

## I SOLIDI DI ROTAZIONE

### PREREQUISITI

- conoscere gli enti fondamentali della geometria piana e le loro proprietà
- conoscere gli enti fondamentali della geometria solida e le loro proprietà
- conoscere le formule per il calcolo delle aree dei poligoni
- conoscere il teorema di Pitagora e i teoremi di Euclide
- conoscere circonferenza, cerchio, le loro parti e le loro formule

### CONOSCENZE

1. le superfici di rotazione
2. il cilindro e il calcolo dell'area della superficie laterale e totale
3. il volume del cilindro
4. il cono e il calcolo dell'area della superficie laterale e totale
5. il volume del cono
6. la sfera e il calcolo dell'area della superficie sferica e del volume
7. gli altri solidi di rotazione e il calcolo dell'area della superficie laterale e totale
8. il volume degli altri solidi di rotazione

### ABILITÀ

- A. rappresentare su un piano una superficie di rotazione
- B. calcolare l'area della superficie laterale e totale e il volume del cilindro
- C. calcolare l'area della superficie laterale e totale e il volume del cono
- D. calcolare l'area della superficie sferica e il volume della sfera
- E. calcolare l'area della superficie laterale e totale e il volume degli altri solidi di rotazione

## PER RICORDARE

### Il cilindro:

1. il **cilindro** è il solido generato dalla rotazione completa di un rettangolo attorno ad uno dei suoi lati;
2. il **cilindro equilatero** ha diametro di base ed altezza congruenti;
3. l'**area della superficie laterale del cilindro** è uguale al prodotto della lunghezza della circonferenza di base per la misura dell'altezza;  
formula diretta:  $A_l = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$ ; formule inverse:  $r = A_l : (2 \cdot \pi \cdot h)$ ;  $h = A_l : (2 \cdot \pi \cdot r)$ ;
4. l'**area della superficie totale di un cilindro** è uguale alla somma dell'area della superficie laterale con le aree delle basi; formula diretta:  $A_t = A_l + 2 \cdot A_b$ ; formule inverse:  $A_l = A_t - 2 \cdot A_b$ ;  $A_b = (A_t - A_l) : 2$ ;
5. il **volume del cilindro** è uguale al prodotto dell'area del cerchio di base per la misura dell'altezza;  
formula diretta:  $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$ ; formule inverse:  $r = \sqrt{V : (\pi \cdot h)}$ ;  $h = V : (\pi \cdot r^2)$ ;
6. le formule delle **aree delle superfici** e del **volume del cilindro equilatero** sono rispettivamente:  
 $A_l = 4 \cdot \pi \cdot r^2$ ;  $A_t = 6 \cdot \pi \cdot r^2$ ;  $V = 2 \cdot \pi \cdot r^3$ .

### Il cono:

7. il **cono** è il solido generato dalla rotazione completa di un triangolo rettangolo attorno ad uno dei suoi cateti;
8. il **cono equilatero** ha il diametro di base e l'apotema congruenti;

9. l'area della superficie laterale di un cono è uguale al prodotto della lunghezza della semicirconferenza di base per la misura dell'apotema; formula diretta:  $A_l = \pi \cdot r \cdot a$ ; formule inverse:  $r = A_l : (\pi \cdot a)$ ;  $a = A_l : (\pi \cdot r)$ ;
10. l'area della superficie totale di un cono è uguale alla somma dell'area della superficie laterale e dell'area di base:  $A_t = A_l + A_b$  oppure  $A_t = \pi \cdot r \cdot (a + r)$ ; formule inverse:  $A_l = A_t - A_b$ ;  $A_b = A_t - A_l$ ;
11. il cono è equivalente ad un terzo di un cilindro avente le misure del raggio di base e dell'altezza uguali; formula diretta:  $V = \pi \cdot r^2 \cdot h : 3$ ; formule inverse:  $r = \sqrt{3 \cdot V : (\pi \cdot h)}$ ;  $h = 3 \cdot V : (\pi \cdot r^2)$ ;
12. le formule per il calcolo dell'area delle superfici e del volume del cono equilatero sono rispettivamente:  $A_l = 2 \cdot \pi \cdot r^2$ ;  $A_t = 3 \cdot \pi \cdot r^2$ ;  $V = \pi \cdot r^3 \cdot \sqrt{3} : 3$ .

### La sfera:

13. la sfera è il solido generato dalla rotazione completa di un semicerchio attorno al suo diametro;
14. la superficie sferica è l'insieme di tutti i punti dello spazio che hanno la stessa distanza da un punto detto centro;
15. l'area della superficie sferica è equivalente alla superficie laterale del cilindro equilatero ad essa circoscritto ed è uguale a quattro volte l'area di un suo cerchio massimo; formula diretta:  $A = 4 \cdot \pi \cdot r^2$ ; formula inversa:  $r = \sqrt{A : (4 \cdot \pi)}$ ;
16. il volume della sfera è uguale al prodotto dei  $\frac{4}{3}$  di  $\pi$  per il cubo della misura del raggio; formula diretta:  $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$ ; formula inversa:  $r = \sqrt[3]{3 \cdot V : (4 \cdot \pi)}$ .

### Gli altri solidi di rotazione:

17. La rotazione di un:
- triangolo rettangolo attorno all'ipotenusa genera due coni sovrapposti con la base in comune; formule:  $A_{(solido)} = A_{l_1} + A_{l_2}$ ;  $V_{(solido)} = V_1 + V_2$ ;
  - triangolo isoscele attorno alla base genera due coni congruenti sovrapposti con la base in comune; formule:  $A_{(solido)} = 2 \cdot A_{l_1}$ ;  $V_{(solido)} = 2 \cdot V_1$ ;
  - triangolo ottusangolo attorno al prolungamento del suo lato genera un cono con una cavità a forma conica; formule:  $A_{(solido)} = A_{l_1} + A_{l_2}$ ;  $V_{(solido)} = V_1 - V_2$ ;
  - trapezio rettangolo attorno alla base maggiore genera un cilindro e un cono sovrapposto con la base in comune; formule:  $A_{(solido)} = A_{l(cilindro)} + A_{l(cono)} + A_{b(cilindro)}$ ;  $V_{(solido)} = V_{(cilindro)} + V_{(cono)}$ ;
  - trapezio rettangolo attorno alla base minore genera un cilindro e un cono in esso cavo; formule:  $A_{(solido)} = A_{l(cilindro)} + A_{l(cono)} + A_{b(cilindro)}$ ;  $V_{(solido)} = V_{(cilindro)} - V_{(cono)}$ ;
  - trapezio isoscele attorno alla base maggiore genera un cilindro e due coni sovrapposti con la base in comune; formule:  $A_{(solido)} = A_{l(cilindro)} + 2 \cdot A_{l(cono)}$ ;  $V_{(solido)} = V_{(cilindro)} + 2 \cdot V_{(cono)}$ ;
  - trapezio isoscele attorno alla base minore genera un cilindro e due coni in esso cavi; formule:  $A_{(solido)} = A_{l(cilindro)} + 2 \cdot A_{l(cono)}$ ;  $V_{(solido)} = V_{(cilindro)} - 2 \cdot V_{(cono)}$ .

