relazioni $x + y = \dots$ e $x : y = \dots : \dots$

Applichiamo la proprietà del alla proporzione $x : y = \dots : \dots$

Si ottiene $(\dots + \dots) : x = (5 + 3) : \dots$

Sostituendo il valore della somma $\dots : x = \dots : \dots \rightarrow x = \dots \cdot \dots : \dots = \dots$

Per ricavare il valore della y basta il valore della x alla somma:

$$y = \dots - x = \dots - \dots = \dots$$

I due numeri sono pertanto $x = \dots$ e $y = \dots$

30 Trova due numeri sapendo che la somma è 72 ed il loro rapporto è $\frac{5}{4}$.

31 Trova due numeri sapendo che stanno tra loro come 7 : 5 e che la loro differenza è 16.

32 Trova due numeri sapendo che stanno tra loro come 6 : 11 e che la loro somma è 408.

33 Calcola la misura dei lati di un rettangolo sapendo che il loro rapporto è $\frac{5}{2}$ e che il perimetro è di 28 cm.

34 In un triangolo isoscele uno dei due angoli congruenti è ampio 55° ed è $\frac{11}{14}$ del terzo angolo. Calcola l'ampiezza di ciascun angolo.

35 In un triangolo scaleno il primo angolo misura 60° e il secondo è $\frac{11}{13}$ del terzo angolo. Calcola l'ampiezza di ciascun angolo.

36 Gli angoli interni di un triangolo sono in rapporto ai numeri 5, 6 e 4. Calcola l'ampiezza di ciascun angolo.

37 In un trapezio rettangolo la differenza delle basi è 10 e il loro rapporto vale $\frac{9}{4}$. Sapendo che l'altezza misura 4 cm, determina l'area.

38 In un trapezio l'altezza è media proporzionale fra le due basi. Calcola l'area del trapezio sapendo che la differenza delle due basi misura 25 cm ed il loro rapporto è $\frac{4}{9}$.

39 Calcola il perimetro di un triangolo rettangolo sapendo che le misure dell'ipotenusa e del cateto minore hanno per differenza 16 cm mentre il loro rapporto è $\frac{13}{5}$.

ESERCIZI DI ABILITÀ \Rightarrow LIVELLO AVANZATO ***

1 Calcola il rapporto diretto ed inverso tra i seguenti termini di una espressione aritmetica:

$$\left\{ \left[\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2} \right) \cdot \frac{1}{3} \right] - \frac{1}{4} \cdot 2 \right\}^0 + \frac{1}{3} - \frac{3}{4} + \frac{1}{5} \cdot \frac{15}{2} \quad \text{e} \quad \left[\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2} \right) \right] : \frac{2}{5} + \frac{1}{4}$$

- 2** Determina i rapporti tra i perimetri e le aree di un trapezio isoscele e un triangolo equilatero avente il lato lungo 4 cm, sapendo che le basi e il lato obliquo del trapezio misurano rispettivamente 10 cm e 6 cm e 4 cm.
- 3** Sapendo che la superficie della Lombardia è di 23861 km² e il numero di abitanti è 9121714, mentre il Lazio ha una superficie di 17207 km² e ha 5205223 abitanti, determina:
- il valore del rapporto tra gli abitanti della Lombardia e del Lazio;
 - la densità di popolazione del Lazio.

Calcola il valore del termine incognito nelle seguenti proporzioni.

