



Esercizi di consolidamento

La circonferenza e la sua equazione

Scrivi l'equazione della circonferenza di cui sono noti centro e raggio nei seguenti casi.

1 a. $C(-2, 3) \quad r = 4$

b. $C(1, -2) \quad r = \sqrt{13}$

c. $C(4, -6) \quad r = \sqrt{5}$

2 a. $C\left(1, \frac{1}{2}\right) \quad r = \sqrt{2}$

b. $C\left(-\frac{3}{2}, -1\right) \quad r = 2$

c. $C(-4, -3) \quad r = 5$

Stabilisci quali delle seguenti equazioni rappresentano una circonferenza; in caso di risposta affermativa, calcola le coordinate del centro e la misura del raggio, quindi tracciane il grafico.

3 a. $x^2 + y^2 - 8x - 10y + 32 = 0$

b. $x^2 + y^2 - 6x + 8y - 25 = 0$

4 a. $x^2 + y^2 - 3x + 4y + 5 = 0$

b. $x^2 + y^2 - 4x + 5y + 23 = 0$

5 a. $x^2 + y^2 - 3x - 9y + 24 = 0$

b. $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 6 = 0$

6 a. $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 11 = 0$

b. $3x^2 + 3y^2 + 6x - 4y + 1 = 0$

7 Individua le caratteristiche di ciascuna delle seguenti circonferenze specificando dalla forma della loro equazione dove si trova il centro e se passano per l'origine.

a. $x^2 + y^2 - 8x - 10y = 0$

b. $x^2 + y^2 - 6x - 1 = 0$

c. $x^2 + y^2 + 4y + 2 = 0$

d. $x^2 + y^2 - 36 = 0$

e. $x^2 + y^2 - 6x = 0$

f. $x^2 + y^2 - 16y = 0$

Scrivere l'equazione di una circonferenza

8 Scrivi l'equazione della circonferenza che ha centro nel punto $C(1, -2)$ e passa per il punto $A(0, 1)$.
[$x^2 + y^2 - 2x + 4y - 5 = 0$]

9 Scrivi l'equazione della circonferenza che ha centro nel punto $C(0, 3)$ e passa per il punto $A(2, 1)$.
[$x^2 + y^2 - 6y + 1 = 0$]

10 Scrivi l'equazione della circonferenza che ha come diametro il segmento di estremi $A(0, 2)$ e $B(4, 0)$.
[$x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$]

11 Scrivi l'equazione della circonferenza di raggio $r = 5$ che è concentrica a quella di equazione $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 2 = 0$.
[$x^2 + y^2 - 6x - 4y - 12 = 0$]

12 Scrivi l'equazione della circonferenza che ha centro in $C(1, 1)$ e passa per $A(0, 1)$.
[$x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$]

13 Determina l'equazione della circonferenza sapendo che un suo diametro ha per estremi i punti $P(-2, 4)$ e $Q(0, 2)$.
[$x^2 + y^2 + 2x - 6y + 8 = 0$]

14 Le due rette di equazioni $y = x + 1$ e $y = -x + 2$ si intersecano nel punto C . Determina l'equazione della circonferenza che ha centro in C e passa per $P\left(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$.
[$2x^2 + 2y^2 - 2x - 6y - 3 = 0$]

- 15** Scrivi l'equazione della circonferenza che passa per i punti $A(-2, 0)$, $B(2, -6)$, $C(2, 4)$.
 $[x^2 + y^2 - 6x + 2y - 16 = 0]$
- 16** Scrivi l'equazione della circonferenza che passa per i punti $A(-1, 0)$, $B(0, \sqrt{5})$, $C(2, 3)$.
 $[x^2 + y^2 - 4x - 5 = 0]$
- 17** Scrivi l'equazione della circonferenza che passa per l'origine e per i punti A e B in cui la retta di equazione $x + y - 4 = 0$ interseca gli assi cartesiani.
 $[x^2 + y^2 - 4x - 4y = 0]$
- 18** Scrivi l'equazione della circonferenza che ha centro sulla retta di equazione $y - 2x - 9 = 0$ e passa per i punti $A(-2; 0)$ e $B(-6; 0)$.
 $[x^2 + y^2 + 8x - 2y + 12 = 0]$
- 19** Una circonferenza ha centro sulla bisettrice del secondo e quarto quadrante, è tangente agli assi cartesiani e ha raggio 2; quante circonferenze esistono con queste caratteristiche? Scrivine l'equazione.
 $[x^2 + y^2 \pm 4x \mp 4y + 4 = 0]$

