

Concetti chiave e regole

La divisione tra polinomi e il teorema del resto

- Per determinare quoziente e resto della divisione tra due polinomi si esegue la regola della divisione tra due polinomi. Se il divisore è della forma $(x - a)$ si può applicare la regola di Ruffini.
- Il teorema del resto di Ruffini afferma che in una divisione tra un polinomio $P(x)$ e un binomio della forma $(x - a)$, il resto della divisione è dato da $P(a)$
- Il teorema di Ruffini afferma che $P(x)$ è divisibile per $(x - a)$ se e solo se $P(a) = 0$.

La fattorizzazione

Scomporre un polinomio significa scriverlo come prodotto di due o più polinomi, possibilmente non ulteriormente scomponibili.

I metodi per eseguire la scomposizione si basano sui seguenti criteri:

- i raccoglimenti a fattor comune parziale o totale
- il riconoscimento di prodotti notevoli
- la regola del trinomio caratteristico
- la regola della somma o differenza di cubi.
- l'individuazione dei divisori della forma $x - a$.

Come eseguire una fattorizzazione

Nella pratica, per scomporre un polinomio conviene tenere presenti, in successione, le seguenti considerazioni:

- controllare se è possibile eseguire un raccoglimento totale o parziale
- riferirsi a regole particolari guardando il numero dei termini del polinomio; se è un:

- binomio	[differenza di quadrati	$x^2 - a^2 = (x - a)(x + a)$
		somma di quadrati	irriducibile
		somma di cubi	$x^3 + a^3 = (x + a)(x^2 - ax + a^2)$
		differenza di cubi	$x^3 - a^3 = (x - a)(x^2 + ax + a^2)$
- trinomio	[quadrato di un binomio	$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$
		trinomio caratteristico	$x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$
- quadrinomio	[cubo di un binomio	$a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3 = (a \pm b)^3$
		differenza di due quadrati	$a^2 + 2ab + b^2 - x^2 = (a + b)^2 - x^2 = (a + b + x)(a + b - x)$
- polinomio di sei termini	[può essere il quadrato di un trinomio	$a^2 + 4b^2 + 9 + 4ab - 6a - 12b = (a + 2b - 3)^2$
può essere la differenza dei quadrati di due binomi		$a^2 + 2a + 1 - x^2 + 2xy - y^2 =$ $= (a^2 + 2a + 1) - (x^2 - 2xy + y^2) =$ $= (a + 1)^2 - (x - y)^2 =$ $= (a + 1 + x - y)(a + 1 - x + y)$	

- cercare i divisori della forma $x - a$ con il teorema di Ruffini.

M.C.D. e m.c.m. fra polinomi

- Il M.C.D. fra due o più polinomi già fattorizzati è il prodotto dei soli fattori comuni con il minimo esponente.
- Il m.c.m. fra due o più polinomi già fattorizzati è il prodotto dei fattori comuni e non comuni con il massimo esponente.