## ESERCIZI DI CONOSCENZA

1 Rispondi alle seguenti domande:

- che cosa determina un punto che ruota attorno a un asse?
- Che cosa determinano una linea, un segmento o una retta che ruotano attorno ad un asse?

2 Completa la seguente definizione:

si dice cilindro il solido generato dalla ..... di un ..... attorno ad uno dei suoi lati.

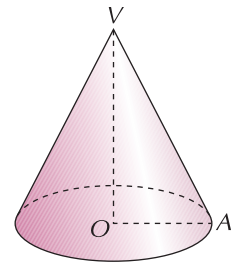
- 3** Disegna lo sviluppo della superficie totale di un cilindro.
- 4** Qual è la regola che permette di determinare l'area della superficie laterale di un cilindro? Come si esprime in simboli?
- 5** Quale delle seguenti formule permette di determinare l'area della superficie totale di un cilindro?  
**a.**  $A_t = A_b + A_l$ ;                      **b.**  $A_t = 2 \cdot A_b + A_l$ ;                      **c.**  $A_t = (A_b + A_l) \cdot 2$ .
- 6** Quando un cilindro si dice equilatero? Come si trasformano le formule per determinare l'area della superficie laterale e totale?
- 7** Qual è la regola che permette di calcolare il volume di un cilindro? Come si esprime in simboli?
- 8** Completa la seguente definizione:  
 si dice cono il solido generato dalla ..... di un ..... attorno ad uno dei suoi cateti.

- 9** Aiutandoti con la figura a lato definisci i seguenti elementi del cono:

$VO$  : .....

$OA$  : .....

$VA$  : .....



- 10** Rappresenta lo sviluppo della superficie totale di un cono.
- 11** Qual è la regola che permette di determinare l'area della superficie laterale di un cono? Come si esprime in simboli?
- 12** Quale delle seguenti formule permette di determinare l'area della superficie totale di un cono?  
**a.**  $A_t = A_b + A_l$ ;                      **b.**  $A_t = A_b \cdot A_l$ ;                      **c.**  $A_t = 2 \cdot A_b + A_l$ ;                      **d.**  $A_t = A_l - A_b$ .
- 13** Quando un cono si dice equilatero? Come si trasformano le formule per determinare l'area della superficie laterale e totale?
- 14** Qual è la regola che permette di calcolare il volume di un cono? Come si esprime in simboli?
- 15** Completa la seguente definizione:  
 si dice sfera il solido generato dalla ..... di un ..... attorno al suo .....

- 16** Indica quali delle seguenti affermazioni sono vere o false:

- a.** un piano  $\alpha$  è esterno ad una sfera di raggio  $r$  e centro  $O$  se la distanza di  $O$  dal piano è uguale al raggio;
- b.** un piano  $\alpha$  è esterno ad una sfera se non hanno alcun punto in comune con essa;
- c.** un piano  $\alpha$  è tangente ad una sfera di raggio  $r$  e centro  $O$  se la distanza di  $O$  dal piano è uguale al raggio;
- d.** un piano  $\alpha$  è tangente ad una sfera se hanno in comune un segmento;
- e.** un piano  $\alpha$  è secante ad una sfera di raggio  $r$  e centro  $O$  se la distanza di  $O$  dal piano è maggiore del raggio;
- f.** un piano  $\alpha$  è secante ad una sfera se hanno tutti i punti di un cerchio in comune.

V  F

V  F

V  F

V  F

V  F

V  F

- 17** Qual è la regola che permette di determinare l'area della superficie della sfera? Come si esprime in forma simbolica?
- 18** Quale delle seguenti formule permette di calcolare il volume della sfera?  
**a.**  $V = \frac{4}{5} \cdot \pi \cdot r^3$ ;                      **b.**  $V = \frac{3}{4} \cdot \pi \cdot r^3$ ;                      **c.**  $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$ ;                      **d.**  $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^2$ .

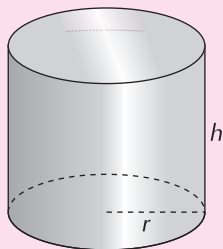
## ESERCIZI DI ABILITÀ ⇒ LIVELLO BASE \*

### 1 *Esercizio Svolto*

#### L'area della superficie totale di un cilindro

Le misure del raggio di base e dell'altezza di un cilindro sono rispettivamente 16 cm e 27 cm; calcola l'area della superficie totale del cilindro.

#### Svolgimento



Dati	Incognita
$r = 16 \text{ cm}$ $h = 27 \text{ cm}$	$A_t$

$$A_l = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h = (2 \cdot \pi \cdot 16 \cdot 27) \text{ cm}^2 = 864\pi \text{ cm}^2$$

$$A_b = \pi \cdot r^2 = (\pi \cdot 16^2) \text{ cm}^2 = 256\pi \text{ cm}^2$$

$$A_t = 2 \cdot A_b + A_l = (2 \cdot 256\pi + 864\pi) \text{ cm}^2 = 1376\pi \text{ cm}^2$$

2 Le misure del raggio di base e dell'altezza di un cilindro sono rispettivamente 24 cm e 36 cm; calcola l'area della superficie totale del cilindro.

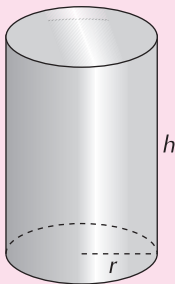
3 Le misure del diametro di base e dell'altezza di un cilindro sono rispettivamente 70 cm e 46 cm; calcola l'area della superficie totale del cilindro.

### 4 *Esercizio Svolto*

#### L'area della superficie totale e il volume di un cilindro

L'area della superficie laterale e la misura dell'altezza di un cilindro sono rispettivamente  $840\pi \text{ cm}^2$  e 35 cm; calcola l'area della superficie totale e il volume del cilindro.

#### Svolgimento



Dati	Incognite
$A_l = 840\pi \text{ cm}^2$ $h = 35 \text{ cm}$	$A_t$ $V$

Determiniamo la misura del raggio di base applicando la formula inversa dell'area della superficie laterale.

$$r = \frac{A_l}{2 \cdot \pi \cdot h} = \frac{840\pi}{2 \cdot \pi \cdot 35} \text{ cm} = 12 \text{ cm}$$

$$A_b = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 12^2 \text{ cm}^2 = 144\pi \text{ cm}^2$$

$$A_t = 2 \cdot A_b + A_l = (2 \cdot 144\pi + 840\pi) \text{ cm}^2 = 1128\pi \text{ cm}^2$$

$$V = A_b \cdot h = (144\pi \cdot 35) \text{ cm}^3 = 5040\pi \text{ cm}^3$$

5 L'area della superficie laterale e la misura del raggio di base di un cilindro sono rispettivamente  $2156\pi \text{ cm}^2$  e 22 cm; calcola l'area della superficie totale e il volume del cilindro.

6 L'area di base di un cilindro è  $324\pi \text{ cm}^2$ ; calcola l'area della superficie totale e il volume del cilindro sapendo che l'altezza è  $\frac{11}{6}$  del raggio di base.