- 4** $x : \left[\frac{1}{3} + \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{4} \right) \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} \right) : \frac{7}{4} \right] = \left\{ \left[\frac{5}{6} - \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{4} + 3 \right) \cdot \frac{2}{13} \right] + \frac{1}{3} \right\} : \left[\frac{3}{4} - \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{7} + \frac{3}{5} \right)^3 \right]^0$.
- 5** $\left\{ \left[\left(\frac{5}{2} - \frac{3}{4} \right) : \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} \right) \right] \cdot \frac{11}{35} \right\} : x = \left\{ \frac{7}{2} - \left[\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2} \right) \cdot \frac{4}{3} - \frac{1}{2} \right] + \frac{1}{3} \right\} : \left[\left(1 + \frac{3}{7} - \frac{1}{2} \right) \cdot \frac{7}{13} \right]$.
- 6** $\left\{ \left[\left(1 - \frac{1}{2} \right)^2 \cdot \frac{4}{3} \right]^2 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right\} : x = x : \left\{ \frac{6}{95} \cdot \left[2 + \frac{1}{3} - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \right) \right] \right\}$.
- 7** $\left(\frac{9}{10} - x \right) : x = \left(\frac{1}{2} + \frac{7}{4} - 1 \right) : \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{3} \right)$.
- 8** $(0,2 + 3,5) : (1,2 - 0,3) = (x + 0,\bar{3}) : x$.
- 9** Gli alunni di una classe sono complessivamente 21. Sapendo che il rapporto tra femmine e maschi è $\frac{4}{3}$, determina il numero delle femmine e quello dei maschi.
- 10** L'età di tre fratelli è complessivamente di 66 anni. Calcola l'età di ciascun fratello sapendo che ciascuna età è in rapporto ai numeri 6, 7 e 9.
- 11** Quattro rotoli di carta hanno una lunghezza complessiva di 516 m. Calcola quanto misura ciascun rotolo sapendo che le singole lunghezze sono in rapporto ai numeri 5, 8, 13 e 17.
- 12** Un'autovettura del costo di € 15 000, viene pagata con € 8 850 in contanti e il resto in 6 rate in rapporto ai numeri 3, 5, 6, 7, 9, e 11. Quanto si dovrà pagare per ogni rata?
- 13** Un libro è costituito da 168 pagine. Se il rapporto tra le pagine che ho letto e quelle che devo leggere è $\frac{3}{4}$ e se devo restituire il libro tra 12 giorni, quante pagine al giorno dovrò leggere?

SOLUZIONE DEGLI ESERCIZI

VALUTAZIONE DEGLI ESERCIZI DI CONOSCENZA

- 1** c.
- 2** a. secondo; b. ed il conseguente; 0; un rapporto uguale; c. sottomultiplo; commensurabili; d. divisione, derivata.
- 3** a. **4** a.
- 5** a. estremi; b. medi; c. antecedenti; d. conseguenti. **6** b.
- 7** prodotto, prodotto degli estremi. **8** a., c., d. **9** somma, conseguenti.
- 10** b. **11** a. **12** a. estremi, radice quadrata; b. scomporre, moltiplicando, estremi, dividendo.

VALUTAZIONE DEGLI ESERCIZI DI ABILITÀ: LIVELLO BASE

- 2 a. 2; b. 3,75; c. 0,43301. 4 a. $\frac{25}{13}$; b. $\frac{8}{21}$; c. 2. 6 a. $\frac{78}{7}$; b. $\frac{1}{5}$; c. 0.
- 8 a. 33; b. 90; c. 128. 10 a. 5; b. 2; c. 0,5.
- 12 Una possibile soluzione potrebbe essere: moltiplicare e dividere la frazione data per 2: $\frac{8 \cdot 2}{9 \cdot 2} = \frac{16}{18}$
 $\frac{8}{9} : \frac{2}{2} = 4 : 4,5$.
- 14 a. 1,5; b. 3,5; c. 0,25. 15 2, sono commensurabili. 16 $\frac{5}{2}$, sono commensurabili.
- 17 $\sqrt{5}$; sono incommensurabili. 19 7 km. 21 4 cm.
- 23 a. sì; b. no; c. sì.
- 25 a. $2 : 10 = 7 : 35$; b. $80 : 40 = 50 : 25$; c. $8 : 9 = 4 : 4,5$.
- 27 a. $16 : 8 = 18 : 9$; b. $5 : 12 = 10 : 24$; c. $\frac{2}{3} : \frac{1}{4} = \frac{16}{9} : \frac{2}{3}$.
- 29 a. $20 : 30 = 26 : 39$; b. $24 : 18 = 20 : 15$; c. $\frac{9}{10} : \frac{3}{4} = \frac{3}{5} : \frac{1}{2}$.
- 31 $9 : 7 = 18 : 14$ oppure $9 : 2 = 18 : 4$. 33 $\frac{7}{2} : 5 = \frac{21}{4} : \frac{15}{2}$ oppure $\frac{7}{2} : \frac{3}{2} = \frac{21}{4} : \frac{9}{4}$.
- 35 a. 36; b. 20; c. $\frac{4}{9}$. 37 a. 3; b. $\frac{5}{19}$. 38 a. 22; b. $\frac{8}{27}$.
- 39 a. $\frac{15}{4}$; b. $\frac{28}{85}$. 41 a. 20; b. 15; c. $\frac{4}{5}$. 43 14 e 6. 45 63 e 84.
- 46 38 cm e 8 cm. 47 60 cm; 75 cm. 48 60° ; 90° . 49 40° ; 70° .

