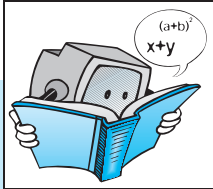


SISTEMI E BASI DI NUMERAZIONE



Per ricordare

★ Un **sistema di numerazione** è l'insieme dei simboli e delle regole che permettono di esprimere graficamente i numeri e di leggerli.

Il sistema che noi usiamo si dice **posizionale**, perchè il valore di una cifra dipende dalla posizione che essa occupa all'interno del numero; il nostro sistema è poi a **base decimale** perchè per scrivere un numero usiamo i dieci simboli 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

In questo modo i due numeri 473 e 347 rappresentano numeri diversi perchè le cifre usate, pur essendo le stesse, occupano posti diversi.

La base decimale non è però la sola con la quale si può esprimere un numero; si può scegliere un qualunque insieme di simboli formato da almeno due elementi e con esso rappresentare qualsiasi numero. Per convenienza, poi, si conviene di utilizzare come simboli un sottoinsieme delle cifre da 0 a 9 per le basi minori di dieci e le stesse cifre da 0 a 9 con l'aggiunta delle prime lettere dell'alfabeto per le basi maggiori di dieci.

Per esempio, 2301 usando come simboli le quattro cifre da 0 a 3, può rappresentare un numero in base quattro, cinque, sei e così via, ma non un numero in base inferiore a quattro.

La base del sistema di numerazione si indica sempre come pedice al numero:

2301_{quattro} 2301_{cinque} e così via

★ In qualunque base sia rappresentato, un numero può sempre essere scritto in **forma polinomiale** che mette in evidenza il significato delle cifre all'interno del numero:

- $27_{\text{dieci}} = 7 \cdot 10^0 + 2 \cdot 10^1$
- $201_{\text{cinque}} = 1 \cdot 5^0 + 0 \cdot 5^1 + 2 \cdot 5^2$
- $1011_{\text{due}} = 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^3$
- $3AB_{\text{sedici}} = B \cdot 16^0 + A \cdot 16^1 + 3 \cdot 16^2$

La forma polinomiale consente di passare rapidamente da una base qualsiasi alla base dieci: basta sviluppare il calcolo delle potenze rappresentate dalle diverse basi considerandole come numeri in base dieci. Per i precedenti numeri si ha che:

- $27_{\text{dieci}} = 7 \cdot 10^0 + 2 \cdot 10^1 = 27$
- $201_{\text{cinque}} = 1 \cdot 5^0 + 0 \cdot 5^1 + 2 \cdot 5^2 = 51$
- $1011_{\text{due}} = 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^3 = 11$
- $3AB_{\text{sedici}} = B \cdot 16^0 + A \cdot 16^1 + 3 \cdot 16^2 = 11 \cdot 16^0 + 10 \cdot 16^1 + 3 \cdot 16^2 = 939$

★ Il passaggio dalla base dieci ad un'altra base b si effettua mediante successive divisioni intere per b prendendo i resti di tali divisioni in senso inverso:

27_{dieci} → base quattro → $27_{\text{dieci}} = 123_{\text{quattro}}$

operazioni	quozienti	resti
$27 : 4$	6	3 ↑
$6 : 4$	1	2 ↑
$1 : 4$	0	1 ↑

ESERCIZI DI CONSOLIDAMENTO

1 Indica quali dei seguenti numeri hanno significato nella base indicata:

 1011_{due} 5304_{due} 5143_{due} $A2C_{\text{due}}$ 101_{tre}

2 Scrivi i seguenti numeri in forma polinomiale:

 302_{quattro} 1101_{due} 728_{dieci} 413_{cinque} 1732_{otto}

Converti i seguenti numeri da base dieci a base due:

3 195 156 262 177 71 [11000011; 10011100; 100000110; 10110001; 1000111]

4 225 296 196 184 101 [11100001; 100101000; 11000100; 10111000; 1100101]

5 102 73 142 294 275 [1100110; 1001001; 10001110; 100100110; 100010011]

6 70 99 48 274 108 [1000110; 1100011; 110000; 100010010; 1101100]

7 121 146 203 163 237 [1111001; 10010010; 11001011; 10100011; 11101101]

Converti i seguenti numeri da base dieci a base sette:

8 878 48 861 [2363; 66; 2340]

9 502 7 406 [1315; 10; 1120]

10 242 411 721 [464; 1125; 2050]

11 854 690 317 [2330; 2004; 632]

12 660 9 249 [1632; 12; 504]

Converti i seguenti numeri da base dieci a base otto:

13 586 288 177 366 [1112; 440; 261; 556]

