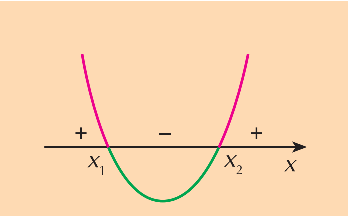
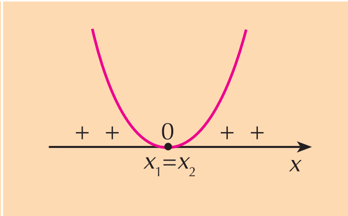
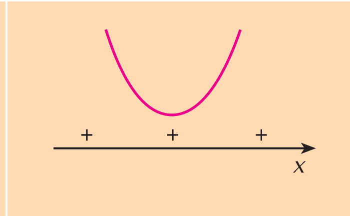
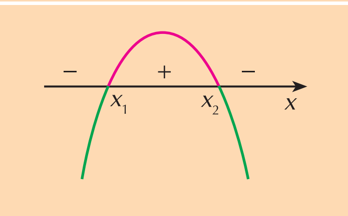
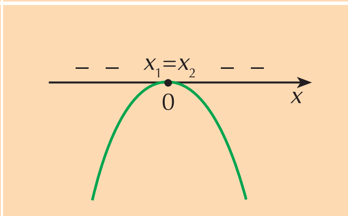
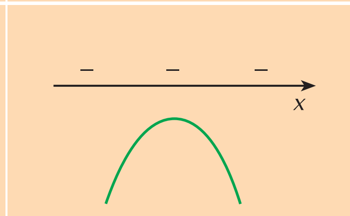
Concetti chiave e regole

Il segno del trinomio

Le variazioni del segno di un trinomio di secondo grado $ax^2 + bx + c$ al variare di x in R si possono individuare mediante la rappresentazione grafica della parabola $y = ax^2 + bx + c$ individuando la sua posizione relativamente all'asse delle ascisse

	Caso $\Delta > 0$	Caso $\Delta = 0$	Caso $\Delta < 0$
se $a > 0$			
se $a < 0$			

La risoluzione delle disequazioni di secondo grado

Gli intervalli che soddisfano una disequazione di secondo grado si deducono dall'analisi del segno del trinomio ad essa associato; convenendo che il coefficiente a del termine di secondo grado sia positivo, si ha la seguente regola:

- se $\Delta > 0$ il trinomio è positivo per valori esterni all'intervallo delle radici, è negativo per valori compresi
- se $\Delta = 0$ il trinomio è positivo per ogni $x \in R$ escluso il punto in cui il trinomio si annulla
- se $\Delta < 0$ il trinomio è sempre positivo.

Le disequazioni frazionarie e di grado superiore al secondo

- Per risolvere una disequazione frazionaria della forma $\dfrac{A(x)}{B(x)} \gtrless 0$

  si devono studiare i segni dei polinomi $A(x)$ e $B(x)$, riportare le variazioni di segno in una tabella e da essa dedurre il segno della frazione.
- Qualunque disequazione di grado superiore al secondo nella forma $E(x) \gtrless 0$ si risolve scomponendo in fattori al più di secondo grado l'espressione $E(x)$ e studiando poi il segno di ciascuno di tali fattori; se $E(x)$ non è scomponibile, la disequazione non può essere risolta per via algebrica.

Le equazioni e le disequazioni con i moduli

Per risolvere un'equazione o una disequazione con i moduli si deve studiare il segno di ciascuna espressione argomento di un modulo, costruire una tabella con la distribuzione dei segni, risolvere l'equazione o la disequazione che si ottiene in ciascuno degli intervalli individuati. In particolare:

- l'equazione $|f(x)| = k$ se $k > 0$ è equivalente a $f(x) = k \vee f(x) = -k$
- la disequazione $|f(x)| < k$ se $k > 0$ è equivalente a $\begin{cases} f(x) > -k \\ f(x) < k \end{cases}$
- la disequazione $|f(x)| > k$ se $k > 0$ è equivalente a $f(x) > k \vee f(x) < -k$