

LA MATEMATICA DEL CERTO E DEL PROBABILE

PREREQUISITI

- conoscere le proprietà delle quattro operazioni
- svolgere calcoli a mente ed in colonna con le quattro operazioni
- calcolare rapporti e proporzioni
- conoscere e costruire tabelle semplici e multiple a doppia entrata

CONOSCENZE

1. il significato di evento casuale
2. la definizione classica di probabilità
3. il significato di eventi impossibili, certi, incerti, compatibili e incompatibili, complementari, dipendenti e indipendenti
4. la definizione frequentista e soggettiva di probabilità
5. le fasi di una ricerca statistica
6. i vari tipi di rappresentazione grafica

ABILITÀ

- A. calcolare la probabilità matematica di eventi semplici, composti, incompatibili, compatibili applicando la definizione classica
- B. calcolare la probabilità di eventi semplici applicando le definizioni frequentista e soggettiva
- C. tabulare i dati in tabelle
- D. rappresentare i dati mediante i vari tipi di diagramma

PER RICORDARE

Il calcolo delle probabilità:

1. un evento E si dice **casuale** o **aleatorio**, quando il suo verificarsi dipende unicamente dal caso;
2. un evento si dice **certo** quando è possibile stabilire con assoluta certezza il suo verificarsi;
3. un evento si dice **impossibile** quando non potrà mai realizzarsi;
4. la **probabilità (definizione classica)** $p(E)$ di un evento E è data dal rapporto fra il numero f di casi favorevoli all'evento e il numero complessivo n dei casi possibili. In simboli: $p(E) = \frac{f}{n}$.

La probabilità di un evento **certo** è uguale a **1**, di un evento **impossibile** è uguale a **0** e di un evento **aleatorio** qualsiasi è un numero compreso tra 0 e 1, cioè $0 \leq p \leq 1$;
5. la **probabilità totale di due o più eventi incompatibili** è uguale alla somma delle probabilità di ciascun evento;
6. la **probabilità totale di due eventi compatibili** è uguale alla somma delle probabilità di ciascun evento diminuita della probabilità comune ai due eventi;
7. due eventi sono **complementari** quando il verificarsi di uno esclude il verificarsi dell'altro ma sicuramente uno dei due eventi si verificherà;
8. la **probabilità di un evento composto** E , costituito da due eventi E_1 e E_2 fra loro **indipendenti**, si ottiene effettuando il prodotto delle probabilità di ciascun evento e viene chiamata anche **probabilità composta**;
9. la **probabilità di un evento composto** E costituito da due eventi E_1 e E_2 fra loro **dipendenti**, si ottiene effettuando il prodotto della probabilità di E_1 per la probabilità condizionata di E_2 ;

10. la **probabilità (definizione frequentista)** di un evento E in un esperimento è il valore della frequenza relativa di E cioè $p(E) = \text{frequenza assoluta} : n^\circ \text{ prove}$;
11. la **probabilità (definizione soggettiva)** di un evento E è il rapporto fra il prezzo P che si è disposti a pagare e la somma S che si ritiene di dover avere in cambio se l'evento si verifica.

La statistica:

12. la **statistica** è quella disciplina che si occupa della raccolta di dati quantitativi relativi a diversi fenomeni, della loro elaborazione, e quindi del loro utilizzo a fini di conoscenza o azione;
13. il **carattere** di una indagine statistica è ogni aspetto di un fenomeno collettivo che si vuole analizzare;
14. un carattere si dice **qualitativo** quando è espresso da un nome o da un aggettivo;
15. un carattere si dice **quantitativo** quando è espresso da un numero; in particolare è **discreto** se i valori sono un numero finito o comunque sono numeri naturali, è **continuo** se è costituito da tutti i numeri reali di un intervallo;
16. la **popolazione** è l'insieme degli individui cui ci rivolgiamo per prendere informazioni circa il carattere da indagare. Ogni elemento della popolazione si chiama **unità statistica**;
17. la **modalità** è ogni possibile valore dato dall'unità statistica al carattere preso in esame;
18. i dati possono essere raccolti con modalità diverse: il **censimento** che riguarda l'universo della popolazione e il **rilevamento per campione** che riguarda un gruppo della popolazione;
19. la **frequenza assoluta** è il numero di dati che presentano una certa modalità del carattere osservato;
20. la **frequenza relativa** si ottiene calcolando il quoziente fra la frequenza assoluta e il numero totale delle osservazioni;
21. la **frequenza percentuale** si ottiene moltiplicando per 100 la frequenza relativa.