Rette e circonferenze, posizioni reciproche

- 20** Data la circonferenza di equazione $x^2 + y^2 - 8x - 12y = 0$, trova gli eventuali punti di intersezione con la retta $3x + 2y - 24 = 0$.
 $[(8, 0); (0, 12)]$
- 21** Stabilisci le posizioni reciproche fra la circonferenza di equazione $x^2 + y^2 - 8x + 4y - 5 = 0$ e le rette indicate e calcola poi le coordinate degli eventuali punti di intersezione:
- a. $x - y - 1 = 0$ $[\text{secante } (-1, -2); (4, 3)]$
- b. $y + 2x - 4 = 0$ $[\text{secante } (1, 2); (\frac{27}{5}, -\frac{34}{5})]$
- c. $y = x + 5$ $[\text{esterna}]$
- d. $x - 9 = 0$ $[\text{tangente in } (9, -2)]$
- 22** Stabilisci se la retta di equazione $x + y - 2 = 0$ interseca la circonferenza di equazione $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$ e, in caso affermativo, determina i punti di intersezione. $[(1, 1); (-1, 3)]$
- 23** La retta di equazione $3x - 2y + 6 = 0$ interseca la circonferenza $x^2 + y^2 + 2x - 3y = 0$ nei punti P e Q . Che cosa rappresenta la corda PQ ? Giustificalo sia algebricamente che con considerazioni geometriche.
- 24** Scrivi le equazioni delle rette tangenti alla circonferenza di equazione $x^2 + y^2 - 8y + 12 = 0$ condotte dal punto $P(2, -2)$.
 $[y = -\frac{4}{3}x + \frac{2}{3}; x = 2]$
- 25** Scrivi l'equazione delle rette tangenti alla circonferenza di equazione $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 5 = 0$ condotte dal punto $P(0, 5)$. Come sono le due tangenti fra loro?
 $[y = 3x + 5, y = -\frac{1}{3}x + 5; \text{perpendicolari}]$
- 26** Determina la retta tangente alla circonferenza di equazione $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 5 = 0$ nel suo punto di ascissa 4 e ordinata positiva.
 $[x + 2y - 6 = 0]$
- 27** Scrivi l'equazione della retta tangente alla circonferenza di equazione $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 20 = 0$ nel suo punto P di ascissa 3 e ordinata positiva.
 $[4x + 3y - 27 = 0]$
- 28** Data la circonferenza di equazione $x^2 + y^2 + 2x - 9 = 0$, trova fra le rette del fascio di equazione $3y - x + k = 0$, quella tangente alla circonferenza.
 $[3y - x - 11 = 0; 3y - x + 9 = 0]$

- 29** Scrivi le equazioni delle rette tangenti alla circonferenza di equazione $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 9 = 0$ passanti per il punto $P(0, -1)$.
[$x - y - 1 = 0$; $17x + 7y = 0$]
- 30** Determina l'equazione della circonferenza avente centro in $C(0, 4)$ e tangente alla retta di equazione $2x + y - 1 = 0$.
[$5x^2 + 5y^2 - 40y + 71 = 0$]
- 31** Scrivi l'equazione della circonferenza che ha centro in $C(3, -2)$ ed è tangente alla retta di equazione $4y - x + 24 = 0$.
[$17x^2 + 17y^2 - 102x + 68y + 52 = 0$]
- 32** Scrivi l'equazione della circonferenza che è tangente alle rette $x + 6 = 0$ e $x - 2 = 0$, sapendo che il suo centro appartiene alla retta di equazione $x - y + 6 = 0$.
[$x^2 + y^2 + 4x - 8y + 4 = 0$]
- 33** Determina l'equazione della circonferenza che passa per $P(-2, 0)$ ed è tangente in $Q(1, 6)$ alla retta di equazione $x + 2y - 13 = 0$.
[$x^2 + y^2 + x - 6y - 2 = 0$]
- 34** Scrivi l'equazione della circonferenza che è tangente all'asse delle ascisse e ha centro in $C(4, 6)$.
[$x^2 + y^2 - 8x - 12y + 16 = 0$]
- 35** Scrivi l'equazione della circonferenza che è tangente all'asse delle ordinate e ha centro in $C(-3, 2)$.
[$x^2 + y^2 + 6x - 4y + 4 = 0$]