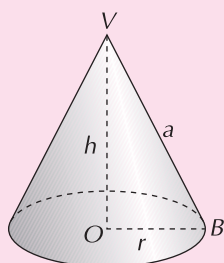
- 7** Il volume e l'altezza di un cilindro misurano rispettivamente  $5808\pi \text{ cm}^3$  e 48 cm; calcola l'area della superficie totale.
- 8** Il volume e il raggio di base di un cilindro misurano rispettivamente  $2592\pi \text{ dm}^3$  e 9 dm; calcola l'area della superficie totale.
- 9** Il volume e l'altezza di un cilindro misurano rispettivamente  $13005\pi \text{ cm}^3$  e 45 cm; calcola l'area della superficie totale.
- 10** Un cilindro equilatero ha la misura del raggio di base di 12 cm; calcola l'area della superficie totale e il volume.  
(Suggerimento: il cilindro equilatero ha l'altezza congruente al diametro)
- 11** Un cilindro equilatero ha l'area della superficie totale di  $3750\pi \text{ cm}^2$ ; calcola l'area della superficie laterale e il volume.
- 12** L'area della superficie laterale di un cilindro equilatero è  $4900\pi \text{ cm}^2$ ; calcola l'area della superficie totale e il volume.

### 13 *Esercizio Svolto*

#### L'area della superficie totale di un cono

Un cono ha la misura del raggio di base e dell'altezza rispettivamente di 15 cm e 28 cm; calcola l'area della superficie totale e il volume.

#### Svolgimento



Dati	Incognite
$\overline{OB} = r = 15 \text{ cm}$	$A_t$
$\overline{VO} = h = 28 \text{ cm}$	$V$

$$\overline{VB} = a = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{15^2 + 28^2} \text{ cm} = 31,76 \text{ cm}$$

$$A_l = \pi \cdot r \cdot a = \pi \cdot 15 \cdot 31,76 \text{ cm}^2 = 476,4\pi \text{ cm}^2$$

$$A_b = \pi \cdot r^2 = 15^2 \cdot \pi \text{ cm}^2 = 225\pi \text{ cm}^2$$

$$A_t = A_b + A_l = (225\pi + 476,4\pi) \text{ cm}^2 = 701,4\pi \text{ cm}^2$$

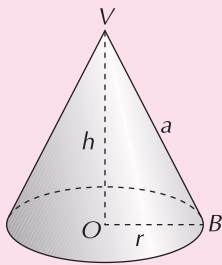
$$V = A_b \cdot h : 3 = (225\pi \cdot 28 : 3) \text{ cm}^3 = 2100\pi \text{ cm}^3$$

- 14** Un cono ha le misure del raggio di base e dell'apotema rispettivamente di 20 cm e 43 cm; calcola l'area della superficie totale.
- 15** Un cono ha le misure del diametro di base e dell'altezza rispettivamente di 48 cm e 10 cm; calcola l'area della superficie totale e il volume.
- 16** L'area di base di un cono è  $1024\pi \text{ cm}^2$ ; calcola l'area della superficie totale e il volume sapendo che l'apotema misura 68 cm.
- 17** Un cono ha la circonferenza di base e l'apotema che misurano rispettivamente  $70\pi \text{ cm}$  e 91 cm; calcola l'area della superficie totale e il volume.

### 18 *Esercizio Svolto*

#### Le formule inverse di un cono

Il volume di un cono è  $6480\pi \text{ cm}^3$  e la misura dell'altezza è 15 cm; calcola l'area della superficie totale.

**Svolgimento**

Dati	Incognita
$V = 6480\pi \text{ cm}^3$ $h = \overline{VO} = 15 \text{ cm}$	$A_t$

Calcoliamo l'area di base applicando la formula inversa del volume

$$A_b = \frac{3 \cdot V}{h} = \frac{3 \cdot V}{\overline{VO}} = \frac{3 \cdot 6480\pi}{15} \text{ cm}^2 = 1296\pi \text{ cm}^2$$

$$r = \overline{OB} = \sqrt{\frac{A_b}{\pi}} = \sqrt{\frac{1296\pi}{\pi}} \text{ cm} = 36 \text{ cm}$$

Applichiamo il teorema di Pitagora al triangolo  $VOB$  per determinare la misura dell'apotema:

$$a = \overline{VB} = \sqrt{\overline{VO}^2 + \overline{OB}^2} = \sqrt{15^2 + 36^2} \text{ cm} = \sqrt{225 + 1296} \text{ cm} = \sqrt{1521} \text{ cm} = 39 \text{ cm}$$

$$A_l = \pi \cdot r \cdot a = \pi \cdot \overline{OB} \cdot \overline{VB} = \pi \cdot 36 \cdot 39 \text{ cm}^2 = 1404\pi \text{ cm}^2$$

$$A_t = A_b + A_l = (1296\pi + 1404\pi) \text{ cm}^2 = 2700\pi \text{ cm}^2$$

**19** L'area della superficie laterale di un cono è  $960\pi \text{ cm}^2$ ; calcola l'area della superficie totale e il volume sapendo che il raggio di base misura 24 cm.

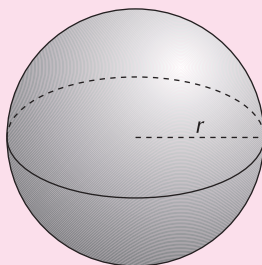
**20** L'area della superficie laterale e di base di un cono sono rispettivamente  $20535\pi \text{ cm}^2$  e  $12321\pi \text{ cm}^2$ ; calcola il volume.

**21** Il volume e la misura dell'altezza di un cono sono rispettivamente  $5000\pi \text{ cm}^3$  e 37,5 cm; calcola l'area della superficie totale.

**22** Il volume e la misura del raggio di base di un cono sono rispettivamente  $207646\pi \text{ cm}^3$  e 94 cm; calcola l'area della superficie totale.

**23** *Esercizio Svolto***La superficie e il volume di una sfera**

La circonferenza massima di una sfera misura  $46\pi \text{ cm}$ ; calcola l'area della superficie sferica e il volume della sfera.

**Svolgimento**

Dato	Incognite
$C_{massima} = 46\pi \text{ cm}$	$A$ $V$

Calcoliamo la misura del raggio della sfera che equivale al raggio della circonferenza massima.

$$r = C_{massima} : 2\pi = (46\pi : 2\pi) \text{ cm} = 23 \text{ cm}$$

$$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = (4 \cdot \pi \cdot 23^2) \text{ cm}^2 = 2116\pi \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \left(\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 23^3\right) \text{ cm}^3 = 16222,6\pi \text{ cm}^3$$

**24** La circonferenza massima di una sfera misura  $84\pi$  cm; calcola l'area della superficie sferica e il volume della sfera.

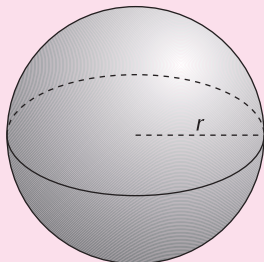
**25** La circonferenza massima di una sfera misura 200,96 cm; calcola l'area della superficie sferica e il volume della sfera.

### 26 *Esercizio Svolto*

#### Le formule inverse di una sfera

Calcola il volume di una sfera sapendo che l'area della superficie sferica è  $1764\pi$  cm<sup>2</sup>.