VALUTAZIONE DEGLI ESERCIZI DI ABILITÀ: LIVELLO MEDIO

- 1 a. $22 : 11 = 2$; numero intero; b. $0,3 : 0,23 = \frac{3}{9} : \frac{21}{90} = \frac{10}{7}$; numero razionale; c. $\sqrt{5} : \sqrt{7} = 0,8451\dots$; numero irrazionale.
- 2 a. $\frac{5}{12}$; b. 2,738.....; c. $\frac{1}{6}$. 3 1.
- 4 a. $8 : 4 = 2$; $4 : 8 = 0,5$ rapporto inverso; b. $\frac{4}{7} : \frac{5}{2} = \frac{8}{35}$ rapporto diretto; $\frac{5}{2} : \frac{4}{7} = \frac{35}{8}$ rapporto inverso.
- 5 a. 2; b. $\frac{8}{27}$; c. $\frac{7}{2}$. 6 $\frac{5}{4}$.
- 7 a. $x = 2 \cdot \frac{7}{3} = \frac{14}{3}$; b. $x = \frac{4}{3} : \frac{8}{5} = \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{8} = \frac{5}{6}$.
- 8 a. $\frac{15}{14}$; b. 0,92; c. $\frac{25}{6}$. 9 a. 3; b. $\frac{2}{3}$; c. $\frac{3}{20}$.
- 10 a. $7 \text{ kg} : 5 \text{ kg} = 1,4$; b. $125 \text{ l} : 10 \text{ dal} = 125 \text{ l} : 100 \text{ l} = 1,25$. 11 a. 0,7; b. 60; c. $1,5$.
- 12 $\frac{15}{32}$, sono commensurabili. 13 $\sqrt{0,5}$, sono incommensurabili.
- 14 derivata; peso specifico; $P_s = \text{Peso} : \text{Volume} = 178 \text{ g} : 20 \text{ cm}^3 = 8,9 \text{ g/cm}^3$. 15 5 km/h .
- 16 sulla cartina, conseguente, scala di riduzione, $d = (0,2 \cdot 200000) \text{ dm} = 40000 \text{ dm} = 4 \text{ km}$.
- 17 15 km. 18 20 cm.
- 19 1122; $22 \cdot 51 = 1122$; è una proporzione; a. rapporto; conseguente; l'antecedente; $34 : 22 = 51 : 33$;
 b. $22 : 33 = 34 : 51$; $51 : 34 = 33 : 22$; $51 : 33 = 34 : 22$;
 c. 1. $(22 + 34) : 22 = (33 + 51) : 33$; $56 : 22 = 84 : 33$;
 2. $(22 + 34) : 34 = (33 + 51) : 51$; $56 : 34 = 84 : 51$.