I grafici:

22. i **grafici** e i **diagrammi** ci aiutano a capire più rapidamente cosa significhino tanti numeri relativi a fatti e fenomeni della realtà che ci circonda;
23. gli **istogrammi** rappresentano i valori che un certo numero di grandezze assumono in un certo momento, oppure in momenti diversi;
24. gli **areogrammi** rappresentano come un certo totale può essere ripartito fra le sue componenti;
25. gli **ideogrammi** rappresentano l'andamento di un fenomeno mediante l'uso di immagini, o simboli, ciascuno dei quali riproduce schematicamente gli oggetti di cui ci stiamo occupando;
26. i **diagrammi cartesiani** rappresentano graficamente l'andamento di una grandezza in funzione di un'altra.

ESERCIZI DI CONOSCENZA

- 1 Un evento si dice aleatorio se:
- probabilmente si verifica;
 - il suo verificarsi dipende solo dal caso;
 - si verifica sicuramente.

- 2 La probabilità classica p di un evento E è data dalla formula:

a. $p(E) = \frac{f}{n} \Rightarrow$ con n casi possibili e f casi favorevoli all'evento;

b. $p(E) = \frac{n}{f} \Rightarrow$ con n casi possibili e f casi favorevoli all'evento;

c. $p(E) = \frac{1}{f} \Rightarrow$ con f casi favorevoli all'evento.

- 3** Completa le seguenti proprietà:
- la probabilità di un evento certo è sempre uguale a
 - la probabilità di un evento impossibile è sempre uguale a
- 4** Tra quali numeri è compresa la probabilità di un evento aleatorio qualsiasi?
- 5** Completa le seguenti frasi:
- due eventi si dicono incompatibili quando il verificarsi del primo il verificarsi del secondo, ovvero i due eventi verificarsi
 - la probabilità totale di due o più eventi incompatibili è uguale delle probabilità di ciascun evento.
- 6** Due eventi si dicono compatibili quando:
- il verificarsi del secondo non esclude il verificarsi del primo;
 - il verificarsi del primo esclude il verificarsi del secondo;
 - il verificarsi del primo non esclude il verificarsi del secondo.
- 7** Con quale formula si calcola la probabilità totale di due eventi compatibili?
- $p_t = p_1 + p_2$;
 - $p_t = p_1 + p_2 - p_c$;
 - $p_t = p_1 + p_2 + p_c$.
- 8** Completa le seguenti definizioni:
- due eventi si dicono complementari quando il verificarsi del primo il verificarsi del secondo, ma sicuramente
 - la probabilità inversa di un evento p è la probabilità che p
- 9** La somma delle probabilità di due eventi complementari è sempre uguale a:
- 1;
 - 0;
 - non si può sapere.
- 10** Completa le seguenti frasi:
- due eventi E_1 e E_2 si dicono dipendenti se il verificarsi modifica la probabilità
 - la probabilità composta di due eventi dipendenti si ottiene moltiplicando per la probabilità condizionata
 - sia n il numero di prove eseguite, tutte uguali e nelle medesime condizioni, ed f il numero degli esiti favorevoli, la probabilità frequentista $p(E)$ di un evento E è data fra
 - se sottoponiamo un evento casuale ad un numero di prove, mantenendo sempre le condizioni iniziali, otteniamo una frequenza che si alla; aumentando il numero di prove, la tende a coincidere sempre più con la
 - la probabilità soggettista $p(E)$ di un evento E è il rapporto tra il P che un individuo è disposto a pagare e la S che vuole ricevere nel caso si verifichi l'evento.
- 11** Completa la seguente frase:
la statistica è quella disciplina che si occupa di dati quantitativi relativi, della loro elaborazione e quindi a fini di conoscenza o di azione.
- 12** Un carattere si dice qualitativo se:
- è espresso da un numero;
 - è espresso da un nome o un aggettivo;
 - è espresso da un numero un nome.
- 13** Completa le seguenti definizioni:
- l'insieme degli individui a cui ci rivolgiamo per prendere informazioni circa il carattere da indagare si chiama; ogni elemento della popolazione prende il nome di

- b. si chiama modalità ogni dato statistica preso in esame;
 c. la frequenza relativa si calcola eseguendo il quoziente tra la e il delle osservazioni.

- 14** Per calcolare la frequenza percentuale si deve:
 a. dividere per 100 la frequenza relativa;
 b. moltiplicare per 100 la frequenza relativa;
 c. moltiplicare per 100 la frequenza assoluta.
- 15** Elenca i possibili modi per rappresentare graficamente l'esito di un'indagine statistica.