#### Svolgimento



Dato	Incognita
$A = 1764\pi$ cm <sup>2</sup>	$V$

Per calcolare la misura del raggio, applichiamo la formula inversa:

$$r = \sqrt{A : 4\pi} = \sqrt{1764\pi : (4\pi)} \text{ cm} = \sqrt{441} \text{ cm} = 21 \text{ cm}$$

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 21^3 \text{ cm}^3 = 12348\pi \text{ cm}^3$$

**27** Calcola il volume di una sfera sapendo che l'area della superficie sferica è  $11664\pi$  cm<sup>2</sup>.

**28** Calcola il volume di una sfera sapendo che l'area della superficie sferica è 2826 cm<sup>2</sup>.

**29** Il volume di una sfera è  $62208\pi$  cm<sup>3</sup>; calcola la misura del raggio.

**30** Il volume di una sfera è  $333396\pi$  cm<sup>3</sup>; calcola l'area della superficie sferica.

**31** Il volume di una sfera è 24416,64 cm<sup>3</sup>; calcola l'area della superficie sferica.

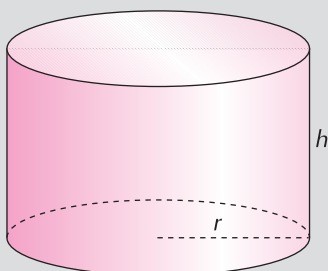
## ESERCIZI DI ABILITÀ ⇒ LIVELLO MEDIO \*\*

### 1 *Esercizio Guidato*

#### L'area della superficie totale e il volume di un cilindro

L'area di base di un cilindro è  $1296\pi$  cm<sup>2</sup> e l'altezza è  $\frac{5}{4}$  del raggio di base. Calcola l'area della superficie totale e il volume.

#### Svolgimento



Dati	Incognite
$A_b = 1296\pi$ cm <sup>2</sup>	$A_t$
$h = \frac{5}{4} \cdot r$	$V$

Ricaviamo la misura del raggio dall'area di base per poi determinare la misura dell'altezza.

$$r = \sqrt{\dots : \pi} = \sqrt{\dots : \dots} \text{ cm} = \dots \text{ cm}$$

$$h = \frac{5}{4} \cdot r = \frac{5}{4} \cdot \dots \text{ cm} = 45 \text{ cm}$$

$$A_l = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot \dots \cdot 45 \text{ cm}^2 = \dots \text{ cm}^2$$

$$A_t = 2 \cdot A_b + A_l = (2 \cdot 1296\pi + \dots) \text{ cm}^2 = \dots \text{ cm}^2$$

$$V = A_b \cdot \dots = (1296\pi \cdot \dots) \text{ cm}^3 = 58320\pi \text{ cm}^3$$

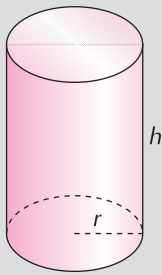
- 2 Calcola l'area della superficie totale e il volume di un cilindro sapendo che l'area di base è  $784\pi \text{ cm}^2$  e l'altezza è  $\frac{11}{7}$  della base.

### 3 *Esercizio Guidato*

#### Il volume del cilindro

L'area della superficie totale di un cilindro è  $288\pi \text{ cm}^2$ ; calcola il volume sapendo che l'area di base è  $\frac{1}{6}$  dell'area laterale.

#### Svolgimento



Dati	Incognita
$A_t = 288\pi \text{ cm}^2$	$V$
$A_b = \frac{1}{6} \cdot A_l$	

Determiniamo il valore dell'area di base e dell'area laterale rappresentando il rapporto con dei quadratini.



L'area della superficie totale è quindi divisa in  $\dots$  quadratini.

$$A_b = A_t : \dots = (288\pi : \dots) \text{ cm}^2 = \dots \text{ cm}^2$$

$$A_l = \dots \cdot 6 = \dots \cdot 6 \text{ cm}^2 = 216\pi \text{ cm}^2$$

$$r = \sqrt{A_b : \pi} = \sqrt{36\pi : \pi} \text{ cm} = 6 \text{ cm}$$

$$h = A_l : (2 \cdot \pi \cdot \dots) = [\dots : (2 \cdot \pi \cdot \dots)] \text{ cm} = 18 \text{ cm}$$

$$V = A_b \cdot \dots = (36\pi \cdot \dots) \text{ cm}^3 = 648\pi \text{ cm}^3$$

- 4 L'area della superficie totale di un cilindro è  $448\pi \text{ cm}^2$ ; calcola il volume sapendo che l'area di base è  $\frac{1}{5}$  dell'area laterale.
- 5 L'area della superficie totale di un cilindro è  $1188\pi \text{ cm}^2$ ; calcola il volume sapendo che l'area di base è  $\frac{3}{5}$  dell'area laterale.
- 6 L'area della superficie totale di un cilindro equilatero è  $2646\pi \text{ dm}^2$ , calcola il volume. (Suggerimento: un cilindro equilatero ha il diametro congruente all'altezza)
- 7 L'area della superficie laterale di un cilindro equilatero è  $576\pi \text{ cm}^2$ , calcola il volume.
- 8 Il volume di un cilindro equilatero è  $93312\pi \text{ dm}^3$ , calcola l'area della superficie totale.

(Attenzione alla formula inversa del volume  $r = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$ )

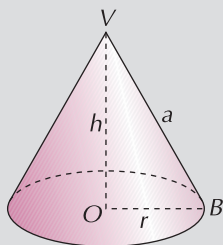


**9** *Esercizio Guidato*

**L'area della superficie totale e il volume di un cono**

Calcola l'area della superficie totale e il volume di un cono sapendo che l'area di base è  $324\pi \text{ cm}^2$  e il raggio di base è  $\frac{3}{5}$  dell'altezza.

**Svolgimento**



Dati	Incognite
$A_b = 324\pi \text{ cm}^2$	$A_t$
$r = \frac{3}{5} \cdot h$	$V$

Calcoliamo la misura del raggio di base applicando la formula inversa dell'area di base per poi calcolare la misura dell'altezza con il rapporto dato.

$$r = \sqrt{A_b : \pi} = \sqrt{\dots : \pi} \text{ cm} = 18 \text{ cm}$$

$$h = \frac{5}{3} \cdot r = \frac{5}{3} \cdot \dots \text{ cm} = 30 \text{ cm}$$

$$a = \sqrt{VO^2 + OB^2} = \sqrt{30^2 + 18^2} \text{ cm} = \sqrt{900 + 324} \text{ cm} = \sqrt{1224} \text{ cm} = 34,99 \text{ cm}$$

$$A_l = \pi \cdot \dots \cdot a = \pi \cdot \dots \cdot 34,99 \text{ cm}^2 = \dots \text{ cm}^2$$

$$A_t = A_b + A_l = (\dots + \dots) \text{ cm}^2 = 953,82\pi \text{ cm}^2$$

$$V = A_b \cdot h : \dots = (324\pi \cdot \dots : \dots) \text{ cm}^3 = 3240\pi \text{ cm}^3$$

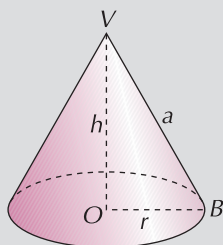
**10** Calcola l'area della superficie totale e il volume di un cono sapendo che l'area di base è  $625\pi \text{ dm}^2$  e il raggio di base è  $\frac{5}{8}$  dell'altezza.

