Matematica in laboratorio

1. Le successioni numeriche con GeoGebra

I comandi di GeoGebra per costruire successioni numeriche sono i seguenti:

- **Successione [Espressione, Variabile, Valore_iniziale, Valore_finale, Incremento]**
  dove *Espressione* indica l'espressione del termine generale della successione; il parametro *Incremento* può essere omesso se è uguale a 1
- **Successione [Valore_finale]**
  genera la successione dei primi numeri naturali fino al valore indicato dal parametro.

Prova a scrivere nella riga di inserimento i seguenti comandi ed osserva che cosa accade:

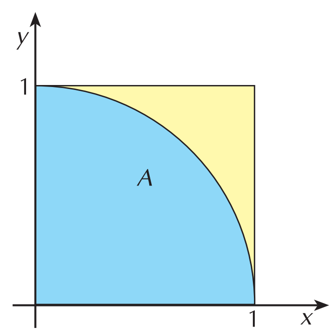
Successione $[n\verb|^|2, n, 0, 10]$

Successione $[(n-1)/n, n, 1, 50, 2]$

Successione $[20]$

2. Il valore di π con Excel

Mediante l'utilizzo di un foglio elettronico possiamo simulare il lancio di n freccette all'interno di un quadrato e contare quante di esse cadono nel quarto di cerchio A. Per semplificare le cose, supporremo unitario il lato del quadrato.
Supponendo di fissare un sistema di riferimento cartesiano ortogonale avente origine nel centro del cerchio e assi orientati come i lati del quadrato (***figura***), diciamo che una freccetta colpisce la zona A se cade in un punto P di coordinate (x, y) tale che $x^2+y^2 \leq 1$ essendo $0 \leq x \leq 1$ e $0 \leq y \leq 1$.
Per simulare il lancio delle freccette, generiamo dei numeri casuali compresi fra 0 e 1 che rappresentino le coordinate dei punti che si trovano all'interno del quadrato; quelli che cadono in A dovranno avere le coordinate che soddisfano alla relazione $x^2+y^2 \leq 1$.
Prepara dunque un foglio di lavoro come quello indicato al termine dell'esercitazione dove le colonne hanno il seguente significato:



- **N. punti**: è la successione che rappresenta il numero dei punti considerati
- **Ascissa di *P***: è l'ascissa del punto in cui cade la freccetta
- **Ordinata di *P***: è l'ordinata del punto in cui cade la freccetta
  L'ascissa e l'ordinata del punto P sono generate dalla funzione CASUALE( ) che genera un numero casuale compreso fra 0 e 1.
- **Distanza**: rappresenta la misura del segmento OP: se $OP \leq 1$, allora P cade nella zona A.

Nella simulazione riportata nella figura abbiamo generato le coordinate di 3000 punti, anche se in figura ne vediamo solo una parte per ovvie esigenze di spazio.
A fianco della cella indicata con **N. centri** abbiamo calcolato il numero di punti P che cadono in A mediante la funzione CONTA.SE la sui sintassi è la seguente

= CONTA.SE (intervallo ; criterio)

dove "*intervallo*" è l'intervallo di celle a partire dal quale si desidera contare le celle e "*criterio*" è una proposizione o un'espressione che esprime il criterio in base al quale le celle verranno contate e deve essere posto fra apici doppi.

Nel nostro caso la funzione è

= CONTA.SE (D2:D3001;" <= 1")

Il valore di pi greco viene calcolato poi con la formula indicata. Naturalmente occorrono molto più di 3000 lanci per avere un valore di π più preciso; osserva comunque che, ripetendo la simulazione più volte (basta usare il tasto funzione **F9** per generare una nuova simulazione di 3000 lanci), la prima cifra decimale è sempre uguale a 1.