ESERCIZI DI ABILITÀ ⇒ LIVELLO BASE *

1 *Esercizio Svolto*

La definizione classica della probabilità

Calcola la probabilità che lanciando un dado esca il numero 5, esprimendola in frazione, valore decimale e valore percentuale.

Svolgimento

Il dado ha sei facce quindi $n = 6$; l'evento: «esce il numero 5» ha una sola possibilità di verificarsi dunque $f = 1$; pertanto:

- a. p (valore frazione) = $\frac{1}{6}$;
 b. p (valore decimale) = $1 : 6 = 0,1666\dots = 0,1\bar{6}$;
 c. p (valore percentuale) = $0,166 \cdot 100\% = 16,6\%$.

- 2** Calcola la probabilità che da un mazzo di 40 carte venga estratto il 2 di denari, esprimendola in frazione, valore decimale e valore percentuale.
- 3** Calcola la probabilità che da un'urna contenente 10 palline rosse e 4 gialle si estraiga una pallina gialla.
- 4** Calcola la probabilità che da un mazzo di 54 carte si estraiga un jolly.
 (Suggerimento: ricorda che i jolly sono 2)

5 *Esercizio Svolto*

La probabilità totale

Calcola la probabilità totale nei seguenti casi:

- a. lanciando un dado si verifichi l'evento E_1 : «esce il numero 6» oppure l'evento E_2 : «esce un numero dispari»;
 b. estraendo una carta da un mazzo di 40 carte si verifichi l'evento E_1 : «esce una carta di coppe» oppure l'evento E_2 : «esce un fante».

Svolgimento

- a. Osserviamo che i due eventi sono incompatibili cioè non si possono verificare contemporaneamente; infatti il caso favorevole all'evento E_1 è il numero 6, mentre i casi favorevoli all'evento E_2 sono i numeri 1, 3 e 5. La probabilità totale di due eventi incompatibili si ottiene come somma delle probabilità dei singoli eventi:

$$p(E_1) = \frac{1}{6}; \quad p(E_2) = \frac{3}{6} \quad \text{pertanto} \quad p_t = p(E_1) + p(E_2) = \frac{1}{6} + \frac{3}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$$

b. Gli eventi sono compatibili cioè si possono verificare contemporaneamente; infatti il fante di coppe verifica entrambi gli eventi. La probabilità totale di due eventi compatibili si ottiene come somma delle probabilità dei singoli eventi diminuita della probabilità dell'evento comune:

$$p(E_1) = \frac{10}{40}; \quad p(E_2) = \frac{4}{40}; \quad p_c = \frac{1}{40}; \quad \text{pertanto } p(E_1) + p(E_2) - p_c = \frac{10}{40} + \frac{4}{40} - \frac{1}{40} = \frac{13}{40}.$$

6 Calcola la probabilità totale nei seguenti casi:

- lanciando un dado si verifichi l'evento E_1 : «esce il numero 2» oppure l'evento E_2 : «esce il un numero pari»;
- estraendo una carta da un mazzo di 40 carte si verifichi l'evento E_1 : «esce un tre» oppure l'evento E_2 : «esce un cinque».

7 *Esercizio Svolto*

La probabilità composta

Calcola la probabilità di estrarre un tre e una figura da un mazzo di 40 carte in successione e rimettendo la prima carta estratta nel mazzo. Come cambia il valore della probabilità se si effettua la seconda estrazione senza aver rimesso la prima carta estratta nel mazzo nell'ipotesi che alla prima estrazione non sia uscita una figura?

Svolgimento

Osserviamo che i due eventi E_1 : «estrarre un tre» ed E_2 : «estrarre una figura» sono indipendenti, cioè l'aver estratto un tre con la prima estrazione non condiziona l'estrazione di una figura nella seconda visto che la prima carta viene rimessa nel mazzo. La probabilità composta si calcola allora come prodotto delle due probabilità semplici:

$$p(E_1) = \frac{4}{40} = \frac{1}{10}; \quad p(E_2) = \frac{12}{40} = \frac{3}{10} \quad \text{pertanto} \quad p_c = p(E_1) \cdot p(E_2) = \frac{1}{10} \cdot \frac{3}{10} = \frac{3}{100}.$$

Se non si rimette la prima carta estratta nel mazzo, la probabilità dell'evento E_2 risulta condizionata dal fatto che nel mazzo sono rimaste 39 carte:

$$p(E_1) = \frac{4}{40} = \frac{1}{10}; \quad p(E_2) = \frac{12}{39} = \frac{4}{13} \quad \text{pertanto} \quad p_c = p(E_1) \cdot p(E_2) = \frac{1}{10} \cdot \frac{4}{13} = \frac{4}{130} = \frac{2}{65}.$$

8 Calcola la probabilità dei seguenti eventi:

- ottenere due numeri pari lanciando due volte il dado;
- estrarre la prima carta di cuori e la seconda di fiori da un mazzo di 40 carte, senza rimettere la prima carta estratta nel mazzo nell'ipotesi che alla prima estrazione non sia uscita una carta di fiori;
- estrarre due figure senza rimettere la prima carta estratta nel mazzo;
- estrarre due assi uguali rimettendo la prima carta estratta nel mazzo.