**11** *Esercizio Guidato*

**Le formule inverse del cono**

L'area della superficie totale di un cono è  $600\pi \text{ cm}^2$ ; calcola il volume sapendo che l'area di base è  $\frac{3}{5}$  dell'area laterale.

**Svolgimento**



Dati	Incognita
$A_t = 600\pi \text{ cm}^2$	$V$
$A_b = \frac{3}{5} \cdot A_l$	

Determiniamo il valore dell'area di base e dell'area laterale rappresentando il rapporto con dei quadratini.



L'area della superficie totale corrisponde quindi a 8 quadratini.

$$A_b = (A_t : 8) \cdot 3 = (\dots : \dots \cdot 3) \text{ cm}^2 = 225\pi \text{ cm}^2$$

$$A_l = (A_t : 8) \cdot 5 = (600\pi : \dots \cdot \dots) \text{ cm}^2 = 375\pi \text{ cm}^2$$

$$r = \overline{OB} = \sqrt{A_b : \dots} = \sqrt{225\pi : \dots} \text{ cm} = 15 \text{ cm}$$

$$a = \overline{VB} = A_l : (\pi \cdot r) = [375\pi : (\dots \cdot \dots)] \text{ cm} = \dots \text{ cm}$$

$$h = \overline{VO} = \sqrt{\overline{VB}^2 - \overline{OB}^2} = \sqrt{25^2 - 15^2} \text{ cm} = \sqrt{625 - 225} \text{ cm} = \sqrt{400} \text{ cm} = 20 \text{ cm}$$

$$V = \dots \cdot h : 3 = (\dots \cdot \dots : 3) = 1500\pi \text{ cm}^3$$

**12** L'area della superficie totale di un cono è  $10404\pi \text{ cm}^2$ ; calcola il volume sapendo che l'area di base è  $\frac{4}{5}$  dell'area laterale.

**13** L'area della superficie totale di un cono è  $10584\pi \text{ dm}^2$ , calcola il volume sapendo che l'area di base è  $\frac{3}{5}$  dell'area laterale.

**14** Il volume di un cono equilatero è  $42773,472\pi \text{ cm}^3$ , calcola l'area della superficie totale.

(Attenzione alla formula inversa del volume  $r = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot V}{\pi \cdot \sqrt{3}}}$ )

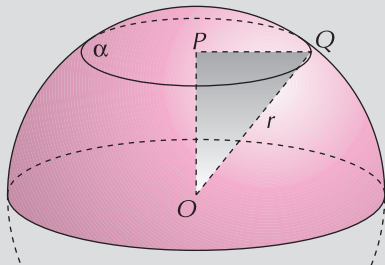
**15** L'area della superficie totale di un cono equilatero è  $1323\pi \text{ cm}^2$ , calcola il volume.

### 16 *Esercizio Guidato*

#### L'area della superficie sferica e del volume di una sfera

Un piano  $\alpha$  secante una sfera forma per intersezione una circonferenza lunga  $48\pi \text{ cm}$ ; sapendo che la distanza del piano dal centro della sfera misura  $32 \text{ cm}$ , calcola l'area della superficie sferica e il volume della sfera.

#### Svolgimento



Dati	Incognite
$C_{intersezione} = 48\pi \text{ cm}$	A
$\overline{OP} = 32 \text{ cm}$	V

$$\overline{PQ} = C_{intersezione} : \dots = (\dots : 2\pi) \text{ cm} = 24 \text{ cm}$$

$$\overline{OQ} = \sqrt{\overline{OP}^2 + \overline{PQ}^2} = \sqrt{\dots + 24^2} \text{ cm} = \dots \text{ cm}$$

$$A = 4 \cdot \pi \cdot \dots = 4 \cdot \pi \cdot \dots \text{ cm}^2 = 6400\pi \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \dots = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \dots \text{ cm}^3 = 85333,3\pi \text{ cm}^3$$

**17** Un piano  $\alpha$  secante una sfera forma per intersezione una circonferenza lunga  $108\pi \text{ dm}$ ; sapendo che la distanza del piano dal centro della sfera misura  $72 \text{ dm}$ , calcola l'area della superficie sferica e il volume della sfera.

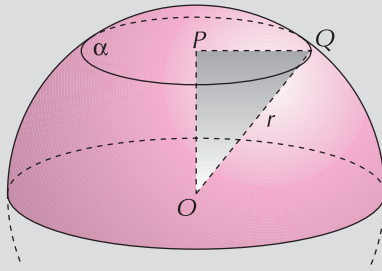
**18** Un piano  $\alpha$  secante una sfera forma per intersezione un cerchio d'area  $6561\pi \text{ cm}^2$ ; sapendo che la distanza del piano dal centro della sfera è  $108 \text{ cm}$ , calcola l'area della superficie sferica e il volume della sfera.

### 19 *Esercizio Guidato*

#### Il cerchio intersezione

L'area della superficie sferica è  $10816\pi \text{ cm}^2$ ; calcola l'area del cerchio intersezione formato da un piano  $\alpha$  secante la sfera, sapendo che la sua distanza dal centro della sfera misura  $20 \text{ cm}$ .

## Svolgimento



Dati	Incognita
$A = 10816\pi \text{ cm}^2$	$A_{\text{intersezione}}$
$\overline{OP} = 20 \text{ cm}$	

$$\overline{OQ} = \sqrt{A : \dots} = \sqrt{10816\pi : 4\pi} \text{ cm} = \sqrt{\dots} \text{ cm} = 52 \text{ cm}$$

$$\overline{PQ} = \sqrt{\overline{OQ}^2 - \dots} = \sqrt{52^2 - 20^2} \text{ cm} = \sqrt{2304} \text{ cm} = \dots \text{ cm}$$

$$A_{\text{intersezione}} = \pi \cdot \overline{PQ}^2 = \pi \cdot \dots \text{ cm}^2 = 2304\pi \text{ cm}^2$$

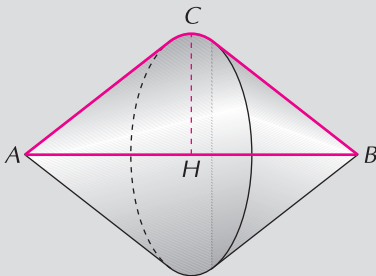
**20** L'area della superficie sferica è  $93636\pi \text{ cm}^2$ ; calcola l'area del cerchio intersezione formato da un piano  $\alpha$  secante la sfera, sapendo che la sua distanza dal centro della sfera misura 72 cm.

**21** Il volume di una sfera è  $4500\pi \text{ cm}^3$ ; calcola l'area del cerchio intersezione formato da un piano  $\alpha$  secante la sfera, sapendo che la sua distanza dal centro della sfera misura 12 cm.

