

# Concetti chiave e regole

## I luoghi geometrici

Un **luogo geometrico** è l'insieme di tutti e soli gli oggetti geometrici che hanno una stessa proprietà  $p$ ; in particolare, si parla di luogo di punti quando gli oggetti sono dei punti. Fra i luoghi di punti ricordiamo:

- l'asse di un segmento: luogo dei punti equidistanti dagli estremi del segmento
- la bisettrice di un angolo: luogo dei punti equidistanti dai lati dell'angolo.

## La circonferenza e il cerchio

La **circonferenza** è il luogo dei punti equidistanti da un punto fisso che si chiama centro; la distanza dal centro comune a tutti i punti è il raggio. Il **cerchio** è invece il luogo dei punti che hanno distanza dal centro minore o uguale al raggio; esso è quindi la figura convessa che ha come contorno la circonferenza.

Queste figure sono le figure simmetriche per eccellenza perché hanno:

- un centro di simmetria: il centro della circonferenza
- infiniti assi di simmetria: qualunque retta che passa per il centro.

Si dimostra poi che per individuare una circonferenza sono necessari e sufficienti tre punti non allineati.

## Elementi di una circonferenza

In una circonferenza si possono individuare alcuni elementi:

- le **corde**, sono i segmenti che hanno per estremi due punti della circonferenza; la corda che passa per il centro si chiama diametro
- gli **archi**, sono le parti di circonferenza delimitate da due suoi punti
- gli **angoli al centro**, sono gli angoli che hanno il vertice nel centro della circonferenza.

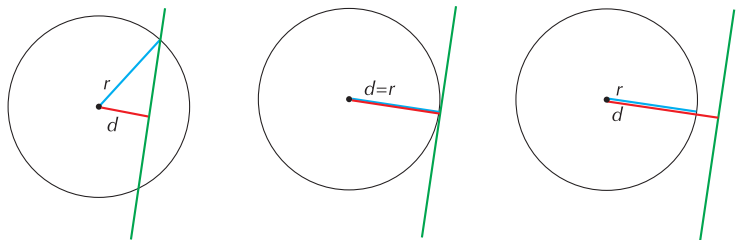
Si verifica che:

- ad archi congruenti corrispondono corde e angoli al centro rispettivamente congruenti
- corde che hanno uguale distanza dal centro sono congruenti e viceversa.

## Posizioni reciproche di rette e circonferenze

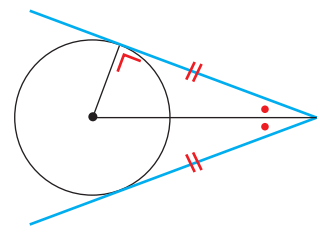
In uno stesso piano, una retta e una circonferenza non possono avere più di due punti in comune; indicata con  $d$  la distanza del centro della circonferenza dalla retta e con  $r$  il raggio si ha che la retta:

- è **secante** se  $d < r$
- è **tangente** se  $d \cong r$
- è **esterna** se  $d > r$



Relativamente alle rette tangenti si può inoltre dire che:

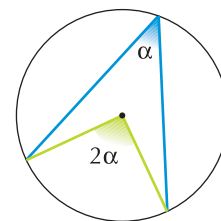
- ogni retta tangente è perpendicolare al raggio nel punto di tangenza
- se da un punto esterno ad una circonferenza si conducono le due rette ad essa tangenti, i segmenti di tangenza sono congruenti e la retta che unisce il punto esterno con il centro è bisettrice dell'angolo formato dalle due tangenti.



## Angoli alla circonferenza e angoli al centro

Ciascun angolo che ha il vertice sulla circonferenza e per lati due semirette secanti oppure una semiretta secante e l'altra tangente si dice **angolo alla circonferenza**.

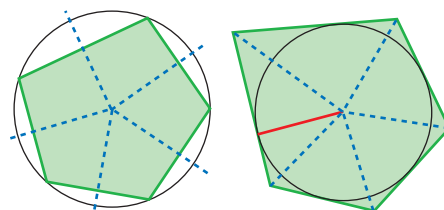
Ad ogni angolo alla circonferenza  $\alpha$  corrisponde un angolo al centro che ha il vertice nel centro della circonferenza e insiste sullo stesso arco su cui insiste  $\alpha$ . L'angolo al centro è sempre il doppio del corrispondente angolo alla circonferenza; di conseguenza, tutti gli angoli alla circonferenza che insistono sullo stesso arco sono fra loro congruenti. In particolare, angoli che insistono su una semicirconferenza sono retti.



## Poligoni inscritti e circoscritti

Un poligono si dice:

- **inscritto** in una circonferenza se tutti i suoi vertici sono punti della circonferenza; la circonferenza, a sua volta, si dice circoscritta al poligono. Condizione necessaria e sufficiente affinché un poligono sia **inscrittibile** in una circonferenza è che gli assi dei suoi lati si intersechino in uno stesso punto che è il centro della circonferenza
- **circoscritto** a una circonferenza se tutti i suoi lati sono tangenti alla circonferenza che, a sua volta, si dice inscritta nel poligono; il raggio della circonferenza è l'**apotema** del poligono.



Condizione necessaria e sufficiente affinché un poligono sia **circoscrittibile** ad una circonferenza è che le bisettrici dei suoi angoli si intersechino in uno stesso punto che è il centro della circonferenza.

Relativamente ai quadrilateri valgono poi le seguenti proprietà:

- un quadrilatero è inscrittibile in una circonferenza se e solo se gli angoli opposti sono supplementari
- un quadrilatero è circoscrittibile a una circonferenza se e solo se la somma di due lati opposti è congruente alla somma degli altri due.

## Poligoni regolari

Un poligono si dice **regolare** se ha tutti i lati e tutti gli angoli fra loro congruenti. Se un poligono è regolare, allora:

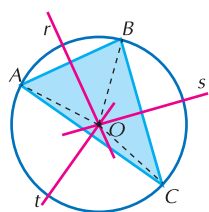
- ha tanti assi di simmetria quanti sono i suoi lati
- ha un centro di simmetria solo se ha un numero pari di lati
- è sempre inscrittibile e circoscrittibile a una circonferenza e le due circonferenze inscritta e circoscritta hanno lo stesso centro.

## Punti notevoli dei triangoli

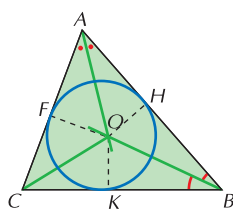
In ogni triangolo:

- gli assi dei lati si intersecano in uno stesso punto chiamato **circocentro** che è il centro della circonferenza circoscritta al triangolo
- le bisettrici degli angoli si intersecano in uno stesso punto chiamato **incentro** che è il centro della circonferenza inscritta nel triangolo
- le altezze si intersecano in uno stesso punto chiamato **ortocentro**
- le mediane si incontrano in uno stesso punto detto **baricentro**; il baricentro divide ciascuna mediana in due parti delle quali quella che contiene il vertice è doppia dell'altra.

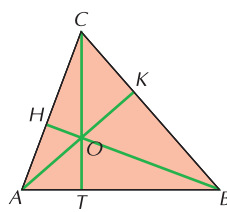
Il triangolo è quindi il solo poligono che è sempre sia inscrittibile che circoscrittibile a una circonferenza.



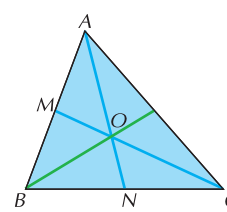
circocentro



incentro



ortocentro



baricentro