9 *Esercizio Svolto*

La definizione frequentista della probabilità

Lucia lancia 18 volte un dado ed ottiene i seguenti risultati: 2, 3, 5, 4, 2, 6, 1, 1, 4, 3, 5, 2, 2, 4, 6, 6, 3, 1. Qual è la probabilità che nel prossimo lancio esca un 2?

Svolgimento

Le prove eseguite sono i 18 lanci e la frequenza assoluta dell'evento «esce 2» è 4. La nostra aspettativa è allora che Lucia possa ottenere 2 nel prossimo lancio con probabilità pari a $p(E) = \frac{4}{18} = \frac{2}{9}$.

10 Marco lancia 20 volte un dado ed ottiene i seguenti risultati: T, C, T, C, C, T, C, T, C, C, T, C, T, C, T, C, T, T, C, C. Qual è la probabilità che nel prossimo lancio esca croce?

11 *Esercizio Svolto***La definizione soggettiva della probabilità**

Una persona scommette € 30 sulla vittoria di un amico in una gara di ciclismo con la speranza di vincere € 120. Qual è la probabilità di vincere che lo scommettitore attribuisce a quell'amico?

Svolgimento

Applichiamo la definizione di probabilità soggettiva: $p(E) = \frac{P}{S} = \frac{30}{120} = \frac{1}{4}$.

Pertanto la probabilità di vincere è $\frac{1}{4}$.

- 12** Luca scommette € 40 per averne in cambio € 50 nel caso in cui ottenga un ottimo risultato nel compito di italiano. Qual è la probabilità che Luca attribuisce all'evento?

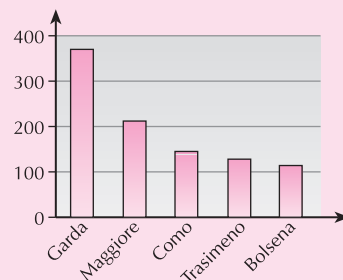
13 *Esercizio Svolto***La rappresentazione dei dati per mezzo di un istogramma**

Rappresenta con un istogramma i dati relativi alla seguente tabella che riporta l'estensione in km² dei principali laghi italiani:

Garda	370
Maggiore	212
Como	145
Trasimeno	128
Bolsena	114

Svolgimento

Stabiliamo di collocare in successione orizzontale i laghi, mentre i dati relativi all'estensione saranno sistemati in senso verticale. Per poter ottenere un istogramma facilmente comprensibile decidiamo di utilizzare la quadrettatura del piano (1 quadretto = 100 km²).



- 14** Rappresenta i dati della seguente tabella mediante un istogramma (censimento ISTAT del 2001).

Province della Puglia	Bari	Brindisi	Foggia	Lecce	Taranto
Popolazione residente	1 559 662	402 422	690 992	787 825	579 806

ESERCIZI DI ABILITÀ ⇒ LIVELLO MEDIO ****1** *Esercizio Guidato***La definizione classica della probabilità**

Da un'urna contenente 10 palline rosse, 5 verdi e 12 blu si estrae una pallina. Calcola la probabilità che sia rossa esprimendola in frazione, valore decimale e valore percentuale.

Svolgimento

L'urna contiene + + = palline, quindi $n = 27$; il nostro evento ha possibilità di verificarsi dunque $f = \dots\dots\dots$; pertanto:

- a. p (valore frazione) = $\frac{10}{\dots}$;
- b. p (valore decimale) = $10 : \dots = 0,\overline{370}$;
- c. p (valore percentuale) = $0,\overline{370} \cdot \dots = \dots\%$.

- 2 Calcola la probabilità che da un mazzo di 40 carte venga estratto un re, esprimendola in frazione, valore decimale e valore percentuale.

3 *Esercizio Guidato*

La probabilità totale di due eventi incompatibili

Calcola la probabilità che estraendo una carta da un mazzo di 40 carte esca un tre o un cinque.