Problemi riassuntivi

- 36** Determina per quale valore del parametro reale k la circonferenza γ di equazione $x^2 + y^2 - 2x + 4ky + 2 = 0$ passa per il punto $P(2, 1)$; per tale valore di k , determina poi la circonferenza concentrica a γ che ha il raggio lungo come il segmento AB individuato dalla retta $y + x + 3 = 0$ con gli assi cartesiani.
[$k = -\frac{3}{4}$; $4x^2 + 4y^2 - 8x - 12y - 59 = 0$]
- 37** Scrivi l'equazione della circonferenza passante per i tre punti $A(1, 0)$, $B(-1, -2)$, $C(3, -2)$. Trova poi le coordinate dei vertici del quadrato in essa inscritto che ha i lati paralleli agli assi cartesiani.
[$x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$; $(1 \pm \sqrt{2}, -2 \pm \sqrt{2})$]
- 38** Una circonferenza ha centro sull'asse x , passa per l'origine degli assi cartesiani e ha raggio 2. Dopo aver verificato che esistono due circonferenze che soddisfano a queste condizioni, considera quella che ha il centro di ascissa positiva e determina le coordinate dei vertici del triangolo isoscele in essa inscritto che ha la base sulla retta $y + 1 = 0$.
[$x^2 + y^2 \pm 4x = 0$; $(2 \pm \sqrt{3}, -1)$, $(2, 2)$]
- 39** Determina per quali valori del parametro k la circonferenza di equazione $x^2 + y^2 + 2x + y - 1 = 0$ è tangente al fascio di rette $y - kx - 1 = 0$.
[$k = 0 \vee k = -\frac{12}{5}$]
- 40** Tra le circonferenze di equazione $(k + 1)x^2 + (k + 1)y^2 - 2(k + 4)x - 2(k + 1)y + k + 16 = 0$, trova per quale valore di k si ottiene quella che passa per il punto $P(0, -1)$.
[$k = -\frac{19}{4}$]
- 41** Verifica che per qualsiasi valore di k l'equazione $x^2 + y^2 + 2kx - 4y + 4k = 0$ rappresenta una circonferenza. Trova poi i valori di k per i quali la circonferenza:
a. ha centro in un punto di ascissa 5
b. ha raggio uguale a 3
c. passa per $P(2, -2)$.
 [a. $k = -5$; b. $k = 5 \vee k = -1$; c. $k = -2$]
- 42** Della circonferenza di equazione $x^2 + y^2 - 2x - 6y = 0$ determina il centro, il raggio e le intersezioni con gli assi cartesiani. Determina poi l'area del triangolo i cui vertici sono tali punti di intersezione.
[area = 6]

- 43** Individua la posizione reciproca nel piano delle due circonferenze di equazioni $x^2 + y^2 - 4x - 7y + 10 = 0$ e $x^2 + y^2 - 2x - 6y = 0$ determinando gli eventuali punti di intersezione.
[A(4, 2); B(2, 6)]
- 44** Dopo aver individuato le caratteristiche delle due circonferenze di equazione $x^2 + y^2 + 2x + 4y - 4 = 0$ e $x^2 + y^2 - 10x + 4y + 20 = 0$, verifica che esse sono tangenti tra loro.
- 45** Scrivi l'equazione del luogo dei centri delle circonferenze che appartengono al fascio di equazione $x^2 + y^2 + (k - 1)x + ky + 2 = 0$.
[$2x - 2y - 1 = 0$]
- 46** Dati i punti $A(1, 1)$ e $B(2, -2)$, scrivi l'equazione del luogo dei punti $P(x, y)$, per i quali vale la relazione $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 = 25$.
[$2x^2 + 2y^2 - 6x + 2y - 15 = 0$]
- 47** Scrivi l'equazione del luogo dei punti del piano che hanno dal punto $(-3, 0)$ distanza tripla di quella dal punto $(1, 0)$.
[$x^2 + y^2 - 3x = 0$]
- 48** Considerati i punti $A(-1, 1)$ e $B(3, 0)$, determina l'equazione del luogo dei punti del piano per i quali vale la relazione $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 = 13$.
[$x^2 + y^2 - 2x - y - 1 = 0$]
- 49** Scrivi l'equazione del luogo dei punti del piano per i quali la somma dei quadrati delle distanze dalle rette $x + y = 0$ e $x - y = 0$ vale 4.
[$x^2 + y^2 = 4$]