14 475 727 822 1 [733; 1327; 1466; 1]

15	384	545	961	888	[600; 1041; 1701; 1570]
16	898	115	783	660	[1602; 163; 1417; 1224]
17	962	700	790	653	[1702; 1274; 1426; 1215]

Converti i seguenti numeri da base dieci a base sedici:

18	3418	5632	2984	7330	[D5A; 1600; BA8; 1CA2]
19	6493	1940	5773	4148	[195D; 794; 168D; 1034]
20	4926	13	6166	1468	[133E; D; 1816; 5BC]
21	8873	3730	5193	5090	[22A9; E92; 1449; 13E2]
22	2703	8967	784	3191	[A8F; 2307; 310; C77]

Dati i seguenti numeri in base dieci, convertili nella base indicata:

23	131 → base 15	19 → base 3	517 → base 3	906 → base 11	[8B _{quindici} ; 201 _{tre} ; 201011 _{tre} ; 754 _{undici}]
24	709 → base 12	764 → base 8	889 → base 8	881 → base 13	[4B1 _{dodici} ; 1374 _{otto} ; 1571 _{otto} ; 52A _{tredici}]
25	927 → base 4	463 → base 4	116 → base 2	312 → base 15	[32133 _{quattro} ; 13033 _{quattro} ; 1110100 _{due} ; 15C _{quindici}]

Converti i seguenti numeri in base dieci:

26	26A _{quindici}	3233 _{quattro}	13332 _{quattro}	79 _{dodici}	[550; 239; 510; 93]
27	603 _{dodici}	31101 _{quattro}	1110100010 _{due}	110111000 _{due}	[867; 849; 930; 440]
28	2240 _{cinque}	4B _{sedici}	111110 _{due}	3B5 _{tredici}	[320; 75; 62; 655]
29	12031 _{quattro}	235 _{otto}	633 _{undici}	1402 _{sei}	[397; 157; 762; 362]
30	1065 _{otto}	1011100101 _{due}	501 _{quattordici}	60A _{undici}	[565; 741; 981; 736]
31	542 _{tredici}	22C _{quindici}	148 _{tredici}	1111001001 _{due}	[899; 492; 229; 969]
32	8A _{dodici}	571 _{undici}	1BB _{quattordici}	3421 _{cinque}	[106; 683; 361; 486]
33	2B5 _{tredici}	101101011 _{due}	2D0 _{quindici}	540 _{sei}	[486; 363; 645; 204]
34	447 _{undici}	3443 _{cinque}	110000101 _{due}	582 _{nove}	[535; 498; 389; 479]
35	122000 _{tre}	1A4 _{tredici}	435 _{undici}	20120 _{tre}	[459; 303; 522; 177]
36	110122 _{tre}	5A4 _{tredici}	10240 _{cinque}	4230 _{cinque}	[341; 979; 695; 565]
37	1082 _{nove}	161 _{sette}	4302 _{cinque}	3533 _{sei}	[803; 92; 577; 849]
38	3B1 _{dodici}	187 _{nove}	55B _{dodici}	10111 _{cinque}	[565; 160; 791; 656]
39	1120 _{quattro}	141 _{quindici}	1D4 _{sedici}	1321 _{quattro}	[88; 286; 468; 121]
40	4151 _{sei}	11332 _{cinque}	291 _{quattordici}	1C0 _{quindici}	[931; 842; 519; 405]

ESERCIZI DI APPROFONDIMENTO

Trasforma i seguenti numeri dalla base due alle basi otto e sedici senza passare attraverso la base dieci.

1 ESERCIZIO SVOLTO

111010_{due}

- in base otto: raggruppiamo le sue cifre a tre a tre a partire da destra: $111\ 010$

Il numero in base dieci che corrisponde a ciascuna terna è minore di 8 e rappresenta la cifra in questa base che corrisponde alla terna:

$$111 \rightarrow 7 \quad 010 \rightarrow 2$$

In definitiva: $111010_{\text{due}} = 72_{\text{otto}}$

- in base sedici: raggruppiamo le sue cifre a quattro a quattro a partire da destra: $11\ 1010$

Il numero in base dieci che corrisponde a ciascuna quaterna è minore di 16 e rappresenta la cifra in questa base che corrisponde alla quaterna:

$$11 \rightarrow 3 \quad 1010 \rightarrow A$$

In definitiva: $111010_{\text{due}} = 3A_{\text{sedici}}$

2 a. 10111_{due} b. 1110111_{due} c. 10011001_{due} [a. $27_{\text{otto}}; 17_{\text{sedici}}$; b. $167_{\text{otto}}; 77_{\text{sedici}}$; c. $231_{\text{otto}}; 99_{\text{sedici}}$]