Svolgimento

La probabilità che esca un 3 è $p_1 = \frac{\dots}{\dots} = \dots$; la probabilità che esca un 5 è $p_2 = \frac{4}{\dots} = \dots$

Essendo i due eventi incompatibili, la probabilità totale è $p_t = p_1 + p_2 = \dots + \dots = \dots = \frac{1}{5}$.

- 4 Calcola la probabilità che estraendo una pallina da un'urna contenente 14 palline verdi, 5 rosse e 3 gialle, esca indifferentemente una pallina rossa o gialla.

5 *Esercizio Guidato*

La probabilità totale di due eventi compatibili

Calcola la probabilità che lanciando un dado esca un numero divisibile per tre o un numero pari.

Svolgimento

I due eventi E_1 : «esce un numero divisibile per tre» ed E_2 : «esce un numero pari» sono due eventi compatibili, infatti può succedere che esca il numero....., che è pari e divisibile per tre.

La probabilità $p_1 = \frac{2}{\dots} = \frac{1}{\dots}$ (legata ai numeri 3,), la probabilità che esca un numero pari è

$p_2 = \frac{3}{\dots} = \frac{1}{\dots}$ (legata ai numeri 2, 4, 6), la probabilità dell'evento comune $p_c = \frac{1}{6}$ (legata al numero 6).

Allora la probabilità totale è $p_t = p_1 + p_2 - p_c = \dots + \dots - \dots = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

- 6 Calcola la probabilità che estraendo una carta da un mazzo di 40 carte esca un tre o una carta di denari.

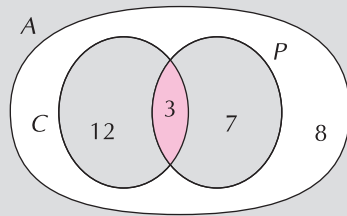
- 7 In un sacchetto ci sono 20 bussolotti contrassegnati da un numero da 1 a 20. Calcola la probabilità che estraendo un bussolotto sia estragga un multiplo di 2 o di 3.

8 *Esercizio Guidato*

La rappresentazione mediante i diagrammi di Eulero-Venn

In un gruppo di 30 amici, 15 giocano a calcio, 10 giocano a pallavolo e 3 praticano entrambi gli sport. Rappresenta questa situazione mediante un diagramma di Eulero-Venn e calcola la probabilità che un amico scelto a caso:

- a. giochi a calcio;
 b. non giochi a pallavolo;
 c. non pratichi sport.

Svolgimento

Rappresentiamo la situazione descritta con un diagramma chiamando A lo spazio campionario (insieme di tutti gli amici del gruppo), C l'insieme degli amici che giocano a calcio e P l'insieme di quelli che giocano a pallavolo e segnalando all'interno degli insiemi il numero degli elementi che contengono.

a. $p(C) = \frac{\dots}{30} = \frac{\dots}{\dots}$

b. $p(\text{non } P) = 1 - \frac{\dots}{30} = 1 - \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$

c. $p(\text{non } C \cup P) = 1 - p(C \cup P) = 1 - [p(C) + p(P) - p(C \cap P)] = 1 - \left(\frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} - \frac{\dots}{\dots} \right) = 1 - \frac{22}{30} = \frac{4}{15}$

È molto più semplice, dopo aver rappresentato la situazione, osservare che il numero di alunni che non pratica i due sport è 8 e che quindi questo è il numero dei casi a noi favorevoli.

- 9** In un gruppo di 24 ragazzi, 15 ascoltano la musica rock, 5 ascoltano la musica classica e 2 ascoltano tutti e due i tipi di musica. Rappresenta questa situazione mediante un diagramma di Eulero-Venn e calcola la probabilità che un ragazzo scelto a caso:

- ascolti la musica classica;
- non ascolti la musica rock;
- non ascolti musica rock o classica.

10 *Esercizio Guidato***La probabilità composta**

Calcola la probabilità di estrarre da un mazzo di 40 carte, in successione e rimettendo la carta estratta nel mazzo, un cinque di coppe e una carta di picche.

Svolgimento

Dobbiamo calcolare la probabilità di due eventi semplici e indipendenti:

- la probabilità di estrarre il cinque di coppe è $p_1 = \frac{\dots}{40}$;
- la probabilità di estrarre una carta di picche è $p_2 = \frac{10}{\dots} = \frac{1}{\dots}$.

La probabilità dell'evento composto è $p_c = p_1 \cdot p_2 = \dots \cdot \dots = \frac{1}{160}$.

- 11** Calcola la probabilità che lanciando due volte un dado esca entrambe le volte un tre.