**22** *Esercizio Guidato***La rotazione completa di un triangolo isoscele attorno alla base**

Il perimetro e la misura della base di un triangolo isoscele sono rispettivamente 112 cm e 42 cm. Calcola l'area della superficie totale e il volume del solido generato dalla rotazione completa del triangolo attorno alla base.

## Svolgimento



Dati	Incognite
$2p_{(ABC)} = 112 \text{ cm}$	$A_{(\text{solido})}$
$\overline{AB} = 42 \text{ cm}$	$V_{(\text{solido})}$

Il triangolo isoscele  $ABC$  ruotando di  $360^\circ$  attorno alla base  $AB$  genera due coni congruenti con le basi coincidenti, aventi come raggio l'altezza  $CH$ , come altezza le semibasi  $AH$  e  $HB$  e come apotema i lati  $AC$  e  $BC$ .

$$\overline{AC} = (2p - \overline{AB}) : 2 = [(\dots) - \dots] : 2 \text{ cm} = 35 \text{ cm}$$

$$\overline{CH} = \sqrt{\overline{BC}^2 - \overline{HB}^2} = \sqrt{\dots - 21^2} \text{ cm} = \sqrt{\dots - 441} \text{ cm} = \sqrt{784} \text{ cm} = 28 \text{ cm}$$

$$A_{\text{cono}} = \pi \cdot r \cdot a = \pi \cdot \overline{CH} \cdot \overline{CB} = (\pi \cdot \dots \cdot \dots) \text{ cm}^2 = 980\pi \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{solido}} = 2 \cdot \dots = (2 \cdot \dots) \text{ cm}^2 = 1960\pi \text{ cm}^2$$

$$V_{\text{cono}} = \frac{A_b \cdot h}{3} = [(\pi \cdot \dots) \cdot BH : 3] = [(\pi \cdot \dots) \cdot 21 : 3] \text{ cm}^3 = 5488\pi \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{solido}} = 2 \cdot V_{\text{cono}} = (2 \cdot \dots) \text{ cm}^3 = 10976\pi \text{ cm}^3$$

**23** Un triangolo isoscele ha l'area di  $480 \text{ cm}^2$  e la misura dell'altezza di 30 cm. Calcola l'area della superficie totale e il volume del solido generato dalla rotazione completa del triangolo attorno alla base.

**24** Un trapezio rettangolo ha l'area di  $300 \text{ cm}^2$  e la misura delle due basi rispettivamente 18 cm e 42 cm. Calcola l'area della superficie totale e il volume del solido generato dalla rotazione completa del trapezio attorno alla base maggiore.

- 25** In un triangolo rettangolo la somma dei cateti è 63 cm e la loro differenza 9 cm. Calcola l'area della superficie totale e il volume del solido ottenuto dalla rotazione completa del triangolo attorno all'ipotenusa.
- 26** In un trapezio isoscele la base maggiore e l'altezza misurano rispettivamente 156 cm e 36 cm e il lato obliquo è  $\frac{1}{4}$  della base maggiore. Calcola l'area della superficie totale e il volume del solido generato dalla rotazione completa del trapezio attorno alla base maggiore.
- 27** L'area della superficie totale di un solido generato dalla rotazione completa di un trapezio rettangolo attorno alla base minore è  $10080\pi$  cm<sup>2</sup>. Calcola il volume del solido sapendo che la differenza delle due basi e il lato obliquo del trapezio misurano rispettivamente 40 cm e 58 cm.

## ESERCIZI DI ABILITÀ ⇒ LIVELLO AVANZATO \*\*\*

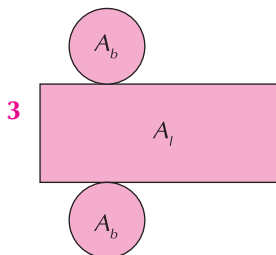
- 1** Calcola il volume di un cilindro sapendo che l'area della superficie totale è  $3840\pi$  dm<sup>2</sup> e il raggio è  $\frac{3}{7}$  dell'altezza.
- 2** Calcola l'area della superficie totale di un cilindro sapendo che il volume è  $6336\pi$  cm<sup>3</sup> e il raggio è  $\frac{3}{11}$  dell'altezza.
- 3** Calcola il volume di un cono sapendo che l'area della superficie totale è  $4410\pi$  cm<sup>2</sup> e il raggio è  $\frac{5}{13}$  dell'apotema.
- 4** Calcola l'area della superficie totale di un cono sapendo che il volume è  $81648\pi$  cm<sup>3</sup> e il raggio è  $\frac{9}{14}$  dell'altezza.
- 5** Un cilindro è sormontato da un cono con la base concentrica a quella del cilindro e il raggio di base e l'altezza rispettivamente  $\frac{15}{16}$  e  $\frac{4}{3}$  del raggio e dell'altezza del cilindro. Calcola l'area della superficie totale e il volume del solido sapendo che il volume del cilindro è  $30720\pi$  cm<sup>3</sup> e la sua altezza misura 30 cm.
- 6** Un solido di acciaio ( $P_s = 7,5$ ) è formato da un cilindro e da un cono sovrapposto con le basi coincidenti e le altezze rispettivamente congruenti. Sapendo che la circonferenza di base è  $104\pi$  cm<sup>2</sup> e che l'area della superficie laterale del cono è  $3380\pi$  cm<sup>2</sup>, calcola il peso del solido.
- 7** Calcola il peso di un tubo in ferro ( $P_s = 7,89$ ) del diametro di 5 cm, lo spessore di 3 mm e la lunghezza di 2 m.
- 8** In un recipiente cavo cilindrico, avente il raggio interno della base lungo 18 cm, si versa dell'acqua; in un secondo momento vi si immerge un cono che fa innalzare il livello dell'acqua di 3 cm. Calcola il volume del cono e la misura del raggio di una sfera che immersa nell'acqua ha innalzato il livello alla stessa altezza del cono.
- 9** Un triangolo rettangolo ha un cateto e l'altezza relativa all'ipotenusa che misurano rispettivamente 12 cm e 9,6 cm. Calcola l'area della superficie totale e il volume del solido ottenuto dalla rotazione completa del triangolo attorno all'ipotenusa.
- 10** In un trapezio isoscele l'altezza è lunga 15 cm, la somma e la differenza delle due basi misurano rispettivamente 40 cm e 16 cm. Calcola l'area della superficie totale e il volume del solido ottenuto dalla rotazione completa del trapezio attorno alla base maggiore.
- 11** In un trapezio isoscele la somma e la differenza delle due basi misurano rispettivamente 38 cm e 16 cm ed il perimetro è 58 cm. Calcola l'area della superficie totale e il volume del solido ottenuto dalla rotazione completa del trapezio attorno alla base minore.