	A	B	C	D	E	F	G
1	N. punti	Ascissa di *P*	Ordinata di *P*	Distanza			
2	1	0,988168441	0,013587724	0,976661			
3	2	0,656369221	0,413441626	0,601755			
4	3	0,621537077	0,326958145	0,49321			
5	4	0,267266632	0,036915948	0,072794			
6	5	0,762855813	0,218268687	0,62959			
7	6	0,828101597	0,997111929	1,679984			
8	7	0,847577388	0,268852092	0,790669		N. centri	2361
9	8	0,607720937	0,638649238	0,777198		N. lanci	3000
10	9	0,385495122	0,158918384	0,173862		Valore di pi greco	3,148
11	10	0,948775035	0,130944024	0,91732			
12	11	0,212583002	0,988985159	1,023283			
13	12	0,034577254	0,794534548	0,632481			
14	13	0,335125015	0,474102143	0,337082			
15	14	0,368473678	0,991323459	1,118495			
16	15	0,612933089	0,171720995	0,405175			
17	16	0,851976337	0,536917946	1,014144			
18	17	0,365900143	0,518440291	0,402663			
19	18	0,265063804	0,749089494	0,631393			

3. Le progressioni con Wiris

Wiris possiede diversi comandi per il riconoscimento e la gestione delle progressioni.
Innanzi tutto, per riconoscere se una successione di numeri è in progressione aritmetica o geometrica, basta elencare i primi numeri (almeno tre) preceduti dal comando **progressione**; alcuni esempi:

p = progressione (3, 6, 9) viene restituito il messaggio $3, 6, 9, ..., 3 \cdot n, ...$ **aritmetica**

q = progressione (4, 8, 16) viene restituito il messaggio $4, 8, 16, ..., 2 \cdot 2^n, ...$ **geometrico**

Nel caso in cui si inserisce una successione di numeri che non sono in progressione né aritmetica, né geometrica, viene ricercato il polinomio che li origina; per esempio:

s = progressione (1, 5, 6, 9) viene restituito il messaggio $1, 5, 6, ..., \frac{5}{6} \cdot n^3 - \frac{13}{2} \cdot n^2 + \frac{53}{3} \cdot n - 11$

Altri comandi che agiscono sulle progressioni sono i seguenti:

- **passo (progressione)**
  restituisce il passo di una progressione aritmetica
- **rapporto (progressione)**
  restituisce il rapporto costante di una progressione geometrica
- **progressione_sigma (progressione,h,k)**
  calcola la somma dei termini della progressione indicata come primo parametro, ad iniziare dal termine di indice *h* fino al termine di indice *k*.

Nella figura di pagina seguente puoi vedere alcuni esempi di applicazione di queste formule.

 © Istituto Italiano Edizioni Atlas

p=progressione(3,6,9) → 3,6,9,...,$3\cdot n$,...aritmetica

passo(p) → 3

calcolo della somma dal primo al quarto termine

progressione_sigma(p,1,4) → 30

q=progressione(4,8,16) → 4,8,16,...,$2\cdot 2^{n}$,...geometrico

rapporto(q) → 2

calolo della somma dei primi cinque termini della progressione

progressione_sigma(q,1,5) → 124

s=progressione(2,2,2) → 2,2,2,...,2,...costante

una progressione costante può essere considerata sia artmetica di passo 0 che geometrica di passo 1

passo(s) → 0

rapporto(s) → 1

cerchiamo la formula per la somma dei primi n termini di una progressione geometrica di ragione q

t=progressione($1,q,q^2$) → $1,q,q^2,\ldots,\frac{1}{q}\cdot q^{n},\ldots$geometrico

rapporto(t) → q

progressione_sigma(t,1,n) → $\frac{q^{n}}{q-1}-\frac{1}{q-1}$

cerchiamo la formula per la somma dei primi n termini di una progressione aritmetica di ragione d

w=progressione($0,d,2\cdot d,3\cdot d$) → $0,d,2\cdot d,\ldots,-d+d\cdot n,\ldots$aritmetica

passo(w) → d

progressione_sigma(w,1,n) → $\frac{1}{2}\cdot d\cdot n^{2}-\frac{1}{2}\cdot d\cdot n$