12 *Esercizio Guidato***La probabilità composta**

Calcola la probabilità che da un mazzo di 40 carte si estraggano in successione e rimettendo le carte estratte nel mazzo prima un re poi una carta di fiori.

Svolgimento

I due eventi proposti sono dipendenti dobbiamo pertanto calcolare:

- la probabilità che la prima carta estratta sia un re $p(E_1) = \frac{\dots}{40} = \dots$;

- la probabilità che la seconda carta sia di fiori è $p(E_2) = \frac{\dots}{40} = \dots$

La probabilità dell'evento composto è $p_c = p(E_1) \cdot p(E_2) = \dots \cdot \dots = \dots$

- 13** Calcola la probabilità che estraendo da un mazzo di 40 carte due carte, senza rimettere la prima nel mazzo, siano un tre e una figura.

14 *Esercizio Guidato*

La definizione soggettiva della probabilità

Luca giocando con un videogame ottiene i seguenti punti: 250, 140, 135, 145, 250, 145, 140, 250, 140, 120, 145, 140, 140, 140, 250, 250, 145, 135, 120, 135. Qual è la probabilità che nella prossima partita ottenga un punteggio superiore a 130?

Svolgimento

Il numero di prove eseguite coincide con il numero di partite:

Il numero di partite in cui Luca ottiene un punteggio superiore a 130 è

La probabilità che Luca possa ottenere un punteggio superiore a 130 nella prossima partita è data dal rapporto $\frac{18}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$.

- 15** Matteo, nel gioco delle freccette, totalizza i seguenti punti: 25, 25, 50, 30, 25, 25, 30, 35, 35, 25, 50, 35, 25, 30, 30, 50. Qual è la probabilità che nel prossimo lancio totalizzi 25 punti?

16 *Esercizio Guidato*

La definizione soggettiva della probabilità

Paolo scommette € 30 per riceverne in cambio € 50 nel caso in cui un suo amico riesca a saltare un metro e mezzo nel salto in alto. Qual è la probabilità che Paolo attribuisce all'evento?

Svolgimento

Applichiamo la definizione di probabilità soggettiva: $p(E) = \frac{P}{\dots} = \frac{30}{\dots} = \frac{\dots}{5}$.

- 17** Giulio è disposto a pagare € 40 per riceverne € 120 nel caso in cui suo padre vinca l'incontro di tennis con suo zio. Qual è la probabilità che Paolo attribuisce all'evento?

18 *Esercizio Guidato*

La frequenza assoluta, relativa e percentuale

Un concerto di musica classica ha avuto i seguenti spettatori suddivisi per nazionalità: italiani 300; francesi 85; spagnoli 60; inglesi 65. Calcola la frequenza relativa e percentuale degli spettatori.

Svolgimento

Il totale delle persone presenti al concerto è dato da $T = 300 + \dots + 60 + \dots = 510$.

Ricordando che la frequenza relativa è il quoziente tra la frequenza assoluta e il numero totale delle persone si ottiene:

$$\text{Frequenza relativa italiani} = \frac{300}{\dots} = \frac{10}{17} = 0,59;$$

$$\text{Frequenza relativa francesi} = \frac{85}{\dots} = \frac{1}{\dots} = 0,1\bar{6};$$

$$\text{Frequenza relativa spagnoli} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} = \dots;$$

$$\text{Frequenza relativa inglesi} = \frac{65}{\dots} = \frac{\dots}{102} = \dots$$

Il totale delle frequenze relative dà 1.

Ricordando che la frequenza percentuale si ottiene moltiplicando per cento la frequenza relativa, otteniamo:

$$\text{Frequenza percentuale italiani} = 0,59 \cdot \dots = 59\%;$$

$$\text{Frequenza percentuale francesi} = 0,1\bar{6} \cdot \dots = 16,6\%;$$

$$\text{Frequenza percentuale spagnoli} = \dots \cdot \dots = \dots\%;$$

$$\text{Frequenza percentuale inglesi} = \dots \cdot \dots = \dots\%.$$

Il totale delle frequenze percentuali è 100%.

- 19** Completa la seguente tabella relativa al tipo di frutta venduta da un fruttivendolo settimanalmente.

Modalità	Frequenza assoluta (kg)	Frequenza relativa	Frequenza percentuale
Pesca	130
Uva	40
Mela	150
Pera	80
Totale

- 20** Costruisci il diagramma cartesiano relativo alla seguente tabella che esprime l'andamento della temperatura corporea di un malato nel corso delle varie ore di una giornata.