- 12** In un triangolo isoscele il rapporto tra un lato obliquo e la base è  $\frac{5}{6}$  e la loro differenza è 3 cm. Calcola l'area della superficie totale e il volume del solido ottenuto facendo ruotare il triangolo di  $360^\circ$  attorno ad uno dei lati congruenti.
- 13** Sulle basi di un cilindro sono appoggiati due coni congruenti con le basi concentriche con quelle del cilindro e raggio maggiore. Il raggio di base dei due coni misura 16 dm e la somma e la differenza dell'altezza del cilindro con uno dei due coni sono rispettivamente 120 dm e 60 dm. Calcola l'area della superficie totale e il peso del solido ( $P_s = 2,5$ ) sapendo che il raggio del cilindro è  $\frac{2}{15}$  della sua altezza.
- 14** La misura dello spigolo di un cubo è 42 cm. Nel cubo è praticata una cavità a forma di cono, profonda 28 cm e con la base inscritta in una faccia del cubo. Calcola l'area della superficie totale e il volume del solido.
- 15** Un solido è formato da un cilindro equilatero sormontato da un cono equilatero con la base concentrica con quella del cilindro e raggio minore rispetto a quello del cilindro di 8 cm. Calcola l'area della superficie totale e il volume del solido sapendo che l'altezza del cilindro misura 40 cm.
- 16** Un solido alto 40 cm è costituito da un cubo sormontato da un cilindro equilatero avente la base inscritta nella faccia superiore del cubo. Calcola l'area della superficie totale e il volume del solido.

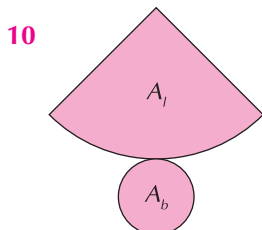
## SOLUZIONE DEGLI ESERCIZI

### VALUTAZIONE DEGLI ESERCIZI DI CONOSCENZA

- 1 a.** una circonferenza; **b.** una superficie. **2** rotazione completa; rettangolo.



- 4** l'area della superficie laterale di un cilindro è data dal prodotto della lunghezza della circonferenza di base per la misura dell'altezza;  $A_l = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$ .
- 5 b.**
- 6** un cilindro si dice equilatero quando il diametro di base è congruente all'altezza;  $A_l = 4 \cdot \pi \cdot r^2$ ;  
 $A_t = 6 \cdot \pi \cdot r^2$ .
- 7** il volume di un cilindro è dato dal prodotto dell'area di base per la misura dell'altezza;  $V = A_b \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h$ .
- 8** rotazione completa; triangolo rettangolo.
- 9**  $VO$ : altezza;  $OA$ : raggio;  $VA$ : apotema.



- 11** l'area della superficie laterale di un cono è data dal prodotto della lunghezza della semicirconferenza di base per la misura dell'apotema;  $A_l = \pi \cdot r \cdot a$ .
- 12 a.**
- 13** un cono si dice equilatero quando il diametro di base e l'apotema sono congruenti;  $A_l = 2 \cdot \pi \cdot r^2$ ;  $A_t = 3 \cdot \pi \cdot r^2$ .
- 14** il volume di un cono è dato dalla terza parte del prodotto dell'area del cerchio di base per la misura dell'altezza;  $V = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$ .
- 15** rotazione completa; semicerchio; diametro. **16 a.** F; **b.** V; **c.** V; **d.** F; **e.** F; **f.** V.
- 17** L'area della superficie di una sfera è uguale a 4 volte l'area di un suo cerchio massimo;  $A = 4 \cdot \pi \cdot r^2$ .
- 18 c.**

**N.B.:** in tutti gli esercizi, per ottenere il risultato senza il  $\pi$  basta moltiplicare il valore numerico per 3,14.

### VALUTAZIONE DEGLI ESERCIZI DI ABILITÀ: LIVELLO BASE

- |  |  |  |
|--|--|--|
| <b>2</b> $2880\pi \text{ cm}^2$ .                            | <b>3</b> $5670\pi \text{ cm}^2$ .                              | <b>5</b> $3124\pi \text{ cm}^2$ ; $23716\pi \text{ cm}^3$ .  |
| <b>6</b> $1836\pi \text{ cm}^2$ ; $10692\pi \text{ cm}^3$ .  | <b>7</b> $1298\pi \text{ cm}^2$ .                              | <b>8</b> $738\pi \text{ dm}^2$ .                             |
| <b>9</b> $2108\pi \text{ cm}^2$ .                            | <b>10</b> $864\pi \text{ cm}^2$ ; $3456\pi \text{ cm}^3$ .     | <b>11</b> $2500\pi \text{ cm}^2$ ; $31250\pi \text{ cm}^3$ . |
| <b>12</b> $7350\pi \text{ cm}^2$ ; $85750\pi \text{ cm}^3$ . | <b>14</b> $1260\pi \text{ cm}^2$ .                             | <b>15</b> $1200\pi \text{ cm}^2$ ; $1920\pi \text{ cm}^3$ .  |
| <b>16</b> $3200\pi \text{ cm}^2$ ; $20480\pi \text{ cm}^3$ . | <b>17</b> $4410\pi \text{ cm}^2$ ; $34300\pi \text{ cm}^3$ .   | <b>19</b> $1536\pi \text{ cm}^2$ ; $6144\pi \text{ cm}^3$ .  |
| <b>20</b> $607836\pi \text{ cm}^3$ .                         | <b>21</b> $1250\pi \text{ cm}^2$ .                             | <b>22</b> $19881\pi \text{ cm}^2$ .                          |
| <b>24</b> $7056\pi \text{ cm}^2$ ; $98784\pi \text{ cm}^3$ . | <b>25</b> $4096\pi \text{ cm}^2$ ; $43690,6\pi \text{ cm}^3$ . | <b>27</b> $209952\pi \text{ cm}^3$ .                         |
| <b>28</b> $4500\pi \text{ cm}^3$ .                           | <b>29</b> $36 \text{ cm}$ .                                    | <b>30</b> $15876\pi \text{ cm}^2$ .                          |
| <b>31</b> $1296\pi \text{ cm}^2$ .                           |  |  |