3 a. 101010_{due} b. 1100111_{due} c. 10111001_{due} [a. $52_{\text{otto}}; 2A_{\text{sedici}}$; b. $147_{\text{otto}}; 67_{\text{sedici}}$; c. $271_{\text{otto}}; B9_{\text{sedici}}$]

4 a. 1100110_{due} b. 100011_{due} c. 1011101_{due} [a. $146_{\text{otto}}; 66_{\text{sedici}}$; b. $43_{\text{otto}}; 23_{\text{sedici}}$; c. $135_{\text{otto}}; 5D_{\text{sedici}}$]

Esegui le seguenti operazioni nelle basi indicate:

5 ESERCIZIO SVOLTO

a. $1011_{\text{due}} + 110_{\text{due}}$ b. $11001_{\text{due}} - 1110_{\text{due}}$

- a. Scriviamo i numeri in colonna e teniamo presente che
 $0 + 0 = 0$ $1 + 0 = 0 + 1 = 1$ $1 + 1 = 10$
 (cioè 0 con riporto di 1)

$$\begin{array}{r} 1011 + \\ 110 = \\ \hline 111 \quad \leftarrow \text{riga dei riporti} \\ 10001 \end{array}$$

- b. Scriviamo i numeri in colonna e teniamo presente che
 $0 - 0 = 0$ $1 - 0 = 1$ $10 - 1 = 1$
 (cioè quando si deve sottrarre 1 da 0 si deve prelevare una coppia dalle unità di ordine superiore; nella riga dei prestiti scriveremo 2)

$$\begin{array}{r} 02 \\ 12 \quad \leftarrow \text{righe dei prestiti} \\ \cancel{1}\cancel{1}\cancel{0}\cancel{0}1 - \\ \hline 1110 = \\ 1011 \end{array}$$

6 in base due:

a. $1111 + 110$

b. $1011 + 10$

c. $10101 + 100$

d. $11101 + 1100$

[10101; 1101; 11001; 101001]

- 7** in base due:
 a. $110111 + 10011$ b. $10011 + 10111$ c. $10000 + 11111$ d. $1101 + 1101$
 [1001010; 101010; 101111; 11010]
- 8** in base sedici:
 a. $2AC + 80B$ b. $10C + BB3$ c. $2A03 + F12$ d. $105A + 72BD$
 [AB7; CBF; 3915; 8317]
- 9** in base due:
 a. $111 - 11$ b. $1010 - 10$ c. $10110 - 111$ d. $10001 - 101$
 [100; 1000; 1111; 1100]
- 10** in base due:
 a. $1001 - 110$ b. $11000 - 1111$ c. $110001 - 11011$ d. $11001 - 10011$
 [11; 1001; 10110; 110]
- 11** in base sedici:
 a. $A02C - BF1$ b. $2537 - BC2$ c. $9FC3 - AAA$ d. $B038 - 24CD$
 [943B; 1975; 9519; 8B6B]

12 **ESERCIZIO SVOLTO**

a. $1101 \cdot 110$ b. $11011 : 11$

a. La moltiplicazione si esegue tenendo presente che

$1 \cdot 1 = 1$	$1 \cdot 0 = 0$	$0 \cdot 1 = 0$	$0 \cdot 0 = 0$
-----------------	-----------------	-----------------	-----------------

b. $\begin{array}{r|l} \widehat{11011} & 11 \\ -11 & 1001 \\ \hline 00 & \\ -00 & \\ \hline 01 & \\ -00 & \\ \hline 11 & \\ -11 & \\ \hline 0 & \end{array}$

$$\begin{array}{r} 1101 \cdot \\ 110 = \\ \hline 0000 \\ 1101- \\ 1101- \\ \hline 1001110 \end{array}$$

- 13** in base due:
 a. $11 \cdot 10$ b. $101 \cdot 11$ c. $1010 \cdot 101$ d. $1110 \cdot 110$
 [110; 1111; 110010; 1010100]
- 14** in base otto:
 a. $32 \cdot 16$ b. $217 \cdot 25$ c. $46 \cdot 163$ d. $231 \cdot 243$
 [554; 5673; 10422; 60553]
- 15** in base due:
 a. $100 : 10$ b. $1001 : 11$ c. $101101 : 1001$ d. $1111101 : 101$
 [10; 11; 101; 11001]
- 16** in base due:
 a. $11010 : 10$ b. $101100 : 100$ c. $1111110 : 110$ d. $100011 : 101$
 [1101; 1011; 10101; 111]