Ore	09,00	11,00	13,00	15,00	17,00	19,00	21,00
t in °C	38,50	37,50	37,40	38,10	37,90	38,40	37,30

ESERCIZI DI ABILITÀ ⇒ LIVELLO AVANZATO ***

- Calcola la probabilità che lanciando un dado esca un numero divisibile per 5 o un multiplo di 3.
- Calcola la probabilità che estraendo da un mazzo di 40 carte una carta questa sia di coppe o un fante.
- Da un'urna contenente 10 palline verdi, 6 rosse e 3 gialle si estraggono due palline, rimettendo di volta in volta la pallina nell'urna. Calcola la probabilità che le palline estratte siano la prima gialla e la seconda verde.
- Qual è la probabilità di estrarre, nel gioco della tombola, con le prime due estrazioni prima il tre e poi il venti?
- Si estrae una carta da un mazzo di 40 carte e, dopo averla inserita, si estrae una seconda carta. Calcola la probabilità che le carte estratte siano:
 - la prima una figura e la seconda un 3;
 - la prima un re e la seconda un 5.
- Considera l'esercizio precedente e calcola i valori di probabilità se, nei due casi, la carta estratta non viene inserita nel mazzo.

- 7** Qual è la probabilità che nel gioco del Lotto, alla prima estrazione sulla ruota di Roma, si ottenga un numero maggiore di 20 oppure divisibile per 10.
- 8** Da un'urna contenente 10 palline verdi, 10 rosse e 10 blu, si estraggono in successione, rimettendo di volta in volta la pallina nell'urna, 20 palline. I risultati ottenuti sono i seguenti: V; V; B; R; V; B; R; B; V; R; R; R; V; B; B; V; V; R; R; B. Calcola la probabilità di estrarre una pallina blu usando sia la definizione classica di probabilità sia la definizione frequentista.
- 9** Vengono rilevati i numeri di scarpe degli alunni di una classe e si ottengono i seguenti risultati: 39; 37; 37; 39; 35; 37; 40; 39; 39; 40; 37; 38; 39; 38; 35; 36; 37; 37; 39; 40; 39; 40; 39; 39. Calcola le frequenze assolute, relative e percentuali.
- 10** I seguenti dati rappresentano il peso (in kg) dei 20 alunni di una classe raccolti in ordine alfabetico: 40, 45, 44, 48, 44, 45, 39, 41, 41, 45, 41, 45, 40, 45, 48, 45, 44, 45, 41, 44. Sistema i dati in una tabella, calcola le frequenze assolute e percentuali e rappresentali con un istogramma.
- 11** Da un'indagine effettuata su un campione di popolazione adulto maschile, sono stati registrati 488 uomini sposati, 306 celibi, 87 divorziati e 119 separati. Rappresenta i dati con il grafico che ritieni più corretto.

SOLUZIONE DEGLI ESERCIZI

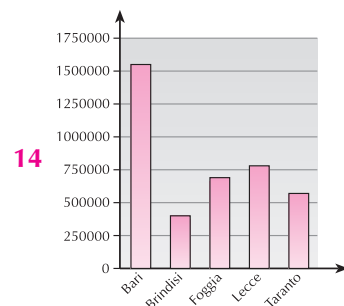
VALUTAZIONE DEGLI ESERCIZI DI CONOSCENZA

- 1 b.** **2 a.** **3 a. 1; b. 0.**
4 è sempre compresa tra 0 e 1. **5 a.** esclude, non possono, contemporaneamente; **b.** alla somma.
6 c. **7 b.**
8 a. esclude, uno dei due si verificherà; **b.** non si verifichi. **9 a.**
10 a. dell'evento E_1 , del verificarsi di E_2 ; **b.** la probabilità del primo evento, del secondo evento; **c.** dal rapporto, f e n ; **d.** elevato, avvicina molto, probabilità teorica, frequenza, probabilità teorica; **e.** prezzo, somma.
11 della raccolta, a diversi fenomeni, del loro utilizzo. **12 b.**
13. a. popolazione, unità statistica; **b.** possibile valore, dall'unità, al carattere; **c.** frequenza assoluta, numero totale.
14 b.
15 istogramma, areogramma, ideogramma, cartogramma, diagramma cartesiano.

VALUTAZIONE DEGLI ESERCIZI DI ABILITÀ: LIVELLO BASE

2 $\frac{1}{40}$; 0,025; 2,5%. **3** $\frac{2}{7}$. **4** $\frac{1}{27}$. **5 a.** $\frac{1}{2}$; **b.** $\frac{1}{5}$.

8 a. $\frac{1}{4}$; **b.** $\frac{5}{78}$ **c.** $\frac{11}{130}$; **d.** $\frac{1}{400}$. **10** $\frac{11}{20}$. **12** $\frac{4}{5}$.