- d. non è possibile; **1.** $(34 - 22) : 34 = (51 - 33) : 51$; $12 : 34 = 18 : 51$;
2. $(34 - 22) : 22 = (51 - 33) : 33$; $12 : 22 = 18 : 33$.
- 20** **1.** prodotto degli estremi $\frac{2}{7} \cdot \frac{7}{10} = \frac{1}{5}$, prodotto dei medi $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$;
2. $0,3 : 1,2 = 1,275 : 5,1$; prodotto degli estremi $0,3 \cdot 5,1 = 1,53$; prodotto dei medi $1,2 \cdot 1,275 = 1,53$;
3. medi $\frac{2}{7} : \frac{3}{5} = \frac{1}{3} : \frac{7}{10}$; estremi $\frac{7}{10} : \frac{1}{3} = \frac{3}{5} : \frac{2}{7}$; medi ed estremi $\frac{7}{10} : \frac{3}{5} = \frac{1}{3} : \frac{2}{7}$;
4. $1,5 : 0,3 = 6,375 : 1,275$ oppure $1,5 : 1,2 = 6,375 : 5,1$;
5. $0,9 : 1,2 = 3,875 : 5,1$ oppure $0,9 : 0,3 = 3,875 : 1,275$.
- 21** **a.** $132 : 11 = 84 : 7$ oppure $132 : 121 = 84 : 77$; **b.** $21 : 15 = 28 : 20$ oppure $21 : 6 = 28 : 8$.
- 22** **a.** $14 : 49 = 4 : 14$ oppure $14 : 35 = 4 : 10$; **b.** $48 : 123 = 32 : 82$ oppure $48 : 75 = 32 : 50$.
- 23** **a.** medio; $x = 7 \cdot 80 : 10 = 56$; **b.** estremo; $x = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} : \frac{3}{2} = \frac{4}{27}$. **24** **a.** $\frac{20}{3}$; **b.** $\frac{7}{4}$; **c.** $\frac{3}{8}$.
- 25** **a.** dello scomporre; $(12 + x - x) : x = (32 - 8) : 8$; $12 : x = 24 : 8$; $x = 12 \cdot 8 : 24 = 4$;
b. del comporre; $\left(\frac{3}{4} - x + x\right) : x = \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) : \frac{1}{2}$; $\frac{3}{4} : x = \frac{5}{4} : \frac{1}{2}$; $x = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} : \frac{5}{4} = \frac{3}{10}$.
- 26** **a.** $\frac{4}{5}$; **b.** $\frac{1}{9}$.
- 27** **a.** $x^2 = 0,3 \cdot 1,2 = 0,36 \rightarrow x = \sqrt{0,36} = 0,6$; **b.** $x^2 = \frac{12}{9} \cdot \frac{3}{9} = \frac{4}{9} \rightarrow x = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$;
c. $x^2 = \frac{5}{4} \cdot 5 = \frac{25}{4} \rightarrow x = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}$.
- 28** **a.** 40; **b.** $\frac{5}{2}$; **c.** $\frac{14}{3}$.
- 29** $x + y = 56$; $x : y = 5 : 3$;
 comporre; $x : y = 5 : 3$; $(x + y) : x = (5 + 3) : 5$; $56 : x = 8 : 5$; $x = 5 \cdot 56 : 8 = 35$;
 sottrarre; $y = 56 - x = 56 - 35 = 21$; $x = 35$; $y = 21$.
- 30** 40, 32. **31** 56, 40. **32** 144, 264.
- 33** 10 cm e 4 cm. **34** 55° ; 55° ; 70° . **35** 60° ; 55° ; 65° .
- 36** 60° ; 72° ; 48° . **37** 52 cm^2 . **38** 975 cm^2 .
- 39** 60 cm.

VALUTAZIONE DEGLI ESERCIZI DI ABILITÀ: LIVELLO AVANZATO

- 1** diretto $\frac{25}{63}$; inverso $\frac{63}{25}$. **2** rapporto perimetri = 2; rapporto aree = 4.
- 3** **a.** 1,752; **b.** $302,5 \text{ ab} \setminus \text{km}^2$. **4** $\frac{7}{12}$. **5** $\frac{9}{32}$.
- 6** $\frac{1}{6}$. **7** $\frac{9}{25}$. **8** $\frac{3}{28}$.
- 9** 12 femmine e 9 maschi. **10** 18, 21, 27.
- 11** 60 m, 96 m, 156 m, 204 m. **12** € 450, € 750, € 900, € 1050, € 1350, € 1650.
- 13** 8.