### VALUTAZIONE DEGLI ESERCIZI DI ABILITÀ: LIVELLO MEDIO

- 1**  $r = \sqrt{A_b : \pi} = \sqrt{1296\pi : \pi} \text{ cm} = 36 \text{ cm}$ ;  $h = \frac{5}{4} \cdot r = \frac{5}{4} \cdot 36 \text{ cm} = 45 \text{ cm}$ ;  
 $A_l = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot 36 \cdot 45 \text{ cm}^2 = 3240\pi \text{ cm}^2$ ;  
 $A_t = 2 \cdot A_b + A_l = (2 \cdot 1296\pi + 3240\pi) \text{ cm}^2 = 5832\pi \text{ cm}^2$ ;  
 $V = A_b \cdot h = (1296\pi \cdot 45) \text{ cm}^3 = 58320\pi \text{ cm}^3$ .
- 2**  $4032\pi \text{ cm}^2$ ;  $34496\pi \text{ cm}^3$ .
- 3** 8;  $A_b = A_t : 8 = (288\pi : 8) \text{ cm}^2 = 36\pi \text{ cm}^2$ ;  $A_l = A_b \cdot 6 = 36\pi \cdot 6 \text{ cm}^2 = 216\pi \text{ cm}^2$ ;  
 $h = A_l : (2 \cdot \pi \cdot r) = [216\pi : (2 \cdot \pi \cdot 6)] \text{ cm} = 18 \text{ cm}$ ;  $V = A_b \cdot h = (36\pi \cdot 18) \text{ cm}^3 = 648\pi \text{ cm}^3$ .
- 4**  $1280\pi \text{ cm}^3$ . **5**  $4860\pi \text{ cm}^3$ . **6**  $18522\pi \text{ dm}^3$ .
- 7**  $3456\pi \text{ cm}^3$ . **8**  $7776\pi \text{ dm}^2$ .
- 9**  $r = \sqrt{A_b : \pi} = \sqrt{324\pi : \pi} \text{ cm} = 18 \text{ cm}$ ;  $h = \frac{5}{3} \cdot r = \frac{5}{3} \cdot 18 \text{ cm} = 30 \text{ cm}$ ;  
 $A_l = \pi \cdot r \cdot a = \pi \cdot 18 \cdot 34,99 \text{ cm}^2 = 629,82\pi \text{ cm}^2$ ;  $A_t = A_b + A_l = (324\pi + 629,82\pi) \text{ cm}^2 = 953,82\pi \text{ cm}^2$ ;  
 $V = A_b \cdot h : 3 = (324\pi \cdot 30 : 3) \text{ cm}^3 = 3240\pi \text{ cm}^3$ .
- 10**  $1804,25\pi \text{ dm}^2$ ;  $8333,33\pi \text{ dm}^3$ .
- 11**  $A_b = (A_t : 8) \cdot 3 = (600\pi : 8 \cdot 3) \text{ cm}^2 = 225\pi \text{ cm}^2$ ;  $A_l = (A_t : 8) \cdot 5 = (600\pi : 8 \cdot 5) \text{ cm}^2 = 375\pi \text{ cm}^2$ ;  
 $r = \overline{OB} = \sqrt{A_b : \pi} = \sqrt{225\pi : \pi} \text{ cm} = 15 \text{ cm}$ ;  $a = \overline{VB} = A_l : (\pi \cdot r) = [375\pi : (\pi \cdot 15)] \text{ cm} = 25 \text{ cm}$ ;  
 $V = A_b \cdot h : 3 = (225\pi \cdot 20 : 3) = 1500\pi \text{ cm}^3$ .
- 12**  $78608\pi \text{ cm}^3$ . **13**  $111132\pi \text{ dm}^3$ .
- 14**  $5292\pi \text{ cm}^2$ . **15**  $5346,684\pi \text{ cm}^3$ .

$$16 \quad \overline{PQ} = C_{intersezione} : 2\pi = (48\pi : 2\pi) \text{ cm} = 24 \text{ cm}; \quad \overline{OQ} = \sqrt{\overline{OP}^2 + \overline{PQ}^2} = \sqrt{32^2 + 24^2} \text{ cm} = 40 \text{ cm};$$

$$A = 4 \cdot \pi \cdot \overline{OQ}^2 = 4 \cdot \pi \cdot 40^2 \text{ cm}^2 = 6400\pi \text{ cm}^2; \quad V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \overline{OQ}^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 40^3 \text{ cm}^3 = 85333,3\pi \text{ cm}^3.$$

$$17 \quad 32400\pi \text{ dm}^2; 972000\pi \text{ dm}^3. \quad 18 \quad 72900\pi \text{ cm}^2; 3280500\pi \text{ cm}^3.$$

$$19 \quad \overline{OQ} = \sqrt{A : 4\pi} = \sqrt{10816\pi : 4\pi} \text{ cm} = \sqrt{2704} \text{ cm} = 52 \text{ cm};$$

$$\overline{PQ} = \sqrt{\overline{OQ}^2 - \overline{OP}^2} = \sqrt{52^2 - 20^2} \text{ cm} = \sqrt{2304} \text{ cm} = 48 \text{ cm};$$

$$A_{intersezione} = \pi \cdot \overline{PQ}^2 = \pi \cdot 48^2 \text{ cm}^2 = 2304\pi \text{ cm}^2.$$

$$20 \quad 18225\pi \text{ cm}^2. \quad 21 \quad 81\pi \text{ cm}^2.$$

$$22 \quad \overline{AC} = (2p - \overline{AB}) : 2 = [(112 - 42) : 2] \text{ cm} = 35 \text{ cm};$$

$$\overline{CH} = \sqrt{\overline{BC}^2 - \overline{HB}^2} = \sqrt{35^2 - 21^2} \text{ cm} = \sqrt{1225 - 441} \text{ cm} = \sqrt{784} \text{ cm} = 28 \text{ cm};$$

$$A_{l\text{ cono}} = \pi \cdot r \cdot a = \pi \cdot \overline{CH} \cdot \overline{CB} = (\pi \cdot 28 \cdot 35) \text{ cm}^2 = 980\pi \text{ cm}^2;$$

$$A_{solido} = 2 \cdot A_{l\text{ cono}} = (2 \cdot 980\pi) \text{ cm}^2 = 1960\pi \text{ cm}^2;$$

$$V_{cono} = \frac{A_b \cdot h}{3} = [(\pi \cdot \overline{CH}^2) \cdot BH : 3] = [(\pi \cdot 28^2) \cdot 21 : 3] \text{ cm}^3 = 5488\pi \text{ cm}^3;$$

$$V_{solido} = 2 \cdot V_{cono} = (2 \cdot 5488\pi) \text{ cm}^3 = 10976\pi \text{ cm}^3.$$

$$23 \quad 2040\pi \text{ cm}^2; 9600\pi \text{ cm}^3. \quad 24 \quad 720\pi \text{ cm}^2; 2600\pi \text{ cm}^3.$$

$$25 \quad 1360\pi \text{ cm}^2; 6998,4\pi \text{ cm}^3. \quad 26 \quad 11880\pi \text{ cm}^2; 176256\pi \text{ cm}^3.$$

$$27 \quad 147000\pi \text{ cm}^3.$$

### VALUTAZIONE DEGLI ESERCIZI DI ABILITÀ: LIVELLO AVANZATO

$$1 \quad 32256\pi \text{ dm}^3.$$

$$3 \quad 34300\pi \text{ cm}^3.$$

$$5 \quad 4568\pi \text{ cm}^2; 42720\pi \text{ cm}^3.$$

$$7 \quad 6986 \text{ g}.$$

$$9 \quad 268,8\pi \text{ cm}^2; 614,4\pi \text{ cm}^3.$$

$$11 \quad 444\pi \text{ cm}^2; 780\pi \text{ cm}^3.$$

$$13 \quad 3472\pi \text{ dm}^2; 141928 \text{ kg}.$$

$$15 \quad 2544\pi \text{ cm}^2; 16997,66\pi \text{ cm}^3.$$

$$2 \quad 1344\pi \text{ cm}^2.$$

$$4 \quad 8308,44\pi \text{ cm}^2.$$

$$6 \quad 3311318,4 \text{ g}.$$

$$8 \quad 972\pi \text{ cm}^3; 27 \text{ cm}.$$

$$10 \quad 870\pi \text{ cm}^2; 3900\pi \text{ cm}^3.$$

$$12 \quad 475,2\pi \text{ cm}^2; 1036,8\pi \text{ cm}^3.$$

$$14 \quad 11507,16 \text{ cm}^2; 61163,76 \text{ cm}^3.$$

$$16 \quad 3656 \text{ cm}^2; 14280 \text{ cm}^3.$$