VALUTAZIONE DEGLI ESERCIZI DI ABILITÀ: LIVELLO MEDIO

1 $10 + 5 + 12 = 27$; 10 ; $f = 10$; a. $p = \frac{10}{27}$; b. $p = 10 : 27 = 0,370$; c. $0,370 \cdot 100 = 37,037\%$.

2 $\frac{1}{10}$; $0,1$; 10% . 3 $p_1 = \frac{4}{40} = \frac{1}{10}$; $p_2 = \frac{4}{40} = \frac{1}{10}$; $p_t = p_1 + p_2 = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{1}{5}$.

4 $\frac{4}{11}$.

5 sei; $p_1 = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ (legata ai numeri 3 e 6); $p_2 = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$; $p_t = p_1 + p_2 - p_c = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

6 $\frac{13}{40}$. 7 $\frac{13}{20}$.

8 $p(C) = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$; $p(\text{non } P) = 1 - \frac{10}{30} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$; $p(\text{non } C \cup P) = 1 - \left(\frac{15}{30} + \frac{10}{30} - \frac{3}{30}\right) = 1 - \frac{22}{30} = \frac{4}{15}$.

9 a. $\frac{5}{24}$; b. $\frac{3}{8}$; c. $\frac{1}{4}$. 10 $p_1 = \frac{1}{40}$; $p_2 = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$; $p_c = p_1 \cdot p_2 = \frac{1}{40} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{160}$.

11 $\frac{1}{36}$. 12 $p(E_1) = \frac{4}{40} = \frac{1}{10}$; $p(E_2) = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$; $p_c = p(E_1) \cdot p(E_2) = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{40}$.

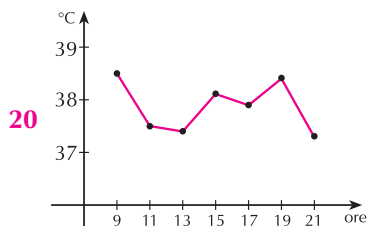
13 $\frac{2}{65}$. 14 20 ; 18 ; $\frac{18}{20} = \frac{9}{10}$.

15 $\frac{3}{8}$. 16 $p(E) = \frac{P}{S} = \frac{30}{50} = \frac{3}{5}$. 17 $\frac{1}{3}$.

18 $T = 300 + 85 + 60 + 65 = 510$; $= \frac{300}{510} = \frac{10}{17} = 0,59$; $= \frac{85}{510} = \frac{1}{6} = 0,1\bar{6}$; $= \frac{60}{510} = \frac{2}{17} = 0,12$;
 $= \frac{65}{510} = \frac{13}{102} = 0,13$; $= 0,59 \cdot 100 = 59\%$; $= 0,1\bar{6} \cdot 100 = 16,6\%$; $= 0,12 \cdot 100 = 12\%$;
 $= 0,13 \cdot 100 = 13\%$.

19

Modalità	Frequenza assoluta (kg)	Frequenza relativa	Frequenza percentuale
Pesca	130	0,325	32,5%
Uva	40	0,1	10%
Mela	150	0,375	37,5%
Pera	80	0,2	20%
Totale	400	1	100%



VALUTAZIONE DEGLI ESERCIZI DI ABILITÀ: LIVELLO AVANZATO

1 $\frac{1}{2}$. 2 $\frac{13}{40}$. 3 $\frac{30}{361}$.

4 $\frac{1}{8010}$. 5 a. $\frac{3}{100}$; b. $\frac{1}{100}$.

6 a. $\frac{3}{130}$ se nella prima estrazione è uscito un 3; $\frac{2}{65}$ se nella prima estrazione non è uscito un 3;

b. $\frac{1}{130}$ se nella prima estrazione è uscito un 5; $\frac{2}{195}$ se nella prima estrazione non è uscito un 5.

7 $\frac{4}{5}$.

8 $\frac{1}{3}$; $\frac{3}{10}$.

9

Modalità	Frequenza assoluta	Frequenza relativa	Frequenza percentuale
35	2	0,0833	8,33%
36	1	0,0417	4,17%
37	6	0,25	25%
38	2	0,0833	8,33%
39	9	0,375	37,5%
40	4	0,1667	16,67%
Totale	24	1	100%

10

Modalità	Frequenza assoluta	Frequenza relativa	Frequenza percentuale
39	1	0,05	5%
40	2	0,10	10%
41	4	0,20	20%
44	4	0,20	20%
45	7	0,35	35%
48	2	0,10	10%
Totale	20	1	100%

