

Concetti chiave e regole

Le frazioni algebriche

Una frazione algebrica rappresenta il quoziente $\frac{A}{B}$ fra due polinomi A e B con $B \neq 0$.

Essa è funzione delle lettere che vi compaiono e, poiché la divisione per zero non è consentita, le variabili non possono assumere valori che annullano il polinomio al denominatore.

L'insieme dei valori che è possibile attribuire alle lettere è il **dominio** della frazione.

Per determinare il dominio è necessario scomporre il polinomio B e imporre che ciascun fattore della scomposizione sia diverso da zero (condizioni di esistenza).

Frazioni equivalenti

Due frazioni algebriche sono **equivalenti** se attribuendo valori uguali a lettere uguali, si ottengono sempre frazioni numeriche equivalenti.

L'equivalenza fra due frazioni algebriche $\frac{A}{B}$ e $\frac{C}{D}$ si riconosce verificando l'uguaglianza $A \cdot D = B \cdot C$.

Per passare da una frazione a un'altra ad essa equivalente si applica la proprietà invariantiva, cioè si moltiplicano o si dividono numeratore e denominatore della frazione per uno stesso polinomio non nullo.

Le operazioni

Con le frazioni algebriche si possono eseguire tutte le operazioni che si possono eseguire con le frazioni numeriche; quindi:

- si può semplificare una frazione scomponendo i suoi termini e dividendo numeratore e denominatore per i fattori comuni
- si possono sommare, sottrarre, moltiplicare o dividere due frazioni algebriche con regole analoghe a quelle applicate alle stesse operazioni con le frazioni numeriche:

$$\frac{A}{B} + \frac{C}{D} = \frac{AD + BC}{BD} \qquad \frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{AC}{BD} \qquad \frac{A}{B} : \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \cdot \frac{D}{C} = \frac{AD}{BC}$$

- si può elevare a potenza una frazione elevando a quella potenza il numeratore e il denominatore: $\left(\frac{A}{B}\right)^n = \frac{A^n}{B^n}$

Le equazioni frazionarie e i sistemi

Un'equazione è frazionaria se i suoi termini sono frazioni algebriche nelle quali l'incognita si trova anche al denominatore.

Per risolverla si deve:

- determinare prima di tutto il dominio
- trasformarla in un'equazione intera e determinarne le soluzioni
- individuare quali, tra le soluzioni trovate al punto precedente, appartengono al dominio.

La stessa procedura deve essere eseguita sulle equazioni di un sistema.

Le disequazioni frazionarie

Per risolvere una disequazione frazionaria di dominio D si deve:

- trasportare tutti termini al primo membro
- eseguire i calcoli indicati fino a ricondursi alla forma $\frac{A(x)}{B(x)} \geq 0$
- studiare come variano i segni di $A(x)$ e $B(x)$
- costruire la tabella dei segni e scegliere gli intervalli in cui $\frac{A(x)}{B(x)}$ è positivo o negativo a seconda del verso della disequazione.